

Vysoká škola ekonomická v Praze

Fakulta informatiky a statistiky



Fuzzy interaktivní vícekriteriální optimalizace – podpora pro vytváření investičního portfolia

HABILITAČNÍ PRÁCE

Ing. Adam Borovička, Ph.D.

Praha, září 2024

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem předkládanou habilitační práci na téma *Fuzzy interaktivní vícekritériální optimalizace – podpora pro vytváření investičního portfolia* vypracoval samostatně. Použitou literaturu a podkladové materiály uvádím v patřičném seznamu.

V Praze 30. září 2024

Ing. Adam Borovička, Ph.D.

Abstrakt

Investování je bezpochyby fenoménem posledních let. Kapitálový trh je velice pestrým místem, které skýtá jak mnohé příležitosti, tak nemálo nástrah. Rozhodování o investici je potenciálně komplikovaným procesem. Investor, či investiční poradce/specialista, tak případně uvítá podpůrný nástroj, který by ho tímto rozhodovacím procesem provedl. Tato motivační premisa je základním stavebním kamenem habilitační práce. Cílem je pak nalézt metodologii, která by dokázala vytvořit portfolio dle představ investora za panujících podmínek na kapitálovém trhu. Musíme tak hledat takové metody, které by dokázaly zohlednit příslovečnou nejistotu s investicí spojenou, uměly reflektovat investorovy vyvíjející se preference, potažmo dokázaly absorbovat všechny více či méně důležité kvantitativní i kvalitativní hodnotící charakteristiky. Přes obvykle používané jednokriteriální techniky zejména fundamentální či technické analýzy se dostáváme ke komplexnějším přístupům vícekriteriální optimalizace. V hledáčku je zejména interaktivní forma vícekriteriálních spojitých metod, které integrují kontinuální proces vytváření portfolio ve světle se formujících, mnohdy nepřesných preferencí. Nemalým úskalím se může stát forma některých investičních charakteristik, která může být nejen kvalitativní povahy, ale také může vykazovat nestabilitu, respektive prvky neurčitosti, nejistoty. Typickým případem je pro investora zcela zásadní výnos. Tato charakteristika pod drobnohledem vykazuje teoreticko-aplikační problémy ve světle jejího apriorního stochastického vnímání. Výnos je tak navržen pod nemalým „nepravděpodobnostním“ vlivem ve formě fuzzy množiny. Designovaný unikátní koncept nestabilní dynamiky tak vykresluje výnos jako trojúhelníkové fuzzy číslo s měnlivými parametry. Aparát teorie fuzzy množin stejně tak dobře slouží pro kvantifikaci nepřesných, někdy záměrně přibližných preferencí. Dostáváme se tak při vytváření portfolio od velmi dobře známého konceptu mean-variance a jeho modifikací ke komplexnějším přístupům fuzzy interaktivní vícekriteriální optimalizace. Aby metodika zohledňovala všechny potřebné aspekty investičního rozhodování (charakter vstupních dat, preferencí, revize rozhodnutí atd.) byly inspirativně využity stávající, avšak v dílčích aspektech bohužel nevyhovující, koncepty, pro navržení vlastní fuzzy interaktivní metody vícekriteriální optimalizace.

Habilitační práce se sice zaměřuje zejména na navržení metody pro optimalizaci, respektive vytvoření investičního portfolio, nezapomíná však na konceptuální zasazení do celého investičního rozhodovacího procesu, a to jak teoreticky, tak zejména prakticky. Empirická část tak vypráví příběh od geneze investiční politiky,

resp. investiční strategie, až po vytvoření portfolia, s jeho případnou revizí. V době často nezodpovědného chování lidí vůči přírodě, zdrojům materiálním i lidským, je nasnadě se zaměřit na trh s ESG (Environmental, Social, Governance) podílovými fondy, tedy udržitelnou investici těšící se stále větší oblibě. Konkrétně se jedná o podílové fondy nabízené na českém trhu Českou spořitelnou. Jsou představeny, a diskutovány výsledky obvyklé konzervativnější, vyvážené strategie s nadčasovým významným prvkem udržitelnosti. Skladba portfolia, respektive jeho charakteristiky, jsou tak analyzovány. Nastíněn je též proces průběžné revize investice.

Pro pochopení všech klíčových metodických procesů, na poli teorie i praxe, je čtenář seznámen s trhem podílových fondů, nezbytnými fragmenty teorie rozhodování a teorie fuzzy množin. Detailnější pohled si vyžadují investiční charakteristiky, které utvářejí obchodování s podílovými fondy. Tento znalostní základ, včetně detailního rozboru stávající metodiky ve sledovaných oblastech, řádně slouží k seznámení, potažmo pochopení navržené komplexní metodiky pro investiční rozhodování, optimalizaci portfolia, založené na fuzzy interaktivní metodě vícekriteriální optimalizace a její implementaci. Tento aspekt považuji za velice cenný, a zároveň poměrně ambiciózním posláním mého habilitačního díla.

Klíčová slova

ESG, nejistota, nestabilní dynamika, neurčitost, podílový fond, portfolio, trojúhelníkové fuzzy číslo, vágnost.

JEL klasifikace

C44, C61, G11.

Abstract

Investing is undoubtedly a phenomenon of recent years. The capital market is truly diverse place, coming with many opportunities and many pitfalls. Therefore, making an investment decision can potentially be complicated. Investors or investment advisers/specialists would thus welcome a support tool guiding them through this process. This motivational premise is the cornerstone of this habilitation thesis. The aim is to find a methodology that would be able to make a portfolio according to the investor's expectations under the prevailing capital market conditions. We must thus look for methods that can take into account the proverbial uncertainty associated with the investment, the investor's ever-evolving preferences, and also absorb all the more or less important quantitative and qualitative evaluating characteristics. Beyond the usually used single-criteria techniques, particularly fundamental or technical analysis, we are moving towards more complex multi-objective optimization approaches. In particular, the focus is on an interactive form of multi-criteria continuous methods that integrate the continuous process of portfolio construction with emerging, often imprecise preferences. Another difficulty with some investment characteristics is that they are not merely qualitative but may also exhibit instability, or elements of uncertainty and vagueness. One typical example that is essential to the investment itself is the investor's return. This characteristic under scrutiny exhibits theoretical-applicational problems in light of its a priori stochastic perception. The return is designed under a considerable improbabilistic influence in the form of a fuzzy set. The designed unique concept of unstable dynamics thus renders the yield as a triangular fuzzy number with varying parameters. The apparatus of fuzzy set theory serves equally well to quantify imprecise, intentionally approximate preferences. This takes us from the well-known concept of mean-variance and its modifications to more complex approaches of fuzzy interactive multi-objective optimization in portfolio selection. In order to ensure that the methodology considers all necessary aspects of investment decision-making (nature of input data, preferences, decision revision, etc.), existing concepts, which are inadequate in some respects, were used to design our own fuzzy interactive multi-objective optimization method.

Although the habilitation thesis focuses mainly on the design of a method for optimization or selection of an investment portfolio, it does not forget to conceptually embed the whole investment decision-making process, both theoretically and especially practically. The empirical part thus tells the story from

the genesis of an investment policy, or an investment strategy, to the making of a portfolio, with its eventual revision. Since human behavior is often irresponsible towards the environment, material and human resources, it is only natural to focus on the ESG (Environmental, Social, Governance) mutual fund market, a sustainable investment that is becoming increasingly popular. Specifically, these are mutual funds offered on the Czech market by Česká spořitelna. The results of the usual more conservative, balanced strategies with the timelessly important element of sustainability are presented and discussed. The composition of the portfolio, and its characteristics, are then analyzed. The process of ongoing revision of the investment is also outlined.

To understand all the key methodological processes, both in theory and practice, the reader is introduced to the mutual fund market, the necessary fragments of decision theory and fuzzy set theory. A more detailed look at the characteristics of investment is also offered, with a natural emphasis on mutual funds. This knowledge base, including a detailed analysis of the existing methodology in the studied areas, properly serves to introduce, and subsequently understand the proposed comprehensive methodology for portfolio optimization based on the fuzzy interactive multi-objective optimization method and its implementation. I consider this aspect to be a very valuable and, at the same time quite ambitious mission of my habilitation thesis.

Keywords

ESG, portfolio, triangular fuzzy number, uncertainty, unit trust, unstable dynamics, vagueness.

JEL Classification

C44, C61, G11.

Obsah

Předmluva	13
1 Úvod	15
2 Motivace, posláním, cíle a cesta k nim	19
2.1 Motivace, aneb je investování tak „horké“ téma?	19
2.2 Posláním a cíle	22
2.2.1 Zastřešující cíl – komplexní metodika pro optimalizaci portfolia	22
2.2.2 Hlavní, prováděcí cíl – fuzzy metoda finanční optimalizace	23
2.2.3 Podpůrný, doprovodný cíl – udržitelná případová studie	24
2.3 Metodika	25
2.3.1 Investiční poradce/specialista, aplikace, robo-advisor či intuice	25
2.3.2 Jednokriteriální techniky kapitálového trhu	28
2.3.3 Vícekriteriální přístupy: cesta od mean-variance modelu	29
2.3.4 Přibližný výnos, vágní preference, nestabilní dynamika ve světle fuzzy teorie	32
2.3.5 (Nejen) interaktivní fuzzy metody vícekriteriální optimalizace	35
2.3.6 Fuzzy vícekriteriální optimalizace ve financích	41
2.3.7 Revize portfolia, specifické transakční náklady	43
2.4 Metodologické shrnutí	45
2.4.1 Volba příhodné metodiky pro optimalizaci portfolia – opěrné premisy	45
2.5 Úloha navržené metodiky	49
2.5.1 Komu může být navržený postup vlastně užitečný?	49
3 Investování do ESG podílových fondů – lákavá udržitelná investiční příležitost	51
3.1 Kolektivní investování	51
3.2 Kolektivní investování u nás a za hranicemi	52
3.3 Klasifikace fondů dle AKAT ČR	53
3.4 Nákladovost podílových fondů	55
3.5 Výhody a nevýhody kolektivního investování	55
3.6 Podílový fond vs. Exchange Traded Fund (ETF)	56
3.7 Udržitelnost investice	57
3.7.1 Environmental, Social and Governance (ESG)	58
3.7.2 Specifika aneb boření mýtů ESG investice	59

3.7.3 ESG reporting, MSCI, ESGenius	61
3.7.4 ESG podílové fondy České spořitelny	62
4 Investiční rozhodovací procedura – systematická kompilace dílčích kroků	63
5 Fragmenty teorie rozhodování a teorie fuzzy množin	67
5.1 Teorie rozhodování.....	67
5.1.1 STEM.....	69
5.1.2 KSU-STEM.....	70
5.2 Teorie fuzzy množin	72
5.2.1 Vývoj teorie fuzzy množin	72
5.2.2 Vágnost vs. nejistota.....	73
5.2.3 Fuzzy množina a další základní pojmy.....	74
5.2.4 Fuzzy číslo a jeho tvar	75
5.2.5 Lingvistická proměnná.....	79
5.2.6 Bellmanův princip optimality	80
5.3 Teorie rozhodování a teorie fuzzy množin v investičním procesu – autorův metodický příspěvek	82
6 Charakteristiky investice a jejich geneze	85
6.1 Výnos	85
6.1.1 Forma fuzzy výnosu	85
6.1.2 Parametry fuzzy výnosu	87
6.2 Nestabilní dynamika – netradiční míra rizika	90
6.2.1 Volatilita parametrů – podstata konceptu nestabilní dynamiky	90
6.2.2 Diskuse nad alternativními přístupy	92
6.3 Náklady	93
6.4 Další (kvantitativní) charakteristiky	94
6.5 Sentiment indikátory.....	96
7 Fuzzy interaktivní metoda vícekriteriální optimalizace	99
7.1 Stávající poznání ve světle specifik navržené metodiky	99
7.1.1 Fuzzy optimalizace ve financích – přehledka nedůslednosti	99
7.1.2 (Fuzzy) interaktivní vícekriteriální optimalizace – uživatelská úskalí.....	100
7.1.3 Navržená metodika – mozaika dílčích přístupů stávajících konceptů	103
7.2 Algoritmus – krok po kroku.....	105

7.2.1 Krok 1: Kriteriaální funkce a jejich váhy	105
7.2.2 Krok 2: Ideální a bazální hodnota	108
7.2.3 Krok 3: Fuzzy cíle	110
7.2.4 Krok 4: Model – prvotní řešení	113
7.2.5 Krok 5: Interaktivní procedura – úprava řešení	115
7.3 Schéma průběhu navrženého algoritmu	132
7.4 Řešitelnost modelů	133
8 Vytváření portfolia z ESG podílových fondů	135
8.1 Investiční politika – (a)typický pohled českého investora	135
8.2 Sentiment analýza a další doprovodná kritéria na pozadí aktuálních tržních podmínek a skutečností	137
8.3 Fondy a jejich esenciální charakteristiky – datová základna	140
8.4 Preferenční postoj investora	149
8.5 Tvorba, optimalizace investičního portfolia a jeho revize	154
8.5.1 Kriteriaální funkce a jejich váhy	154
8.5.2 Ideální a bazální hodnota kriteriaálních funkcí	155
8.5.3 Fuzzy cíle	156
8.5.4 Model – prvotní řešení	157
8.5.5 Interaktivní procedura – úprava ve směru doprovodných preferencí	163
8.5.6 Měření výkonnosti a případná revize portfolia po roce investice	172
8.6 A co jiné investiční strategie?	179
8.7 Přesah do investiční praxe	180
8.8 Aplikační specifika, potažmo limity navržené procedury	183
9 Závěr	187
Literatura	189
Přílohy	223

Předmluva

Patrně nastal ten správný čas posunout se v akademické kariéře o úroveň výše. Skok z role odborného asistenta do pozice docenta je nemalý. Prakticky každý akademik si přeje tento krok učinit, protože mu otevírá cestu k dalším aktivitám či rolím, potažmo posiluje jeho profesní zařazení, osobnostně rozvíjí. Jsem hrdý, a potěšen, že mám také tuto možnost.

Co mě však těší neméně, je samotná předkládaná habilitační práce, do které jsem vtiskl nadšení a vášně do vědeckého bádání na poli investičního rozhodování. Role investování je ve společnosti stále důležitější. Budu nesmírně rád, pokud by výstupy práce pomohly nejenom k získání docentského titulu, ale byly nápomocny investiční praxi.

Jaká cesta vedla ke stvoření tohoto díla? Za všechno může naprosto zásadní rozhodnutí o studiu na Vysoké škole ekonomické v Praze, konkrétně pak na tehdy ještě pětiletém magisterském oboru Matematické metody v ekonomii. Tehdejší rozhodování nebylo vůbec jednoduché. „Ekonomka“ měla významného konkurenta v podobě FEL ČVUT a MFF UK. Zejména pak studium fyziky bylo nezanedbatelným protipólem. I za podporujícího přispění rodinných příslušníků mé kroky vedly na VŠE. Toto rozhodnutí se řadí k těm nejlepším, které jsem kdy udělal. Nejen že mi dalo možnost báječného, inspirativního studia, vědeckého poznání, praktických zkušeností, skvělých kolegyň a kolegů, ale také shledání s dnes již manželkou.

V rámci studia jsem se dostal pod pokličku pro mne do té doby zcela neznámému konceptu matematického programování, potažmo metod a přístupů teorie rozhodování v rámci rozsáhlé vědní disciplíny operační výzkum. Záhy jsem začal uvažovat, jestli a jak by bylo možné tyto přístupy využít na poli investičního rozhodování, které již tehdy bylo středem mého zájmu. Investiční svět, pln nejistoty a těžko předvídatelných procesů, mne zavedl do teorie fuzzy množin, o kterou se opírá v této práci mnou navržená fuzzy interaktivní metoda vícekriteriální optimalizace. Vždy jsem akcentoval ve své vědecké činnosti praktický přínos. Pevně věřím, že navržený koncept může sloužit jako komplexní podpůrný mechanismus při tvorbě investičního portfolia na kapitálovém trhu, a to ve své podstatě, a uživatelsky relativně přívětivé „obálce“, širšímu investičnímu publiku.

Zpracování habilitační práce má ještě jednu, zejména pro mne, unikátnost. Když jsem se pouštěl do kariéry vědeckého výzkumníka, věděl jsem, že se budu muset odklonit od používání rodného jazyka. Ano, je to prakticky samozřejmost dnešního

propojeného, globalizovaného světa. Český národ je malý, českému jazyku takřka nikdo na této planetě nerozumí. Tvorba vědeckých výstupů v jazyce anglickém je tak přirozeným postupem. Habilitační práce je prakticky jedinou příležitostí tvorby v rodné řeči. Této možnosti si velice považuji, vrací mi, při zachování odborné preciznosti, svobodu a přirozenost ve vyjadřování.

Závěrem předmluvy se sluší poděkovat, a to na dvou frontách. Velký dík patří mým kolegyním a kolegům z katedry ekonometrie, kteří utvářejí v čele s prof. Jablonským přátelské a inspirativní prostředí. Zcela speciální poděkování patří lidem, kteří mne doprovází celým životem, případně se do něj nesmazatelně vepsali v jeho průběhu. Rodina má nezastupitelnou roli, v dobrém i zlém. Velice děkuji za její neutuchající podporu, která se nemalým dílem projevuje na mé, troufnu si říci, poměrně úspěšné, a hlavně osobně naplňující, pracovní kariéře. Netřeba býti osobně děkovný, nechť si každý, dle svého uvážení, svou nesmazatelnou stopu zhodnotí. Dovolím si však přeci jen udělat výjimku. Jedná se o mého vytrvalého podporovatele, který byl, dovolím si tvrdit, na mé studijní a kariérní úspěchy, nesmírně hrdý. S nostalgickou vzpomínkou, a spíše symbolicky, věnuji moji habilitační práci, in memoriam, dědovi.

Přeji všem čtenářům příjemný zážitek nad výplodem mého bádání ve světě investic. Ať jsou dvě sta stránek informující, záživná, prakticky inspirující!

1 Úvod

V dnešním světě se zdá být až nekonečně možností užití finančních prostředků. Vedle zajištění základní existenčních potřeb se otevírá bezbřehé pole „požitkových“ aktivit. Někdo rád poznává svět, jiný zas obdivuje výtvarné umění, další si rád zakoupí lahvinku oblíbeného sektu. Užívání je individuální, děje se dle potřeb a možností jedince. V poslední době si stále více lidí nachází cestu k **investování**.

Záměrem investice je zhodnocení prostředků, čímž se výrazně odlišuje od většiny spotřebovávaných statků. Vidina „rozmožnění“ peněz je nepochybně lákavá. Doba ekonomického útlumu, a vysoké inflace, dává investování nový, ještě působivější rozměr v možnosti zabránění či alespoň omezení znehodnocení nabytých prostředků. Svět investic, kapitálový trh, však není pro každého. Jedná se o místo plné deklarovaných zákonitostí na straně jedné, a nahodilých, těžko předvídatelných jevů na straně druhé. Tato kombinace dělá svět investic fascinujícím, plným inspirativních možností, avšak také nebezpečným, zalitý zklamáním a nenaplněnými tužbami.

Orientace ve výše popsaném prostoru pochopitelně není jednoduchá, k čemuž také přispívá velice široká nabídka investičních příležitostí. Investor, s různou úrovní zkušeností, většinou potřebuje ve svém rozhodování podporu. Tu může poskytnout osobní bankéř, investiční specialista, finanční analytik, digitální investiční platforma, aplikace, potažmo proaktivní způsob samotného investora. Každý článek podává, a pochopitelně spotřebovává, určité informace. Ambicí je tak nejen přínos potenciálních přispěvatelů kompilovat, ale hlavně nabídnout nový, ucelenější podpůrný mechanismus pro rozhodování na kapitálovém trhu s akcentem na tvorbu investičního portfolia, tedy kvantifikaci podílů jednotlivých aktiv.

Prvotní, a patrně hlavní, charakteristikou investice je její (očekávaný) výnos. Zhodnocení vložených prostředků je naprosto stěžejním smyslem investování. Kdyby bylo toto kritérium jediné, rozhodování by bylo velice snadné, i když vlastně narušující tržní investiční prostředí. Druhým, pro mnohé investory také velice podstatným faktorem, je riziko z investice plynoucí. Obava z nenaplněných „výnosových“ cílů je naprosto přirozená. Investora však mohou ovlivňovat i další skutečnosti, např. poplatky spojené s investicí, či likvidita (objem obchodů) daného instrumentu. Vedle jednoduše měřitelných charakteristik mohou být neméně důležité kvalitativní faktory, jako např. emitent aktiva, místo obchodování, či nálada na trhu. Navíc, preference investora, například dotýkající se představy o výši výnosu,

či vnímání rizika, mohou být měnlivé, nejednoznačné. Tyto, a řada dalších faktorů, se mohou více či méně podílet na investičním rozhodování. Rámujícím posláním této práce je zmapování, potažmo popis takového vícekriteriálního investičního rozhodovacího procesu, a zejména následné navržení **komplexní kvantitativní rozhodovací procedury podporující investiční rozhodování** při sestavování investičního portfolia reflektující všechny situační okolnosti, a to včetně nejistých, často neurčitě se vyskytujících jevů.

Při sestavování portfolia aktiv může být oporou stavební kámen Markowitzovy moderní teorie portfolia mean-variance model (Markowitz, 1952), případně jeho „mean-risk“ modifikace, které laborují s alternativními měřeními rizika, např. Markowitz (1959), Konno a Yamazaki (1991), a další. Optimalizační model matematického programování, i když zohledňující patrně dvě nejpodstatnější charakteristiky výnos a riziko, jak bylo ostatně výše naznačeno, povětšinou nedokáže postihnout investiční realitu, k čemuž dopomáhají i v investiční praxi těžko naplnitelné „pravděpodobnostní“ předpoklady. Komplexnější pohled pak může být zprostředkován rozšířením modelu o vybraná kritéria, konkrétně v podobě dodatečných omezení či specifikací dalších účelových funkcí, případně dodatečnými procesy předcházející samotné optimalizaci. Modely také počítají, ač pod rouškou problematického předpokladu náhodného vývoje cen, resp. výnosu aktiv, s neměnnými hodnotovými ukazateli dvou inkriminovaných charakteristik. Zohlednění dalších elementů neurčitě, vágní povahy je taktéž v původní podobě modelu nemyslitelné. Posun k vícekriteriálnímu (spojitému) modelu je tak přirozeným vyústěním potřeb investiční praxe. Vyšší počet účelových funkcí dokáže explicitně zohlednit při tvorbě portfolia další pro investora potřebné charakteristiky. Navíc dokáže rozlišovat jejich potenciálně rozdílnou důležitost.

Takový model však stále není dostatečně citlivý v prostředí nejistoty, nepředvídatelných jevů, potažmo vágních preferencí. Neurčitost procesu vývoje cen, respektive výnosů investičních instrumentů¹, může být reflektována prostřednictvím aparátu teorie fuzzy² množin (Zadeh, 1965). Fuzzy množina, resp. fuzzy číslo se ukazuje, ostatně jako v řadě jiných pracích (např. Zadeh, 1983, či Gopal, 2019), jako mocný nástroj kvantifikace neurčitosti, vágnosti výnosu aktiva, potažmo jeho

¹ Vymezení pojmu vizte [Zákon č. 70/2001 Sb. \(2001\)](#).

² (česky) *mlhavý, nejasný, rozmazaný, neostrý*. V odborných pracích se však pojem nepřekládá. Nebude tak činěno ani v této práci pro zachování odborné srozumitelnosti.

nestabilního vývoje, případně dalších charakteristik (rizika apod.). Známý koncept **fuzzy výnosu** (např. [Liu a Zhang, 2019](#), či [Mansour a kol., 2019](#)) je však v práci unikátně rozšířen o nosné zachycení často dynamického, trendového chování investičního instrumentu, potažmo jeho nestability. Vzniká tak koncept **nestabilní dynamiky**, který je formován prostřednictvím ideje nestabilní, variabilní neurčitosti v podobě trojúhelníkového fuzzy čísla s měnlivými parametry.

Vedle fuzzy charakteristik je však třeba postihnout případnou nepřesnost, či vágnost v preferencích investora. Nelze předpokládat, že investor je schopen kvantifikovat rozdílnou důležitost sledovaných kritérií. Ba co více, jeho preference mohou být v procesu přijímání investičního rozhodování měnlivé, případně vyjádřeny nepřesně (např. představa o cílové hodnotě výnosu, substituci hodnocení mezi kritérii apod.). Neschopnost, či dokonce záměrná zdrženlivost vyjádření investora je v nestabilním prostředí přirozená. Formování investičního rozhodnutí je postupný, interaktivní, proces, při kterém může k úpravě či zpřesňování preferencí jistě docházet. I tyto vágní elementy mohou být v rámci matematických metodických přístupů umě vyjadřovány, kvantifikovány, a to opět prostřednictvím konceptu fuzzy množin, potažmo fuzzy čísel.

Z výše uvedeného vyplývá, že při investičním rozhodování, respektive tvorbě investičního portfolia, je třeba uvažovat řadu více či méně důležitých kritérií, reflektovat dynamiku, potažmo nestabilitu procesů na kapitálovém trhu, či citlivě nakládat s mnohdy křehkým, váhavým či zdrženlivě se utvářejícím postojem (nejen) méně zkušeného investora. Stávající přístupy či služby povětšinou dokáží nakládat „pouze“ s dílčími aspekty investičního rozhodovacího procesu. Navíc samotná kvantifikace podílů aktiv, respektive vytvoření portfolia, často probíhá na základě dostupných informací na spíše intuitivní bázi. Tato práce však cílí na představení komplexní rozhodovací procedury, s pochopitelným akcentem na samotnou tvorbu investičního portfolia za výše zmíněných podmínek. Cesta k tomuto cíli vede přes matematické programování s fuzzy elementy ([Zimmermann, 1978](#)). Konkrétně je pak, s inspirací stávajícího poznání, navržena **interaktivní fuzzy metoda vícekritériální optimalizace**, která je univerzálně využitelná nejen pro vytváření nového portfolia, ale také pro jeho případnou následnou revizi. Dokáže naložit jak s investicí jednorázovou, tak pravidelnou či sekvenční ([Borovička, 2022a](#)), a to pro různé typy investičních instrumentů.

Unikátní metodika založená na fuzzy vícekritériální optimalizaci je názorně aplikována na **reálný investiční případ**, prostřednictvím kterého je demonstrována

její uživatelská síla. Úmyslně je upřen zrak na **ESG³ podílové fondy** (konkrétně nabízené Českou spořitelnou, resp. Erste Group), které reflektují stále důležitější environmentální a sociálně-společenský přesah i ve světě investování (*Investiční centrum ČS, 2024ch*). Čtenář je proveden celým investičním rozhodovacím procesem, tedy od klíčového stanovení investiční politiky, až po vytvoření investičního portfolia, případně jeho revizi. Výsledky jsou detailně analyzovány, což nahrává aplikačně-teoretické konfrontaci navržené metodiky se stávajícími přístupy investiční praxe. Vyvinutá metoda se tak ukazuje významnou podporou investičního rozhodování na kapitálovém trhu.

Habilitační práce je logicky strukturována. Po úvodní kapitole (*kapitola 1*) přichází přehledová pasáž (*kapitola 2*) o motivaci, poslání, cílech práce a jejich hierarchii, potažmo metodologii jejich dosažení, s akcentem na řešeršní aktivitu v oblasti stávající metodiky ze světa investic a fuzzy vícekriteriální optimalizace. Důraz je kladen na rozbor metodiky finanční optimalizace, zejména pak cestu od jednokriteriálních konceptů, přes mean-risk modely, po kýžené fuzzy interaktivní optimalizační metody. Následující *kapitola 3* pak inspirativně pojednává o kolektivním investování a jeho specifikách s důrazem na ESG podílové fondy. Komplexní investiční rozhodovací procedura je kompilována v *kapitole 4*. *Kapitola 5* je zaměřena na nezbytné teoretické představení vybraných konceptů a technik teorie rozhodování, potažmo teorie fuzzy množin. Následně, v rámci *kapitoly 6*, jsou popsány, respektive diskutovány investiční charakteristiky s přirozeným zaměřením na podílové fondy. *Kapitola 7* představuje unikátní fuzzy metodu vícekriteriální optimalizace, potažmo okolnosti její geneze. Nakonec, *kapitola 8* prezentuje případovou studii o vytváření portfolia na českém trhu s podílovými fondy. Závěrečná *kapitola 9* poskytuje nejen výstižné shrnutí všech dosažených poznatků, ale také inspirativní návrhy pro budoucí výzkum.

Dovoluji si tvrdit, že navrhuji jedinečný, sofistikovaný koncept, metodický postup, pro sestavení investičního portfolia, reflektující všechny podstatné aspekty investiční praxe. Pevně věřím, že po dočtení mé habilitační práce, s případným rozšiřujícím doplněním prostřednictvím zejména mých stěžejních časopiseckých publikací (*Borovička, 2019, 2020a, 2020b*), mi čtenář dá, ač třeba s nějakými kritickými podněty, zapravdu.

³ ESG ≈ **E**nvironmental, **S**ocial and Corporate **G**overnance (*Investiční centrum ČS, 2024ch*)

2 Motivace, poslání, cíle a cesta k nim

Po seznamovací úvodní pasáži považuji za klíčové detailně objasnit motiv níže zpracovávaného investičního tématu. Dále je naprosto stěžejní vymezení, respektive hierarchizace cílů. Nedílnou součástí je pak rozbor stávajícího poznání, potažmo teoretických východisek, v oblasti investičního rozhodování, resp. tvorby investičního portfolia, potažmo metodách vícekritériální optimalizace.

2.1 Motivace, aneb je investování tak „horké“ téma?

Nezaleknu se říci, že investování je jeden z fenoménů poslední doby. Jedná se o globální aktivitu rozšířenou napříč kontinenty. Burzy nalezneme nejen ve vyspělých demokratických společnostech, za všechny snad Spojené státy americké, či evropští lídři Spojené království, Německo, ale také v zemích rozvojových (například africké Zimbabwe), či snad až překvapivě zemích socialistických (komunistických), jako třeba Laos či Vietnam. Výčet lze zakončit u asijských burzovních gigantů v Šanghaji, Tokiu či Hongkongu.

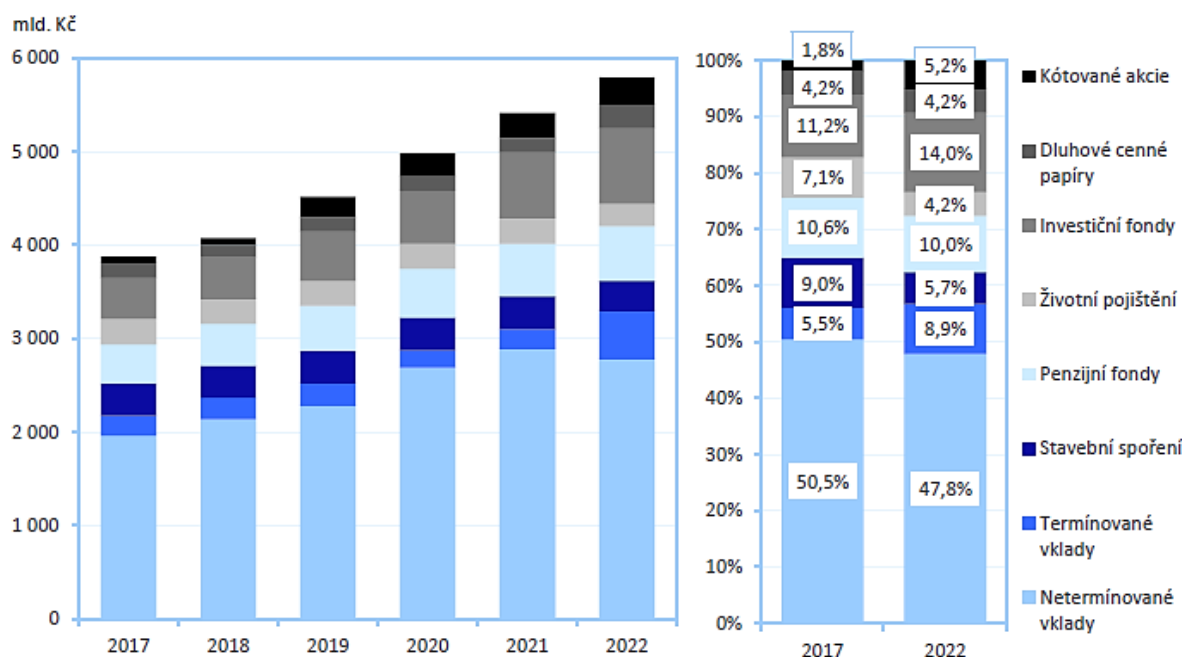
Česká republika, malá to země v srdci Evropy, několik desetiletí, v minulých státních zřízeních, zmítaná kapitálově represivním režimem, se také může pyšnit burzovním trhem, který čítá dokonce dvě burzovní místa, **Burzu cenných papírů Praha** (BCPP, 2024) a **RM-SYSTÉM**, českou burzu cenných papírů (RM-SYSTÉM, 2024). Navíc historie pražské burzy sahá až do druhé poloviny 19. století (BCPP, 2024). BCPP nemůže svou velikostí⁴ konkurovat burzovním gigantům v New Yorku, Londýně či Šanghaji, avšak její role pro utváření a vývoj kapitálového trhu v České republice je stěžejní. Její mezinárodní přesah dokládá členství ve Federaci evropských burz (FESE, 2024).

Investování však není jen o/na burzách. Kýžené zhodnocování peněz může probíhat i mimo burzu. Příkladem za všechny je trh stále populárnějších podílových fondů, či případně doplňkové aktivity v podobě P2P půjček⁵ (např. Zonky, 2024) nebo obchodování s uměním. Skutečnost, že v české společnosti je zdravé jádro, ze kterého dochází ke stále masivnějšímu zakořeňování investičních aktivit do života

⁴ Měřeno například objemy obchodů či tržní kapitalizací obchodovaných společností.

⁵ Peer-to-peer půjčky jsou prostředkem půjčování lidem přímo od lidí za pomoci zprostředkovatelské společnosti, resp. platformy (Srovnejto.cz, 2024).

lidí, dokládá i **Obrázek 1** ze *Zprávy o vývoji finančního trhu v roce 2022* každoročně vydávaného Ministerstvem financí ČR (MF ČR, 2024a)⁶.



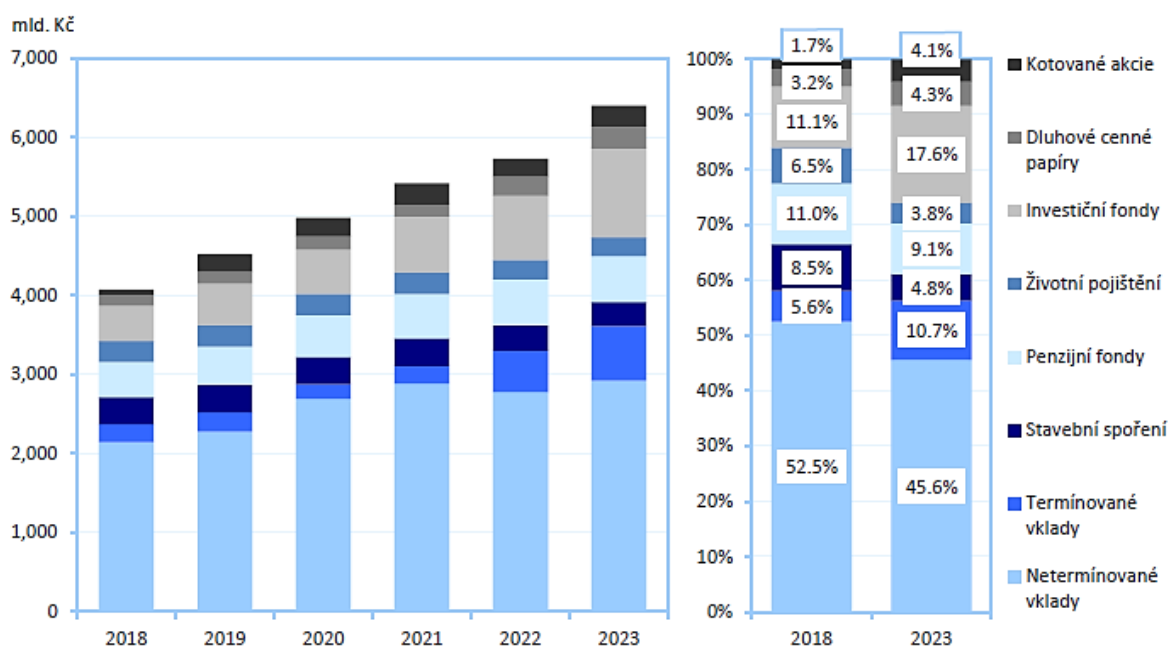
Obrázek 1 Struktura úspor domácností v ČR 2017-2022 (MF ČR, 2024a)

Úspory jsou ve zprávě, potažmo grafu chápány jako volné disponibilní prostředky, které mohou být vynakládány na různé bankovní či nebankovní produkty. Graf nabízí jak meziroční srovnání v období 2017-2022, tak velice zajímavé porovnání stavu mezi rokem 2017 a 2022. V tomto porovnání je patrný odliv uspořené peněžní prostředků z netermínovaných vkladů, respektive běžných účtů, což indikuje otevřenější přístup k alternativnímu využití úspor. Lidé jsou odvážnější, prahnoucí po větším zhodnocení. Tuto touhu zcela jistě akcelerovala doba s vyšší mírou inflace, potažmo období ne příliš vysoké prosperity a nejasného vývoje. Se stále klesající podporou stavebního spoření ze strany státu⁷ se stává produkt stále méně atraktivní, a to zejména v době vysokých úrokových sazeb a inflační úrovně, a to i navzdory poměrně velkorysým podmínkám čerpání úvěru (Stavebky.cz, 2023). Přesun prostředků z běžných účtů na termínované vklady v roce 2022 nepochybně

⁶ V době zpracování této části habilitační práce ještě nebyl k dispozici dokument za rok 2023. Nakonec byla zpráva vydána ještě před finální fází zpracování, tak mohly být výstupy zapracovány, což nakonec udává zajímavé porovnání posilující motivaci k tématu.

⁷ Poslední snížení maximálního ročního státního příspěvku z 2000 Kč na 1000 Kč je platné od 1. 1. 2024 pro všechny existující smlouvy.

akcelerovaly lukrativní úrokové podmínky. Část obyvatelstva ČR však sáhla ještě k razantnější změně, posunu, a to směrem k investiční aktivitě, kterou lidé posílili či vyzkoušeli zcela poprvé. Ač, jak dokládá průzkum agentury Perfect Crowd pro Asociaci pro kapitálový trh ČR (AKAT, 2024a), je český občan stále v investování opatrný, dochází k nemalé změně v kapitole přímých investic do kótovaných cenných papírů a investičních, resp. podílových fondů. Tento fakt potvrzuje akceleraci dlouhodobějšího trendu postupně zvyšujícího se zájmu o investování v České republice, což jen dokládá, v průběhu zpracování habilitační práce MF ČR (2024b) vydaná, aktuální *Zpráva o vývoji finančního trhu v roce 2023*, viz **Obrázek 2**.



Obrázek 2 Struktura úspor domácností v ČR 2018-2023 (MF ČR, 2024b)

Posun o jeden rok vstříc současnosti, tedy porovnání let 2023 a 2018 demonstruje stále sílící trend investování na kapitálových trzích. Toto zjištění je hnacím motorem, motivací do mého výzkumu, jehož výsledky jsou v této práci prezentovány. Lidé se o problematiku investování nejen zajímají, ale také chtějí být samotnými aktéry investiční praxe. Často jsou to lidé bez větších zkušeností, či investoři „ostřílenější“ s touhou rozšíření svého poznání. Jak potvrzuje výše zmíněný průzkum AKAT (2024a), tato sílící investiční tendence se projevuje zejména v generaci mladých ve věku 18 až 26 let. A co více, další výzkumy jednoznačně poukazují na dominující zájem, nejen mladší generace, o udržitelné (ESG) investování (Fondee, 2022a). O to snad ještě více, pro rozvoj investičních aktivit, je, dle mého názoru, podpora, přívětivost, potažmo zjednodušení procesů s investováním spojených naprosto

klíčové. Ač je v této oblasti mnohé učiněno, stále vidím významný prostor pro zlepšení, doplnění. Tato práce by toho měla být důkazem, potažmo prováděcím dokumentem na poli teorie i praxe!

2.2 Poslání a cíle

Posláním habilitačního díla je poskytnout nosnou oporu investorovi v jeho rozhodování na kapitálovém trhu, a to zejména při tvorbě investičního portfolia. K naplnění tohoto poslání vede cesta přes identifikaci, a následné naplnění cílů v následující hierarchii. Nutno podotknout, že se tato aktivita přirozeně věcně prolíná s vymezením metodiky v [kapitole 2.3](#).

2.2.1 Zastřešující cíl – komplexní metodika pro optimalizaci portfolia

Prvotním impulsem k investici může být reklama v televizi, poznámka kamaráda, výzva osobního bankéře či zkušenost rodinného příslušníka. Pro rozvinutí prvotní investiční idey je třeba hledat další informace, ať už od „třetích“ osob či přímým osobním přičiněním. Investičních příležitostí je na tuzemském, potažmo zahraničním kapitálovém trhu nepřeberné množství. Po základním zorientování dostává (potenciální) investor jasnější obrázek o škále vhodných instrumentů pro jeho potřebu, dle jeho preferencí, které vycházejí ze stanovení investiční politiky, potažmo strategie. Avšak do jakých aktiv nakonec investovat? A v jakých částkách z disponibilního rozpočtu? Odpovědět na tyto otázky, respektive sestavit investiční portfolio, je, při zodpovědném a uváženém přístupu, nelehká disciplína. Investor, zejména méně zkušený, jistě uvítá v takové situaci pomocnou ruku. Tu může podat investiční specialista, finanční analytik, digitální investiční platforma, aplikace či zkušenější spřízněný investor.

Investiční specialista, poradce, sestavuje portfolio na základě několika informací od klienta, investora. Většinou se jedná o velikost disponibilních prostředků, účel investice, investiční horizont, postoj k riziku či představu o očekávaném výnosu. Dle mých zkušeností s předním bankovním domem v České republice, potažmo výpovědi mého osobního bankéře, investiční specialista k tvorbě portfolia využívá vnitřní finanční analýzy, veřejně dostupné informace či vlastní zkušenosti, intuici. Ač je proces částečně utvářen výstupy kvantitativních analýz, finální rozhodnutí o skladbě portfolia není výsledkem kvantitativního, matematizovaného přístupu, nýbrž se jedná spíše o intuitivní verdikt. Nezapomínejme také, že investiční

specialista, jakožto zaměstnanec příslušné (bankovní) instituce, často prodává jí nabízené produkty, což může hrát v investičním doporučení klientovi nemalou roli. Investor si může vzít na pomoc investiční aplikaci či službu, kde může provádět různé analýzy, a investiční možnosti porovnávat. Ještě významnějším pomocníkem může být digitální investiční platforma *robo-advisory* ([Investopedia, 2024](#)), která na základě několika informací od investora nabízí, potažmo provádí investici v předem stanovených podílech, i když v omezené nabídce investičních instrumentů.

Zdá se tedy, že by podpůrných mechanismů mohlo být pro investora dostatek. Pro méně zkušeného investora, plně věřící autoritě, bez většího zájmu o mechaniku investičního rozhodování, bez větších znalostí, patrně ano. Těchto lidí je zcela jistě nemalý počet. Jejich postoj je naprosto legitimní, logický. Pro investora více či méně zkušeného, prahnoucího po dalším investičním poznání, mohou být výše zmíněné zdroje nedostatečné, či spíše doplňkové. Je aktivní, sbírá informace „po vlastní ose“. Rozhoduje se o své investici na základě komplexnějšího obrázku reality. Chce mít své závažné rozhodnutí „pod kontrolou“.

Chce se říci, že zejména pro druhou skupinu investorů, by mohla být velice nápomocna zastřešující procedura, která by dokázala vytvořit investiční portfolio, na základě vstupních údajů kvantitativního i kvalitativního charakteru, tedy prakticky kompilující i možné výstupy z výše zmíněných podpůrných zdrojů. Výsledek ve formě podílů investičních instrumentů je pak kýženým výstupem rozhodovacího procesu, či je určen k případnému následnému zamyšlení nad možnou úpravou portfolio, či vlastních investičních preferencí. Tato metodika by byla využitelná i méně zkušenými investory, zejména pokud by byla implementována v uživatelsky přívětivém prostředí (např. aplikaci). V neposlední řadě by takový podpůrný mechanismus mohli využít samotní investiční specialisti pro podporu své analytické činnosti.

Na základě výše zmíněného, za **stěžejní, zastřešující cíl** habilitační práce považuji navržení jednotící **metodiky pro komplexní podporu investičního rozhodování** s akcentem na tvorbu portfolio, to jest **určení podílů investičních instrumentů, simultánně reflektující** všechny více či méně důležité ovlivňující **faktory** či **preference** investora.

2.2.2 Hlavní, prováděcí cíl – fuzzy metoda finanční optimalizace

Jakto tak bývá, ke splnění vytyčeného cíle je třeba naplnit cíle dílčí, doprovodné, podpůrné. Cíle jsou hierarchicky provázány. V této části si dovoluji psát o cíli

hlavním, nýbrž je stěžejní k naplnění výše uvedeného cíle, respektive poslání této práce.

Na jakém základě bude fungovat zamýšlená metodika podporující tvorbu investičního portfolia? Odpověď, potažmo genezi metodiky, lze nalézt v [kapitole 2.3](#). Po uvážlivém rozboru možností stávajících konceptů používaných pro investiční aktivity (fundamentální, technická, psychologická analýza, intuice apod.), a se znalostí metod a postupů operačního výzkumu, bylo rozhodnuto o zaměření pozornosti na vícekriteriální metody matematického programování.

Tyto kvantitativně, matematicky orientované přístupy dokáží najednou zohlednit mnohé charakteristiky typické pro investiční instrumenty (třeba i výstupy z výše uvedených konceptů), stejně tak preference samotného investora. Jelikož je však kapitálový trh, včetně chování investora, plný těžko předvídatelných událostí, muselo badání o vhodné metodice postupovat dále. Fenomén nejistoty, vágnosti, v investičních procesech je pak zohledněn prostřednictvím konceptů teorie fuzzy množin⁸. Dynamičnost, uvážlivost investičního rozhodování je reflektována interaktivní procedurou umožňující aktivní participaci investora.

Hlavním, respektive **prováděcím cílem** habilitační práce je pak **vyvinout**, a detailně **popsat, fuzzy interaktivní metodu vícekriteriální optimalizace**, která je klíčovým metodickým prvkem prezentované komplexní podpůrné investiční rozhodovací procedury.

2.2.3 Podpůrný, doprovodný cíl – udržitelná případová studie

Teoretický přínos práce je třeba podpořit praktickou ukázkou aplikovatelnosti navrženého postupu. Jak je ještě podrobněji zmíněno níže, tento naprosto klíčový aspekt je opominut v dlouhé řadě příspěvků i ve významných odborných časopisech⁹, např. od autorů [Li a kol. \(2010\)](#); [Liu a Zhang \(2019\)](#), [Mashayekhi a Omrani \(2016\)](#), či [Srizonkhram a kol. \(2022\)](#), které se povětšinou omezují na ilustrativní ukázkou principiálně příliš nepřesvědčující o implementovatelnosti vyvinutého teoretického konceptu. Praktická část prezentující vlastně případovou

⁸ Nezbytné poznatky o teorii fuzzy množin lze načerpat v [kapitole 5](#).

⁹ Dle hodnoty faktoru IF/AIS (ang. Article Influence Score) v příslušných kategoriích, FORDech (ang. Fields of Research and Development), např. z [PCVSE \(2024\)](#).

studii investičního rozhodování nejen demonstruje aplikační sílu metodiky, ale také napomáhá k pochopení jejích dílčích principů.

V prvotní snaze oslovení širšího investičního publika by byla volena spíše konzervativnější, vyvážená strategie, s delším investičním horizontem, která je, i dle mých zkušeností, potažmo zkušeností mého osobního bankéře, nejfrekventovanějším přístupem k investici u nás. Taková strategie povětšinou reflektuje ožehavý problém zejména mladší generace o finančním zajištění v důchodovém věku, či střední generace o zajištění svých dětí v první fázi dospělého života, případně reflektuje obecnější problém potřeby uspokojované ve vzdálenější budoucnosti. V západním světě významně, a v České republice stále více, je zásadním aspektem ekologický či sociálně-společenský přesah investice, který případovou studii nasměřuje na trh s ESG otevřenými podílovými fondy. Je tak stanovena nadčasová vyvážená dlouhodobá investiční strategie s akcentem na udržitelnost investice.

Pro pochopení principů navržené metodiky, respektive demonstraci její využitelnosti v investiční praxi, je stanoveno **doprovodným cílem** představení a provedení **případové studie** pojednávající o procesu vytváření portfolia otevřených podílových fondů obchodovaných na českém trhu.

2.3 Metodika

Tato dílčí kapitola odpovídá na otázku „*Jak dosáhnout výše stanovených cílů?*“. Cesta začíná u nemálo používaných jednokriteriálních principů fundamentální či technické analýzy. Jejich jednosměrné zaměření nás zavádí do světa matematického programování, prostřednictvím kterého byly v rámci moderní teorie portfolia položeny základy k jeho vytvoření. Nedostatky mean-risk modelů akcelerují posun směrem ke komplexnějším metodám a postupům vícekriteriální optimalizace, která může být obohacena o interaktivní či fuzzy prvky za účelem reálnějšího postižení investiční praxe.

2.3.1 Investiční poradce/specialista, aplikace, robo-advisor či intuice...

Ve chvíli prvotní myšlenky o investici vedou kroky řadu lidí do své domovské banky pro radu, kde na ně většinou čeká **finanční**, či ještě lépe **investiční specialista/poradce**. Někdy prvotní investiční idea vzejde od bankovního poradce, či osobního bankéře domovské banky, který má přehled o finančních možnostech

svého klienta. Investiční, potažmo obecněji finanční poradenství samozřejmě poskytují i nebankovní subjekty, např. [Finez \(2024\)](#), [Sušánka & Partneři \(2024\)](#) či [Partners \(2024\)](#). Investiční poradce může být velice nápomocen, a to zejména pro klienty bez větších zkušeností, informací či zájmu o investování, což nakonec dokládá i průzkum České asociace společností finančního poradenství a zprostředkování (CASF) provedený v květnu roku 2022 ([Peníze.cz, 2024a](#)). Prostřednictvím internetového nástroje na reprezentativním vzorku čítající více než 1000 respondentů bylo zjištěno, že více než třetina Čechů má svého investičního poradce. Vedle konzultací o životním pojištění, pojištění domácnosti a nemovitosti, či hypoték, stále více akcentují investice, o které v roce 2022 při akcelerující inflaci významně narostl zájem. 80 % procent respondentů vyjádřilo spokojenost s prací poradců, což indikuje ve vztahu mezi poradcem a klientem významnou důvěru. Přibližně stejný podíl klientů vyjadřuje sympatii k dlouhodobějšímu vztahu, poradenské služby tak využívají opakovaně.

Značná část obyvatelstva ČR však plánuje své finanční aktivity „po vlastní ose“. Respektive, přibližně čtvrtina lidí spoléhá na finanční rady partnera či partnerky. Nemalá část (cca 25 %) spoléhá na „zdravý selský rozum“, finance řídí spíše **intuitivně**. Věří, že se ve finančním světě, potažmo světě investic, zorientují sami, a to prostřednictvím informací z webů finančních institucí či ze specializovaných nezávislých webů ([Peníze.cz, 2024a](#)).

Dovolím si tvrdit, s podporou výstupu výzkumu o aktivně spravovaném finančním plánu pouze u 14 % dotázaných, že část obyvatelstva řídí své finanční aktivity vlastními silami zbrkle, nahodile, bez větší znalosti a zkušenosti s financemi, což může vést k neuváženým finančním, potažmo investičním rozhodnutím. Tito lidé by měli, zejména v jejich ranné fázi investování, vyhledat odbornou pomoc. Na druhé straně oněch výše zmíněných aktivních 14 %, a dalších 21 % s finančním plánem sestaveným, i když zejména intuitivně, mohou či jsou otevření sběru dalších informací, použití sofistikovanějších nástrojů finanční, respektive investiční praxe.

Tito lidé by mohli používat, a někteří používají, aplikace či další přidružené služby, které napomáhají k činění investičních rozhodnutí. Mezi nejrozšířenější (mobilní) aplikace patří [XTB \(2024\)](#), [eToro \(2024\)](#), [Revolut \(2024\)](#), [Degiro \(2024\)](#) či kryptoměnová [Binance \(2024\)](#). Řada aplikací obsahuje i pokročilejší investiční analýzy, které mohou být zejména po zkušenějšího investora nemalým přínosem. Nezapomínejme ani na stále se zdokonalující aplikace bankovních institucí (ČSOB,

Moneta Money Bank, Raiffeisenbank, Česká spořitelna, Air Bank, či Fio banka), které stále rozšiřují možnosti online investičních aktivit ([ThinkEasy, 2024](#)).

Speciálním případem jsou pak digitální investiční platformy poskytující zautomatizované procesy tvorby investičního portfolia a jeho revize, většinou jen s malým přispěním investora v podobě vyplnění nenáročného dotazníku ohledně základních preferencí (postoj k riziku apod.). Průkopníkem služby **robo-advisory** na českém trhu je [Portu \(2024b\)](#)¹⁰, kterému významně sekunduje [Fondee \(2024b\)](#)¹¹. Nová aplikace, dokonce edukativní povahy, je [MaxInvest \(2024\)](#)¹².

Co z této analýzy vlastně vyplývá pro další postup? Investiční aktivity prováděny ve spolupráci s finančním, investičním poradcem, jsou vesměs saturovány. Na druhé straně investování nabírá stále na síle, což může tento stav lehce narušit. Investiční poradci však musí jít s dobou, a být na tuto skutečnost mentálně i odborně připraveni. Značnou roli hrají a budou hrát aplikace, které jsou sice stále vylepšovány, avšak mohou mít pro řadu investorů nepříjemné limity. Některé aplikace jsou zaměřené pouze na úzký okruh investičních instrumentů, jiné nenabízejí dostatečné analytické nástroje. Slabina robo-advisorů může být v nedostatečné personalizaci, potažmo v úzké škále nabízených portfolií. Tedy větší prostor pro utváření metodologických postupů se ukazuje u přístupu jdoucí vlastní cestou, poradenstvím povětšinou nedotčenou. Ať se jedná o etablované přístupy „nalinkovaných“ finančních, potažmo investičních plánů, či spíše intuitivně založené procesy, vidím v tomto prostoru otevřené možnosti k revizi stávajících přístupů, či dokonce k jejich významnému rozšíření. Nakonec uživatelé aplikací také nedrží v ruce „všemocný“ nástroj, často jen vykonávající technickou podporu obchodování, což otevírá dveře dalším rozšiřujícím metodickým přístupům.

Na základě výše provedeného rozboru si dovoluji tvrdit, že je na poli investování rozhodně prostor pro nové přístupy a metody napomáhající k přijetí reprezentativního investičního rozhodnutí. Vydejme se tedy na cestu jejich poznání...

¹⁰ Pro bližší seznámení s platformou Portu skrz analýzu její výkonnosti ve srovnání s podílovými fondy vizte článek [Pokorného \(2024\)](#), či slyšte v podnětném rozhovoru se šéfem Portu na [Stream \(2024\)](#).

¹¹ Pro bližší seznámení s platformou Fondee vizte rozhovor s šéfem J. Hlavsou na [Forbes \(2024a\)](#).

¹² Podrobnosti o vstupu MaxInvest na český trh vizte u [Holzmana \(2024\)](#).

2.3.2 Jednokriteriální techniky kapitálového trhu

Investiční instrument vykazuje řadu vlastností. Může se jednat o výnos, riziko, likviditu, poplatky, vnitřní hodnotu, či různé technické indikátory. Vedle těchto individuálních vlastností lze identifikovat řadu dalších faktorů spíše obecněji vázaných ke kapitálovému trhu, ekonomické situaci či osobnímu postoji jedince.

Fundamentální analýza je jedna z možných analýz investičního instrumentu obchodovaném na kapitálové trhu (Veselá, 2019). Je založena na principu určení vnitřní (správné) hodnoty aktiva, resp. akcie (Williams, 1938), která je porovnávána s hodnotou tržní. K výpočtu vnitřní hodnoty mohou být využity různé mikroekonomické ukazatele, jako je dividenda, zisk či účetní hodnota. Asi nejpoužívanější jsou dividendové diskontní modely (Gordon, 1962), pracující právě s dividendou a jejím vývojem. Dále jsou vyvinuty ziskové, cash flow modely a další (Damodaran, 2006; Peters, 1991).

Technická analýza je patrně nejstarší¹³ metodika zabývající se vývojem cen cenných papírů, měn či komodit, která se snaží identifikovat trendové chování (Rhea, 1932). Analýza využívá grafické metody (candle stick atd.) a technické indikátory (klouzavé průměry, oscilátory apod.).

Předmětem zkoumání **psychologické analýzy** není investiční instrument, nýbrž člověk, lidský faktor v procesu investování, a impulzy vyvolávající určité chování. Metodika vychází z Le Bonovy psychologie davu (LeBon, 1896), ve které jsou vlastnosti jedinců potlačeny. Rozum ustupuje do pozadí, city jsou přednější. Pouze silné osobnosti nepodlehnu davové psychóze. Existuje několikero koncepcí obchodování podle psychologické analýzy formulované například A. Kostolanym (1998) či J. M. Keynesem, kompilováno pak Walshem (2021).

Výše uvedené koncepce jsou prakticky **jednokriteriálními** přístupy. Vždy se jedná o určitý faktor, charakteristiku spojenou s investičním instrumentem, trhem či chováním jedince. Samozřejmě je možné se na základě i jednoho faktoru či ukazatele rozhodovat o investici. Nakonec s vnitřní hodnotou akcie, či grafickou/technickou analýzou kurzu aktiva se poměrně často pracuje. I kdybychom vzali v úvahu vícero faktorů představených analýz, stále by se jednalo o diskrétní hodnocení investičních variant, bez nápomocnějšího postupu k tvorbě portfolia, tedy stanovení konkrétních podílů uvažovaných aktiv. Tyto nástroje tak mohou spíše sloužit jako nástroj

¹³ Poprvé aplikovaná na rýžových trzích v Asii v 18. století (Brada, 2000).

„předvýběru“ vhodných investičních instrumentů, jejich výstupy případně jako dílčí vstupy následného sofistikovanějšího procesu optimalizace složení portfolia.

Dlužno podotknout, že uvedené koncepty vykazují i určité nedostatky, které limitují jejich užití. Díky nutnosti dividendy, či měřitelnosti ekonomického zisku společnosti, lze fundamentální analýzu prakticky využít pouze pro akciové tituly. Technická analýza je využitelná pro širší škálu investičních instrumentů ohodnotitelných jejich tržní cenou. Avšak zejména grafické výstupy, a jejich interpretace, může být zatížena značnou subjektivitou, která může vést k falešným obchodním signálům. Psychologická analýza je v investiční praxi spíše vzácným doplňkem. K jejímu úspěšnému využití jsou často nutné vrozené predispozice.

Suma sumárum, tyto analytické koncepty jsou vhodné pro jednostranné hodnocení vybraných investičních instrumentů, na základě kterého lze učinit spíše zjednodušené investiční závěry. Samy o sobě nemohou sloužit pro komplexní analýzu, potažmo reprezentativní vytvoření investičního portfolia. Naše cesta tak musí pokračovat dále...

2.3.3 Vícekriteriální přístupy: cesta od mean-variance modelu

Kde jinde započít výzkum než v moderní teorii portfolia, za jejichž principy dostal H. Markowitz Nobelovu cenu. Stavebním kamenem je **mean-variance** model konvexního kvadratického programování (Markowitz, 1952, 1959) reflektující dvě patrně nejdůležitější charakteristiky investice – výnos a riziko. Očekávaný výnos aktiva je měřen průměrem z historických pozorování výnosů, riziko je pak vyjádřeno jejich rozptylem. Řešením matematického modelu je investiční portfolio, tedy kvantifikace podílů jednotlivých aktiv. Vyčísleny jsou úrovně dvou výše zmíněných charakteristik. Vyžadovaným vstupem jsou historické údaje o výnosu a riziku (mean a variance) na straně jedné, a referenční hodnota o výnosu, příp. rizika na straně druhé. Při různých úrovních výnosu/rizika, je vykreslena eficientní hranice zobrazující všechny dosažitelné efektivní kombinace výnosu a rizika investičního portfolia.

Výhodou modelu je jeho snadná technická aplikovatelnost za přispění standardního optimalizačního programu. Není však tajemstvím, že i H. Markowitz spatřoval u prvotního konceptu určité neduhy. Nejožehavějším aspektem modelu je zcela jistě technika měření rizika. Jak známo, rozptyl (variance) je determinován jak odchylkami pozitivními, tak negativními od průměrné úrovně. Identický eliminační postoj k pozitivním i negativním odchylkám vzbuzuje pochopitelnou nevoli napříč odbornou komunitou. Investiční protimluv nenechávají bez povšimnutí mnozí, za

všechny [Swisher a Kasten \(2005\)](#). Dalším aplikačním omezením může být implicitní stochastický předpoklad normality výnosů. Na jednu stranu je třeba říci, vím i z vlastní zkušenosti, že rozdělení výnosů může být významně podobné normálnímu, viz moje práce ([Borovička, 2020b](#)). Na druhou stranu je řada empirických studií, u kterých platí opak, od [Simkowitze a Beedlese \(1980\)](#) po [Borovičku \(2022b\)](#). Rozdělení výnosů aktiv je povětšinou špičatější a s „tlustšími“ konci. Za účelem zamezení zkreslení výstupů, tedy složení portfolia s jeho charakteristikami, by mělo probíhat statistické či vizuální testování. Pro eliminaci hlavních nevýhod byly navrženy různé semi-odchylkové¹⁴ koncepty měření rizika penalizující pouze negativní odchylky ve variabilitě výnosu (např. [Butler a Joaquin, 2002](#) či [Stevenson, 2001](#)). Jeden z konceptů je drawdown¹⁵ míra rizika, případně její variace ([Grossman a Zhou, 1993](#); [Cheklov a kol., 2004](#)). Tento indikátor rizika je založen na maximální a minimální hodnotě aktiva ve sledovaném období. Kalkulace i interpretace je tak snadná. Další uživatelsky přívětivý koncept měření rizika je absolutní ([Konno a Yamazaki, 1991](#)), resp. semi-absolutní odchylka ([Chiodi a kol., 2003](#)). Průměrná (negativní) odchylka od střední hodnoty výnosu je veličina snadno interpretovatelná. Měření rizika těmito lineárními koncepty zamezuje reflexi ovlivňování vývoje ceny, resp. výnosu aktiv mezi sebou, čímž významně oslabuje původní diverzifikační ideu. Intenzita nedostatku je odvislá od konkrétního investičního případu, respektive konkrétní podoby vstupujících dat. Tento možný nedostatek je odstraněn myšlenkou semikovariance ([Markowitz, 1952](#)), kterou dále rozpracovala a diskutovala řada dalších výzkumníků, např. [Ang a Chua \(1979\)](#), [Balzer \(1994\)](#), [Venkataraman \(2021\)](#) nebo [Borovička \(2022b\)](#). K prvotní formulaci mean-semivariance modelu dochází v článku ([Ballestero, 2005](#)). Navíc je tento model smířlivější k výnosové asymetrii. Na druhou stranu je výpočetně složitější, což způsobuje zejména určení matice semivariancí a semikovariancí. Výčet mean-risk modelů může uzavřít mean-CVaR koncept reflektující očekávanou ztrátu převyšující předem stanovenou kritickou hodnotu výnosu, resp. ztráty ([Artzner a kol., 1999](#); [Kang a kol., 2020](#)). Ať už v rámci myšlenky mean-risk, či mimo ni, můžeme měřit riziko investice prostřednictvím dalších deskriptivních statistik, variačního koeficientu či variačního rozpětí ([Indeed, 2024](#)). Investor také může sledovat počet cenových propadů, respektive pravděpodobnost ztráty ([Windham Portfolio Advisor](#),

¹⁴ (ang.) *semi-deviation*; Obvykle se nepřekládá doslovně z anglického jazyka. Z věcné podstaty konceptu se vyjadřuje jako negativní odchylka.

¹⁵ Pro srozumitelnost v odborných kruzích se pojem nepřekládá.

2024). Alternativnějším způsobem pak může být koncept stochastické dominance (Hadar a Russell, 1969).

Způsob měření rizika, jak vidno, je pod značným drobnohledem. Ale co výnos a jeho technika měření? Je aritmetický průměr jedinou možností? Má smysl přemýšlet o jiné technice? Donedávna literární záběr v této oblasti nebyl příliš široký. Na jedné straně je pochopitelné uchýlování se k triviálně spočitatelné charakteristice. Na druhé straně tímto zjednodušujícím krokem můžeme přicházet o důležité aspekty chování hodnoty aktiva, jako je trendovost či nestabilita, o které bude detailněji pojednáno níže. Volba jiné techniky, například geometrický průměr, detailněji viz níže, může otevírat nový interpretační význam, potažmo pohled na výnosovou charakteristiku.

Zkusme tak nejprve nahradit aritmetický průměr geometrickým, o čemž uvažuje řada zdrojů, např. Thakur (2024). Rozdílná míra průměru poskytuje rozdílné vnímání výnosu. Pokud chceme zaznamenat solitérní, bez vzájemných závislostí, například roční, (očekávaný) výnos v rámci předem stanoveného období, počítáme ho aritmetickým průměrem. Pokud však chceme vzít v potaz v rámci sledovaného období kontinuální vývoj, hodnotové rozdíly mezi roky, pak je namístě kalkulovat průměr geometrický. S tím pak souvisí i případné užití logaritmického výnosu, a to zejména z pohledu časově spojitého výpočtu výkonnosti aktiva (Gundersen, 2022). Při formování očekávaného výnosu bychom neměli zapomínat na jeho jednu poměrně specifickou vlastnost, a to trendovost. Trendové chování je možné analyzovat, kvantifikovat pomocí stěžejního konceptu technické analýzy, klouzavých průměrů (Burns a Burns, 2020), případně ekonometrických, dekompozičních, technik (Hyndman a Athanasopoulos, 2021).

Alternativou pro odhad očekávaného výnosu mohu být také (stochastické) ekonometrické modely, jako je nejobecnější ARIMA (Hayes, 2024a; Dong a kol., 2020; či Wadhawan a Singh, 2019). Nakonec nelze nezmínit v poslední době se významněji vyvíjející koncepty machine, potažmo deep learning, respektive přístupy na bázi neuronových sítí, např. v práci Chena a kol. (2021) či Ma a kol. (2021). Dokonce zaznamenáváme měření, odhad, výnosu přístupy pracujícími s kombinací uvedených konceptů, například ARIMA a deep learning (Li a kol., 2020b), ARIMA a neuronové sítě (Kumar a Thenmozhi, 2012b), případně „superkombinace“ ARIMA, neuronových sítí a modelů podmíněné heteroskedasticity (Kumar a Thenmozhi, 2012a).

At' už je použita jakákoliv míra rizika, případně výnosu, stále není odstraněn jeden z několika aplikačních nedostatků. Rozhodovacích kritérií je většinou podstatně více,

ač tedy výnos a riziko jsou patrně nejdůležitější. Pro zachycení dalších kvantitativních, případně i kvalitativních faktorů by musel být model podroben významné revizi, respektive rozšíření. Ve výčtu nedostatků pro komplexní rozhodování bych mohl pokračovat. Naprosto zásadní problém vidím v předpokladu neměnnosti sledovaných charakteristik v čase. Navíc míra všudypřítomné nejistoty je v čase měnlivá. Dynamika vývoje cen, respektive výnosů tak vykazuje známky nestability. S tím prakticky souvisí neřidké trendové chování hodnoty aktiva, které je také podněcováno autokorelačními mechanismy. Kromě toho může být přesné určení pravděpodobnostního rozdělení výnosu, pod vlivem mnoha ekonomických, politických, regulačních nebo psychologických faktorů, velmi obtížné (Liu a Zhang, 2013).

2.3.4 Přibližný výnos, vágní preference, nestabilní dynamika ve světle fuzzy teorie

Za účelem postižení výše zmíněných stěžejních aspektů vývoje cen na kapitálovém trhu jsem se rozhodl využít aparátu teorie fuzzy množin. A proč jsem vlastně nešel stochastickou cestou? Zaprvé, jak bylo zmíněno výše, určení pravděpodobnostního rozdělení výnosu aktiva nemusí být jednoduché, může pak docházet k neadekvátní aproximaci reality. Dále, dle mého názoru, je velice troufalé označit vývoj ceny investičního instrumentu za náhodný, respektive výnos jako náhodnou veličinu, navíc s konkrétním pravděpodobnostním rozdělením s neměnnými parametry. Náhodná procházka ceny, resp., výnosu je nezřídka kdy narušena očividným nadhodnocením či podhodnocením aktiva. Efektivita trhu pokulhává, na což souhlasně reaguje řada autorů, např. Shleifer (2000) či Gârleanu a Pedersen (2018). Jak připomíná Liu a kol. (2018a) nebo Li a kol. (2019), výnos je nevyhnutelně ovlivňován řadou nepravděpodobnostních aspektů, tedy sociálních, politických, ekonomických, psychologických či přírodních. Navíc často přítomný trendový vzorec chování ceny aktiva poukazuje na její sekvenční závislost (Borovička, 2023). Koncept fuzzy výnosu do značné míry „pravděpodobnostní“ patálie upozaduje.

Fuzzy vyjádření je vstřícnější k postižení nejasné, neurčité, nejednoznačné reality. Nejedná se však o ekvivalentní přístup ke stochastickému, nýbrž zachycení jiné části neurčitosti. Neomezuje se tak na nejistotu výskytu nějaké události, jak je tomu v konceptu pravděpodobnosti. Měří míru, s jakou událost nastane. Odpadá někdy nelehké určení pravděpodobnostního rozdělení. Na druhé straně je třeba určit funkci příslušnosti, pro což sice známe mechanismy, avšak také nemusí být proces zcela triviální. Její tvar však může být lineární, což zejména výpočtové operace významně

zjednodušuje. Obecně lze říci, že práce s fuzzy elementem je potenciálně jednodušší než se stochastickým. Nakonec, přes všechny výše zmíněné překážky, pokud bychom se vydali klasickou „pravděpodobnostní“ cestou, pro vytvoření investičního portfolia by byl patrně využit známý koncept (vícekriteriálního) stochastického programování (Contini, 1968; Shapiro a kol., 2021; Ntaimo, 2024). Řešení matematického modelu se stochastickými elementy může být nalezeno pomocí scénářové analýzy, respektive Monte Carlo optimalizace (Prekopa, 1999; Dlouhý a kol., 2007), potažmo dynamického (Bertsekas, 1987; Marti a kol., 2004), resp. chance-constrained programování (Charnes a Cooper, 1959). Jedná se tak o složitější proces oproti fuzzy modelu, který lze často poměrně snadno modifikovat do striktní¹⁶ formy s následným přívětivým procesem hledání řešení. Výstupy jsou jednoduše interpretovatelné, v případě potřeby ve své zjednodušující „defuzzifikované“ podobě.

Navíc, nejde však jen o přibližné kvantitativní charakteristiky investice (výnos atp.). Fuzzy množina dokáže opsat, kvalitativně vyjádřené charakteristiky, zejména pak lingvisticky. Význam slov totiž dokáže, prostřednictvím konceptu lingvistické proměnné¹⁷, což je pro integraci do matematických modelů naprosto stěžejní. Pozadu nezůstává ani problém vágních, nejednoznačných preferencí investora, které se navíc v čase, v průběhu rozhodování, mohou měnit. Opět, fuzzy čísla, potažmo fuzzy relace, omezení¹⁸, dokáží tuto typickou skutečnost na kapitálovém trhu zohlednit. Ryze nepravděpodobnostní elementy by pak byly integrovány do stochastické struktury, což by vedlo na kombinovaný model se stochastickými a fuzzy prvky. Hledání řešení takového modelu, nutno podotknout nemálokdy nepřesně opisujícího investiční realitu, je pochopitelně složitější.

Důvody pro výhradní užití aparátu teorie fuzzy množin jsou tak více než jasné. Přesto si ještě dovoluji drobný návrat k myšlence kombinace stochastických a fuzzy procesů, které se v rámci uvažovaného systému mohou vyskytovat jak odděleně, tak se mohou prolínat (pravděpodobnostní rozdělení s fuzzy parametry apod.). Hybridní přístup fuzzy stochastických procesů je prvně prezentován Hulsurkarem a kol. (1997). S odstupem souhrnně o těchto přístupech obecně pojednává Sakawa a kol. (2011). Využití při rozhodování na kapitálovém trhu pak demonstruje Dutta a kol.

¹⁶ (ang.) *crisp*, případně *strict*; vyjádření v podobě přesného čísla či vztahu

¹⁷ Více o konceptu lingvistické proměnné vizte v kapitole 5.2.5.

¹⁸ Více o fuzzy elementech (relace, omezení, ...) vizte v kapitole 5.2.3.

(2018), Jo a kol. (2024) či Moussa a kol. (2014). V duchu výše zmíněného, kombinovaný model se více či méně odvrací od uživatelské přívětivosti, a to nejméně analytickému „vykonavateli“. Modely jsou složitější, způsob jejich řešení jakbysmet. Ztrácí se mnou ctěný balanc mezi schopností vystižení reálného případu a uživatelskou přívětivostí.

Na tomto místě si ještě speciální prostor zaslouží stěžejní charakteristika investice, výnos. Pro její hodnotovou nejednoznačnost, je vyjádřena ve formě fuzzy množiny, resp. fuzzy čísla. Koncept fuzzy výnosu je rozpracován v řadě odborných publikacích. Články lze rozdělit prakticky do dvou skupin podle tvaru funkce příslušnosti fuzzy čísla. Některé používají trojúhelníkový (Azar a kol., 2010; Chen a Huang, 2009; Qin a kol., 2009; Qin a kol., 2011; Li a kol., 2009; Duan a Stahlecker, 2011; Mandal, 2024), jiné zase trapezoidální tvar (Carlsson a kol., 2002; León a kol., 2004; Fang a kol., 2006; Mashayekhi a Omrani, 2016; Liagkouras a Metaxiotis, 2018; Mansour a kol., 2019; Pahade a Jha, 2021). Občasně se vyskytuje jiný tvar fuzzy čísla, jak je tomu u Verchera (2008), Zhanga a kol. (2010) či Saborido a kol. (2016), který využívá LR-fuzzy číslo, tedy formu vyznačující se levostrannou a pravostrannou nelineární funkcí trojúhelníkové či trapezoidální formy. Dalším, spíše vzácným, nelineárním případem může být forma S-křivky, která je integrována do optimalizační investiční procedury Gupta a kol. (2010). Ve většině případů časopiseckých publikací je koncept fuzzy výnosu zasazen do představované metodiky fuzzy optimalizace pro tvorbu investičního portfolia. Pak se k fuzzy výnosu, jakožto dílčímu konceptu, přistupuje spíše okrajově, což se projevuje v absenci podstatných informací týkající se zejména geneze parametrů příslušného fuzzy čísla přibližný, nejednoznačný výnos opisující, např. u Li a kol. (2010), Qina a kol. (2011), či Fanga a kol. (2006). Chybějící informaci ani nezachraňuje praktická část, která je v řadě článků spíše ilustrativní, tedy bez investičního příběhu, se vstupujícími hodnotami „spadlých z nebe“, např. u Li a kol. (2009), Qina a kol. (2011), Duana a Stahleckera (2011), Azara a kol. (2010) či Zhanga a kol. (2010). Chabé či žádné vysvětlení vstupujících parametrů je významným, až nepochopitelným nešvarem. Přeci volba historického období, samotný výběr investičních instrumentů či geneze parametrů použitých fuzzy čísel naprosto zásadně ovlivňuje výsledek. Myslím si tedy, že by čtenář měl být seznámen s původem těchto atributů. Ač jsou tyto odborné práce i ve velmi kvalitních časopisech (Applied Soft Computing, Expert Systems with Applications apod.), považuji je za metodologicky nedostatečné až nedůvěryhodné. Ilustrativní příklad zcela odtržený od investiční reality nemůže demonstrovat aplikační sílu navržené metodiky. Avšak zrovna výše jmenovaný článek Verchera (2008) implementující

nelineární formu fuzzy čísla obsahuje i pojednání o genezi jeho čtyř parametrů založené na statistických údajích, konkrétně percentilech. Obdobně postupuje [León a kol. \(2004\)](#), kteří stanovují parametry trapezoidálního fuzzy čísla jako v pořadí 5%, 25%, 75% a 95%-percentil. Percentilový kvartet pak podává informaci o tendenci vývoje, potvrzenou upozaděním okrajových úrovní. Nakonec i [Pahade a Jha \(2021\)](#) alespoň stručně vysvětlují genezi tentokráte expertního odhadu parametrů trapezoidálních fuzzy výnosů náhodně vybraných akcií obchodovaných na Bombajské burze.

Výše akcentovaný metodologický nedostatek alespoň otevírá značný prostor pro mou vědeckou kreativitu, jak je detailně předvedeno v [kapitole 6.1](#). Jak bylo naznačeno výše, můj navržený koncept pracuje jak s trendovostí vývoje ceny, potažmo výnosu investičního instrumentu, portfolia, tak jeho nestabilním dynamickým vývojem. Prvně jmenovaná idea je realizována za přispění konceptu klouzavých průměrů ([Edwards a kol., 2018](#)), druhá pak prostřednictvím unikátně integrované nejednoznačnosti parametrů příslušného fuzzy čísla, a to prostřednictvím techniky absolutních negativních odchylek, což má již dočinění s vyjádřením rizikovosti investice. Koncept, nazvěme jej **nestabilní dynamikou**, pracující s nestabilní neurčitostí, tedy fuzzy číslem s měnlivými parametry, který unikátně kombinuje stěžejní vlastnosti výnosu, trendovost, dynamiku a nestabilitu, resp. nejistotu, je navržen v [kapitole 6.1](#) a [6.2](#).

2.3.5 (Nejen) interaktivní fuzzy metody vícekriteriální optimalizace

Dostali jsme se do cílové rovinky metodické cesty podpory investičního rozhodování, která je, nutno říci, poměrně dlouhá. Jak bylo řečeno už výše, faktorů ovlivňujících rozhodnutí o investici může být celá řada, kvantitativní či kvalitativní povahy. Některé aspekty ovlivňují rozhodování více, jiné zase méně. Kapitálový trh je prostorem nejistých, někdy těžko předvídatelných projevů. I díky tomu může být investor nerozhodný, s nejistými, pouze orientačními preferencemi, které se navíc v průběhu procesu mohou přirozeně utvářet, zejména v aktivním pojetí tvorby investičního portfolia.

Za účelem naplnění cíle navržení komplexní metodické podpory investičního rozhodování, s akcentem na vytváření investičního portfolia, se dostáváme přes jednodušší jednokriteriální modely ke složitějším vícefaktorovým modelovým strukturám vícekriteriální optimalizace, která se začíná mohutněji rozvíjet v 50., potažmo 60. letech minulého století. Dle [Fialy \(2013\)](#) lze modely, respektive metody

vícekriteriálního programování rozdělit na *bez informace*, *s informací apriori*, *aposteriori* či *průběžnou informací*. Jde o to, jestli, a případně kdy přichází v rámci rozhodovacího procesu dodatečná preferenční informace od rozhodovatele (investora). Mezi koncepty, potažmo metody s informací apriori můžeme zařadit přístupy pracující s funkcí užitku (Keeney & Raiffa, 1993; nebo Marler & Arora, 2010), lexikografický přístup (Ojha & Biswal, 2009), potažmo cílové programování (Greco a kol., 2016). stejně tak koncepty pracující s preferenční relací (Wang a kol., 2017). Jedna metoda za všechny využívající aposteriorní informaci je vícekriteriální simplexová metoda, případně další (odvozené) koncepty (Mueller-Gritschneider a kol., 2009). Řada metod je přizpůsobitelná situaci, kdy od rozhodovatele nepřichází žádná dodatečná preferenční informace (prostřednictvím stejné váhy kritérií apod.).

Investor předává preferenční informace o výnosu, postoji k riziku a dalších faktorech investici ovlivňujících, na počátku procesu. Neradno však zapomínat, že se pohybujeme v prostředí nejistém, stále se vyvíjejícím. Není tak divu, že i samotné preference investora se vyvíjí, a to nejen v průběhu investičního období, ale také při tvorbě investičního portfolia. Děje se tak na základě postupně zjišťovaných skutečností (nejen) o potenciálně vhodných investičních instrumentech, či prvotních investičních doporučení. Vývoj preferencí je také utvářen spleťostí hodnotících hledisek, které ve své (hodnotové) podstatě jsou si často oponentní, protichůdná. Orientace v takové situaci nemusí být snadná. Postupné utváření osobního preferenčního profilu je tak přirozené. Nejlepším nástrojem tento stav reflektující jsou právě **interaktivní metody**, které umožňují kontinuální revizi ke stanovení kýženeho cíle, případně mohou akceptovat jen prvotní na počátku vyřčenou informaci. Interaktivní metody vícekriteriálního programování se začínají vyvíjet zejména v 70. letech minulého století, což dokládá navržení Geoffrion-Dayer-Feinbergovy (Geoffrion a kol., 1972) či Zionts-Walleniusovy metody (Zionts a Wallenius, 1976), potažmo metody STEM (Benayoun a kol., 1971). Tyto a další metody jsou sumarizovány Zapounidisem a Pardalosem (2010). Prvně zmiňovaná metoda pracuje s funkcí užitku, potažmo explicitně vyjádřenou substitucí hodnot kritériálních funkcí¹⁹. Uživatelsky, algoritmicky, náročný postup skýtá i metoda Ziontse a Walleniuse pracující s implicitně vyjádřenou užitkovou funkcí, vyžadující posouzení generovaných měř substituce rozhodovatelem. Další metody vykazující

¹⁹ (ang.) *objective function*; Překládá se možná lehce nešťastně jako *účelová funkce*. Dle mého názoru je lepší vyjádření *kritériální funkce*, které bude v textu používáno.

dlouhý, poměrně komplikovaný postup, či požadující těžko dosažitelné informace ze strany rozhodovatele, jsou k nalezení například v souhrnném díle [Miettinen \(1998\)](#). Uživatelsky podstatně přívětivější jsou metody, které nevyžadují od uživatele přesnou míru záměny hodnoty jedné kritériální funkce za hodnotu jiné kritériální funkce, nýbrž potřebují rozdělení kritériálních funkcí s akceptovatelnou a neakceptovatelnou hodnotou s patřičným intervalem pohybu jejich hodnot. Průkopníkem metod s implicitně vyjádřenou hodnotou záměny je metoda STEM používající optimalizační koncept minimalizace vzdálenosti od ideálního řešení, která se dočkala své zásadnější modifikace [Laiem a Hwangem \(1996\)](#) v podobě KSU-STEM, případně pak [Roostaeem a kol. \(2012\)](#). Další metody operující s progresivní informací na sebe nenechaly dlouho čekat. Jedná se o koncepty vyvinuté [Chankongem a Haimesem \(1983\)](#), či [Steuerem a Chooem \(1983\)](#). Novější interaktivní metody můžeme nalézt nejen ve výše zmíněné publikaci [Zapounidise a Pardalose \(2010\)](#), ale také později principiálně sumarizujícím díle [Xina a kol. \(2018\)](#).

„Standardní“ interaktivní metody vícekritériální optimalizace však pro naše investiční účely nestačí. Již výše bylo důvodně sděleno, že se v modelu bude vyskytovat fuzzy výnos, případně další charakteristiky nepřesné svou hodnotou, potažmo obecně vyjádřením. Než přejdeme k inkriminovaným fuzzy metodám, dovolme si drobnou odbočku k výše „zatraceným“ přístupům se stochastickými elementy. Stochastické interaktivní metody se vyvíjí od 80. let minulého století. Snad za všechny ranné počiny se sluší zmínit metodu [Teghema a kol. \(1986\)](#). Moderní stochastické metody jsou pak vyvinuty, povětšinou k různým praktickým účelům, [Balibekem a Köksalanem \(2012\)](#), [Köksalanem a Sakarem \(2016\)](#), [Wangem a kol. \(2016\)](#), či [Liem a kol. \(2021\)](#). Samozřejmě portfolio stochastických metod vícekritériální optimalizace bez interaktivní procedury je podstatně košatější, jak dokládá shrnující dílo [Adeyefa a Luhandjuly \(2011\)](#) doplněné počiny nedávné doby zastoupené [Kasrim a Bellahcenem \(2021\)](#) či [Bellahcenem a Marthonem \(2021\)](#).

Po krátké přehledové odbočce můžeme pokračovat v hlavním směru metodologického výzkumu zaměřujícího se na metody vícekritériální optimalizace s vágními (fuzzy) prvky s progresivní (průběžnou) informací. Matematické programování s fuzzy elementy bylo prvně prezentováno [Zimmermannem \(1978\)](#). Prvotní **algoritmy fuzzy vícekritériálních metod** většinou pracovaly s trojúhelníkovými fuzzy čísly²⁰, například vyvinuty [Tanakou a Asaiem \(1984\)](#) či

²⁰ Více o konceptu trojúhelníkového fuzzy čísla vizte [kapitulu 5.2.4](#).

Luhandjullou (1987). Použití trojúhelníkové, potažmo trapezoidální formy²¹ fuzzy čísla je nejčastější. Objevuje se tak v řadě dalších algoritmů, resp. publikacích, a to jak ve své ryzí, původní podobě (např. Gupta a Bhattacharjee, 2010), tak v intervalovém²² pojetí (Li, 2019; Kamal a kol., 2021). Jsou však i komplexnější práce, zastoupené Wuem a kol. (2006), které vyvíjí algoritmické postupy hledání řešení fuzzy vícekriteriálního modelu pro různé tvary funkce příslušnosti²³. V 80. letech 20. století dynamicky se rozvíjející cílové programování také bylo „zasaženo“ vlivem fuzzy modelování, což se ranně odráží v díle Narasimhana (1980). Značný vývoj fuzzy cílového programování je zaznamenán v práci Aouniho a kol. (2009). Dle bibliometrického rozboru Karimi a kol. (2022) je cílové programování nejužívanější technikou fuzzy metod vícekriteriální optimalizace. Naznačuje tak široké aplikační využití fuzzy přístupu cílového programování, například v logistice (Niksirat, 2022) či finančnictví (Yu a kol., 2021). Příbuzné fuzzy metody jsou založeny na přibližných aspiračních úrovních, které například představují Badhotiya a kol. (2019) nebo Zheng a Brikaa (2022). Speciálně by pak mohla býti vyčleněna fuzzy metodika založená na užití principu konstrukce α -řezu, například Nasseriho a Zavieha (2018), kompilované pak u Ghanbariho a kol. (2020).

Konečně se dostáváme k přehledu fuzzy **interaktivních metod** vícekriteriálního programování, které jsou teoretickým středobodem celé habilitační práce. Lze je kategorizovat dle podávání prvotní preferenční informace (vyjma vah kritérií). Rozšíření o proces poskytování průběžné informace rozhodně nemohla nepodlehnout populární technika cílového programování, tentokrát tedy ve fuzzy podobě. Tyto vícekriteriální přístupy často skýtají přibližně vyjádřené cílové hodnoty, v podobě fuzzy čísel, které se na základě následné procedury s revidovaným řešením mohou měnit, zpřesňovat, a to včetně dalších doplňujících preferencí (o důležitosti cílů apod.). Mezi první díla s touto tematikou patří Sasakiho a jeho kolektivu (1990), kteří navrhují postupnou cestu k nalezení nejlepšího kompromisního nedominovaného²⁴ řešení pomocí průběžného preferenčního ohodnocování rozhodovatelem. Postupně byly ve výzkumu akcentovány pro potřeby praxe

²¹ Více o konceptu trapezoidálního fuzzy čísla vizte [kapitolu 5.2.4](#).

²² Koncepty *Type-2*, *hesitant* či *intuitionistic* fuzzy number (spíše neobvykle česky fuzzy čísla *Typu 2*, *hesitantní* či *intuicionistická* fuzzy čísla).

²³ Více o dalších tvarech fuzzy čísel vizte [kapitolu 5.2.4](#).

²⁴ K nedominovanému řešení neexistuje jiné, které by alespoň v hodnotě jedné kriteriální funkce bylo lepší, a v hodnotách ostatních kriteriálních funkcí nebylo horší, a to za nezměněných podmínek.

(logistika, doprava, inženýrství, dodavatelské řetězce) nelineární modely fuzzy cílového programování, jejichž kompromisní řešení bylo hledáno zmíněnou cestou postupné úpravy (nejen) fuzzy cílů, resp. funkcí příslušností příslušných fuzzy množin, resp. čísel, jak postupně ukazuje [Mohan a Nguyen \(1998\)](#), [Huang a kol. \(2006\)](#), [Liang \(2006\)](#), [Abd El-Wahed a Lee \(2006\)](#) či v rozšíření [Singh a kol. \(2017\)](#). Vedle obvyklých trojúhelníkových fuzzy čísel je také využívána trapezoidální forma ([Kundu a Islam, 2019](#)), koncept intuicionistických fuzzy čísel ([Razmi a kol., 2016](#); [Supsermpol and Chiadamrong, 2023](#)), či fuzzy čísel 2. typu ([Dalman a Bayram, 2018](#)).

Jak už bylo předestřeno výše ve striktních konceptech, další významná informace ze strany rozhodovatele může být ve formě aspirační úrovně, která však bude tentokrát zadaná pouze přibližně, což bude mnohdy blíže schopnostem uživatele. Z počátku 90. let 20. století známe metodu využívající nejen aspirační úrovně, ale také funkci užítu, kterou navrhl [Rommelfanger \(1990\)](#). Progresivně upravitelné aspirační úrovně také reflektuje přístup [Sakawy \(1993\)](#). Další interaktivní koncept reflektující přibližné aspirační úrovně je od [Słowinskiho \(1990\)](#), který, jako jeho předchůdci, přirozeně transformuje fuzzy model do striktní podoby, a to pomocí dodatečné informace v podobě „parametru bezpečí“. Progresivní přístup založený na postupné úpravě přibližně daných aspiračních úrovní také vyvíjí [Arikan \(2015\)](#), nebo čerstvě [Khalifa a kol. \(2024\)](#). Rozhodovatel se však nemusí orientovat pouze na předem explicitně dané cílové či aspirační hodnoty. Prvotní řešení může být získáno bez preference, či pouze s vyjádřenou důležitostí kritériálních funkcí, která je mimochodem zohledněna takřka ve všech, tedy i výše zmíněných, konceptech. Upřímně řečeno, v interaktivních konceptech se takový přístup hledá velmi těžko. Ale přeci jen [Alavidoost a kol. \(2016\)](#) nabízí interaktivní fuzzy koncept založený na optimalizačním přístupu maximinu opřené o myšlenku Bellmanova²⁵ principu ([Bellman a Zadeh, 1970](#)). Kritériální funkce s fuzzy koeficienty jsou transformovány v duchu principu [Laie a Hwanga \(1992\)](#) do podoby jednostranných trojúhelníkových fuzzy čísel. Podmínky s trojúhelníkovými fuzzy koeficienty jsou pak reformulovány do soustavy třech nerovnic dle [Wanga a Lianga \(2005\)](#).

A jak je vlastně implementována dodatečná informace od rozhodovatele? Řada výše zmíněných konceptů, [Alavidoosta a kol. \(2016\)](#) a další, v rámci interaktivní procedury upravují parametry funkce příslušnosti fuzzy množin opisujících fuzzy kritériální funkce. Úprava fuzzy hodnot však nemusí probíhat jen přes změnu parametrů

²⁵ *Bellmanův princip optimality* je detailněji představen v [kapitole 5.2.6](#).

příslušných fuzzy čísel, ale také přes požadavek na úroveň stupně příslušnosti hodnot jednotlivých fuzzy kriteriálních funkcí. Takový koncept v podobě faktoru spokojenosti a kompenzace²⁶ používá [Jarernsuk a Phruksaphanrat \(2022\)](#). Referenční stupeň příslušnosti průběžně se měnící dle preferencí rozhodovatele je také integrován v přístupu [Zhou a kol. \(2022\)](#) pracujícím s fuzzy čísly 2. typu, potažmo [Kiruthiga a Hemalatha \(2019\)](#) implementující nelineární formy fuzzy čísel.

Je až s podivem, že stávající koncepty neuvažují jinou než striktní preferenci. I když se jedná o průběžný proces, stále rozhodovatel nemusí být schopen se vyjádřit striktně, případně to dělá i záměrně. Fuzzy omezení, tedy omezení s fuzzy parametry, případně s přibližně platícím relačním znaménkem (fuzzy relace), se v některých interaktivních metodikách přesto vyskytují. Nevyjadřují však přibližné, vágní preference, ale spíše neurčitý stav dané skutečnosti, například při plánování dopravy ([Ramzannia-Keshteli a kol., 2019](#)). [Werner \(1987\)](#) dokonce kombinuje striktní s flexibilními omezeními. [Peidro a Vasant \(2011\)](#) používají nelineární funkci příslušnosti v podobě S-křivky. [Ramzannia-Keshteli a kol. \(2019\)](#) se vypořádávají s fuzzy omezeními prostřednictvím „defuzzifikačního“ parametrického programování.

Fuzzy interaktivní metody jsou nyní klasifikačně vyličený jak z pohledu načasování prvotní dodatečné preferenční informace od rozhodovatele, tak způsobu provedení interaktivní změny fuzzy faktoru. Nyní zbývá odhalit, jak jsou vlastně fuzzy modely v (nejen) výše uvedených dílech řešeny. Leccos už však bylo popsáno. Společným jmenovatelem postupů je transformace fuzzy modelu do striktního vyjádření. Při aplikaci Bellmanova principu optimality, respektive užití *maxmin* operátoru, např. viz v [Alavidoost a kol. \(2016\)](#), nedochází k potřebě dodatečné informace. Většina metod však využívá k transformaci, resp. hledání řešení fuzzy modelu koncept α -řezu. Zafixováním stupně příslušnosti na minimální úrovni α snadno převede model do striktní podoby, který je pak již řešen adekvátními metodami lineární či nelineární optimalizace. Interaktivní fuzzy metody vícekriteriální optimalizace využívající tento koncept byly navrženy již na přelomu tisíciletí [Shihem \(2002\)](#), [Liangem \(2006\)](#), či [Abo-Sinnou a kol. \(2006\)](#). Souhrnně lze tyto koncepty spatřit v knižním díle [Kahramana \(2008\)](#). Mezi novější publikace v této oblasti patří [Goudarziho a Ghaffariho \(2020\)](#), [El Sayeda a kol. \(2022\)](#), [Osmana a kol. \(2018\)](#). Nelineární

²⁶ (ang.) *satisfaction a compensation level*

(exponenciální) tvar fuzzy množin využívá koncept [Ehsaniho a kol. \(2017\)](#) a [Elsisyho a El Sayeda \(2019\)](#). Princip α -řezu je prakticky implementován i prostřednictvím různých výše zmíněných „kompenzačních“ či jiných koeficientů, respektive mechanismů striktně určujících stupeň příslušnosti řešení, případně dílčích fuzzy součástí modelu. Stává se tak nejen zprostředkovatelem optimalizace, ale také vykonavatelem preferencí rozhodovatele.

2.3.6 Fuzzy vícekriteriální optimalizace ve financích

Publikací na vytváření, respektive optimalizaci portfolia pomocí fuzzy metod a přístupů vícekriteriální optimalizace existuje celá řada, jak nakonec demonstruje souhrnnější článek [Gulia a kol. \(2023\)](#). Těžko však budeme hledat ve stávající literatuře investiční aplikaci interaktivní formy fuzzy vícekriteriální techniky. Snad jediná vážnější zmínka o tomto progresivním postupu je zakotvena v publikaci [Leóna a kol. \(2000\)](#), potažmo [Leóna a kol. \(2002\)](#), který pracuje s fuzzy modelem s vágními omezeními. Pro vymezení parametrů fuzzy množin je využit duální problém. Na základě požadavků rozhodovatele jsou počítané toleranční parametry upravovány za účelem nalezení složení portfolia dle představ investora.

Nezbývá než tedy hledat inspiraci mezi **fuzzy koncepty bez interaktivní procedury**. V této skupině přístupů je podstatně větší výběr. Zkusme se v ní klasifikačně zorientovat. Někteří autoři používají fuzzy formu mean-variance modelu. Liší se většinou použitým typem fuzzy čísla či metodou pro hledání řešení modelu. Trojúhelníkové fuzzy číslo používá [Azar a kol. \(2010\)](#), [Duan a Stahlecker \(2011\)](#) nebo [Qin a kol. \(2009\)](#), trapezoidální tvar pak [Carlsson a kol. \(2002\)](#) či [Bermúdez a kol. \(2012\)](#). [Watada \(2001\)](#) pak dokonce využívá nelineární logistickou funkci. Řešení fuzzy modelu je hledáno prostřednictvím konceptu α -řezu ([Duan a Stahlecker, 2011](#)), genetického algoritmu ([Bermúdez a kol., 2012](#)), pomocí neuronových sítí ([Azar a kol., 2010](#)), konceptu entropie²⁷ ([Qin a kol., 2009](#)), teorie možností²⁸ reflektující explicitní funkci užitku ([Carlsson a kol., 2002](#)) či různé fáze business cyklu ([Chen a Tsaur, 2015](#)), konečně pomocí Bellmanova konceptu optimality ([Watada, 2001](#)). Řada dalších prací používají Markowitzův model v různě modifikovaných podobách. Krom fuzzifikace

²⁷ Entropii lze chápat jako míru neurčitosti systému. Optimalizační přístupy tuto míru využívající jsou shrnuty [Chandrasekaranen a Shahem \(2017\)](#) či [Fangem a kol. \(2012\)](#).

²⁸ Teorie možností (ang. *possibility theory*) alternativně k teorii pravděpodobnosti (ang. *probability theory*) řeší určité typy nejistot. Používá míry možností (ang. *possibility*) a nutnosti (ang. *necessity*) vyčíslené mezi 0 a 1. Jedná se vlastně o rozšíření teorie fuzzy množin [L. A. Zadehem \(1978\)](#).

tak dochází povětšinou k volbě jiné míry rizika či rozšíření množiny kritérií. [Ruiz a kol. \(2020\)](#) měří riziko prostřednictvím negativní odchylky. Absolutní, respektive absolutní negativní odchylku implementuje [Liu \(2011\)](#) nebo [Qin a kol. \(2011\)](#), respektive [Mandal \(2024\)](#) či [Gupta a kol. \(2008\)](#). Někteří výzkumníci nechali mean-variance v „původní“ fuzzy podobě, avšak přidali často při investičním rozhodování důležitá kritéria. [Chen a Huang \(2009\)](#) přidávají obrat a Treynorův index²⁹. [Liu a Zhang \(2013\)](#) vidí jako stěžejní faktor likviditu. K ní přidává [Liagkouras a Metaxiotis \(2018\)](#) ještě náklady. Nezřídka kdy se počítá s dalšími momenty výnosu – šikmostí ([Li a kol., 2009](#); [Pahade a Jha, 2021](#), [Saborido a kol., 2016](#)) a špičatostí ([Mandal, 2024](#)). Nakonec se využívá i informace o efektivnosti sledovaných investičních instrumentů, která je měřena pomocí modelů DEA ([Mashayekhi a Omrani, 2016](#)). Někteří autoři kombinují dva výše zmíněné přístupy, tedy implementují alternativní míru rizika a zároveň rozšiřují portfolio sledovaných kritérií. Postupně se tak vlastně od původní Markowitzovy ideje modely více či méně vzdalují, zejména pak ty s lineární mírou rizikivosti investice. [Liu a Zhang \(2015\)](#) používá mean-semivariance model reflektující transakční náklady, požadavky na diverzifikaci a další. Například [Gupta a kol. \(2008\)](#), používající absolutní odchylku k měření rizika, rozlišuje krátkodobý a dlouhodobý výnos, akcentuje dividendu, či likviditu. [Mehlawat a kol. \(2020\)](#) využívá k měření rizika varianci a CVaR, reflektuje likviditu. Modely DEA pak využívá k měření efektivnosti generovaných portfolií. [Vercher \(2008\)](#) navrhuje modely pro různé (nelineární) typy fuzzy čísel opisujících výnos, využívajících koncept měření rizika jednostrannou, negativní odchylkou. Model akceptuje krom kritériálních funkcí s fuzzy koeficienty i fuzzy omezení, respektive omezení s fuzzy relačními znaménky.

Další neopomenutelnou skupinu nástrojů optimalizace portfolia tvoří metody využívající konceptu cílového, resp. v našem případě fuzzy cílového programování. Jedná se o publikace [Mohseny-Tonekabonyho a kol. \(2024\)](#), [Dea a kol. \(2018\)](#), [Mansour a kol. \(2019\)](#) či [Denga a Yuana \(2021\)](#). Prvně zmíněný kombinuje cílové programování s modely DEA. U posledně uvedeného za zmínku stojí skutečnost, že krom nesystematického rizika, spojeného s konkrétním instrumentem, potažmo portfoliem, reflektuje i riziko systematické typické pro trh. V empirické analýze využívá atraktivní data z pandemické doby nemoci COVID-19. Jak již bylo zmíněno výše v kapitole 2.3.4, existují i přístupy založené na kombinaci fuzzy a stochastického

²⁹ Treynorův index je výkonnostní koeficient poměřující dodatečný výnos investice k systematickému riziku, více viz [WallStreetPrep \(2024\)](#).

pohledu. Jeden za všechny uvádím fuzzy chance-constrained cílové programování [Messaoudiho a kol. \(2017\)](#).

Nakonec přichází logická aplikačně-metodologická otázka. Jak si stojí **fuzzy metody** při vytváření investičního portfolia složeného z **udržitelných**³⁰ investičních instrumentů. Vlastně z podstaty věci ani nelze příliš očekávat, že by metodologicko-inovativních příspěvků na toto téma existovalo velké množství. Proto budou středem pozornosti vlastně všechny vícekriteriální optimalizační přístupy vyvinuté pro udržitelné investování. Jelikož je ESG indikátorů celá řada, některé publikace vedle spojitě optimalizační techniky na vytvoření portfolia nabízejí diskrétní metodologii na samotný výběr ESG faktorů. Tento proces může být velice příhodný, protože orientace někdy v lehce protichůdných kritériích může být nelehká. [Goodarzi a kol. \(2022\)](#) dokonce nabízí techniku pro stanovení důležitosti ESG kritérií ve formě vah, které jsou následně využity v navržené fuzzy vícekriteriální rozhodovací proceduře pro vytvoření investičního portfolia za podmínek nejistoty. [Wu a kol. \(2022\)](#) představuje „klastrovací“ proceduru za účelem rozdělení ESG kritérií do věcně solitérních celků. Samotná optimalizace portfolia je založená na mean-variance modelu. Podobně přistupuje k proceduře vytváření udržitelného investičního portfolia [Fereydooni a kol. \(2024\)](#), kteří navrhnou mean-variance-ESG model s přidruženou procedurou výběru „udržitelných“ charakteristik. Naopak jednotící faktor udržitelnosti používají ve svém fuzzy modelu reflektující výnos a riziko [Yadav a kol. \(2023\)](#). [Huang a kol. \(2022\)](#) opírají svůj fuzzy model vzdáleně vycházející z mean-variance konceptu o názor expertů ohledně vnímání rizika. Na závěr snad nesmí chybět fuzzy koncept cílového programování, pochopitelně umožňující vyjádření vágní preference investora, právě přizpůsobený na udržitelné investování ([Bilbao-Terol a kol., 2012](#)).

2.3.7 Revize portfolia, specifické transakční náklady

Výběr vhodné metodiky pro vytvoření investičního portfolia také ovlivňuje plánovaná aktivita jeho správy. Pokud má být portfolio v průběhu investiční doby revidováno, musí tomu být metodika uzpůsobena.

Řada autorů, například [Guo a kol. \(2016\)](#), [Mehlawat \(2016\)](#) či [Li a kol. \(2020a\)](#), konstruují fuzzy model optimalizace portfolia pro několikero období. Tedy dopředu

³⁰ O udržitelnosti investice více vizte v [kapitole 3.7](#).

stanovují, jakými podíly by měly být zastoupeny sledované investiční instrumenty v portfoliu v inkriminovaných dílčích obdobích v rámci celého investičního horizontu. Tento postup se mi zdá nejen troufalý, ale také nerozumný, zejména pokud se jedná o delší časové období. Přeci po uplynutí úvodního období je případně příhodné zhodnotit aktuální výkonnost portfolia, popřípadě jeho další vlastnosti, potažmo zrevidovat preference investora. Následně může proběhnout revize portfolia na základě nových poznatků, skutečností, aktuálního vývoje na kapitálovém trhu, potažmo ve světle historického vývoje v „předinvestičním“ období. Na základě aktualizovaných dat tak probíhá **revize** (rebalance) **portfolia** prostřednictvím jeho reoptimalizace. Tento princip může být použit i pro revizi pravidelné investice. Může být také investováno sekvenčně, kdy se reoptimalizace dělá pravidelně dle předem stanoveného časového investičního harmonogramu (více viz [Borovička, 2022a](#)).

Takto aktivní správu portfolia lze vykonat prostřednictvím původního modelu integrovaného v navržené fuzzy metodě, avšak s jednou velice podstatnou úpravou. Podílové fondy mají to specifikum, že z převodu peněz z jednoho fondu do druhého se platí na vstupním poplatku pouze náklad určený jeho kladným rozdílem ([Česká spořitelna, 2024b](#)). Příkladem budiž výměna mezi zdrojovým fondem se vstupním poplatkem 3 % a cílovým fondem s poplatkem 4 %, která tak bude zpoplatněna 1 % z převáděné částky. Protisměrná výměnná transakce bude vykazovat poplatek nulový. Zahrnutí těchto vlastně **unikátních transakčních nákladů** nelze při revizi investice opomenout, jak už nakonec obecně poukazuje drahně dávno [Arnott a Wagner \(1990\)](#) či [Yoshimoto \(1996\)](#).

Hledání inspirace pro metodiku zahrnutí tohoto specifického aspektu do matematického modelu nebylo příliš úspěšné. Transakční náklady se v literatuře objevují ve standardním pojetí, tedy jsou navázány na nákup, potažmo prodej investičních instrumentů (většinou akcií), respektive rozdíl mezi stávajícím a revidovaným podílem aktiva ([Fang a kol., 2006](#); [Chen a kol., 2018](#); atd.). Transakční náklady jsou také integrovány do dynamických modelů, a to povětšinou pomocí diskontního faktoru ([Liagkouras a Metaxiotis, 2018](#); [Liu a Zhang, 2015](#); [Liu a kol., 2018b](#); či [Wang a Liu, 2013](#)). Nakonec za zmínku ještě stojí koncept reflektující měnlivost transakčních nákladů v důsledku objemu obchodu ([Woodside-Oriakhi a kol., 2013](#)).

Jak vidno, stávající literatura svým poznáním nikterak nepomáhá k integraci specifických transakčních nákladů, reflektujících výměnu prostředků mezi fondy

s nestejnými vstupními poplatky, spojených s obchodováním s podílovými listy. V kapitole 8.5.6 tak navrhuji proceduru vlastní pro efektivní stanovení nové podoby revidovaného portfolia podílových listů.

2.4 Metodologické shrnutí

Jelikož byla cesta metodikou vytváření investičního portfolia dlouhá, je namístě si ji ve stručnosti zrekapitulovat. Na počátku se nacházejí jednodušší, jednokriteriální techniky v podobě aparátu fundamentální, technické či psychologické analýzy, potažmo intuice či nálada na trhu, které především pomáhají vybrat aktiva hodné investici. Posléze jsme se přesunuli k legendárnímu mean-variance modelu, který v duchu dvou patrně nejdůležitějších kritérií – výnosu a rizika – dokáže sofistikovaněji vytvořit portfolio jako celek. I dobově geniální myšlenky jsou postupem času detailněji analyzovány. Nejinak tomu bylo i u Markowitzova modelu. Sporně se jeví použitá míra rizika, potažmo pak stochastické předpoklady výnosu. Po detailnějším rozboru měr rizika a výnosu se vydáváme na odbočku vstříc fuzzy procesům, které dokáží řádně kvantitativně vyjádřit nejen vágnost, neurčitost výnosové či jiné charakteristiky, ale také měnlivé, či nepřesné (kvalitativně) zadané preference. Po krátkém představení metod vícekriteriální optimalizace přecházíme do společnosti jejich fuzzy forem. Důraz je kladen na interaktivní procesy, které ve světě značné nejistoty, neurčitosti, nepřehlednosti dávají větší prostor pro orientaci investora, třibení jeho preferencí a požadavků na investici. Fuzzy interaktivní metody vícekriteriální optimalizace tak jsou pochopitelně podrobeny nejdetailnější rešeršní aktivitě. Speciálně je pak zkoumána fuzzy metodika implementována přímo za účelem vytvoření investičního portfolia.

2.4.1 Volba příhodné metodiky pro optimalizaci portfolia – opěrné premisy

Po dosažení cíle metodologické cesty stojíme před zásadním rozhodnutím, a to jakou metodu k optimalizaci portfolia využijeme. Rozhodovacích hledisek je celá řada, a budou detailněji rozebrána v kapitole představující navrženou fuzzy interaktivní metodu vícekriteriální optimalizace (kapitola 7.1). Tady si tedy dovolím spíše stručnější, ale o to údernější předeheru kritického zhodnocení stávajících konceptů, a to zejména z aplikačního pohledu.

Výběr metody je značně odvislý od účelu jejího užití. Je tedy třeba zhodnotit empirické aspekty, které jdou často ruku v ruce s teoretickými poznatky. První velice

podstatné hledisko při vytváření investičního portfolia je povaha vstupních dat, potažmo informací. Jelikož jsou některá data ve striktní podobě (např. náklady), a jiná zase ve fuzzy formě (výnos apod.), implementovaná metoda tak musí akceptovat tuto kombinaci. Pro mnohé fuzzy metody je tento mix nepřekonatelnou překážkou, za všechny např. metoda [Liang \(2006\)](#). Ještě větší selekci by způsobil požadavek na akceptaci nejen fuzzy koeficientů v kritériálních funkcích, ale také v omezeních. Vrcholem je pak zahrnutí fuzzy omezení, tedy omezení s vágními relačními znaménky. Kombinace fuzzy omezení s fuzzy koeficienty jak pak již příslušnou „třešničkou na dortu“. Ač může být tato kombinace fuzzy prvků velice užitečnou, zejména při reflexi kvantitativních i kvalitativních charakteristik, revizionistickém vnímání striktních i vágních, měnlivých faktorů, drtivá většina metod s ní neumí pracovat.

Naprosto stěžejní pro využitelnost metody vidím podobu, případně načasování informace požadované po rozhodovateli, resp. investorovi. Informace nesmí být v podobě, ve které by ji uživatel nebyl schopen předat. Je třeba mít na paměti, že investor je často nezkušený, méně informovaný, poskytnutí sofistikovanější informace by tak mohlo býti přítěží, na úkor efektivity, potažmo reprezentativnosti rozhodovací procedury. Proto považuji jako nevhodný koncept cílových hodnot, který je ve vícekritériální optimalizaci tak používán. Určení cílových hodnot je určující pro podobu výsledku, tedy složení investičního portfolia. Je nerozumné se fixovat na konkrétní hodnotu investičních charakteristik. Jejich nevhodnou volbou může vykazovat výsledné portfolio zbytečně špatné, respektive horší vlastnosti, než které by mohly být potenciálně dosaženy za jinak neměnných podmínek. Navíc reprezentativní určení cílových hodnot investičních kritérií si vyžaduje detailní doprovodnou, zejména datovou, analýzu. Průběžně upravované přibližné cílové hodnoty jsou sice příhodnějším konceptem, mohou se vyvíjet ve směru investorových preferencí. Avšak i tento proces je znalostně náročný, navíc stále determinující určením prvotních úrovní. Rozumnějším konceptem ve světě investování by se jevil přístup prahových, chcete-li, referenčních, hodnot sledovaných charakteristik. Opět se však jedná o velmi razantní zásah do procesu optimalizace složení investičního portfolia, které nelze efektivně učinit bez detailnější (datové) analýzy, což může být zejména pro méně zkušeného, znalého investora zbytečně svazující. Pro interaktivní proces s referenčními hodnotami platí, dle mého úsudku, stejné premisy jako v případě cílových úrovní.

Dalším flagrantním aspektem je implementovaný optimalizační princip, a to opět zejména z pohledu požadavku na participaci rozhodovatele. Vždy prakticky dochází

k defuzzifikaci modelu s vágními elementy za účelem následného hledání jeho řešení. To se děje velmi často na základě stanovení úrovně α . Stanovení α -řezu je opět naprosto stěžejní pro následnou podobu výsledku. Má být na „extrémní“ úrovni 0,95 či 0,99, či snad „defenzivní“ 0,5? Velice těžká otázka pro uživatele, která si zasluhuje detailnějšího rozboru v kapitole 7.1.2.

Pro formování preferencí v prostředí neutuchající nejistoty, neurčitosti, považuji za zásadní možnost průběžné úpravy vyvíjejících se preferencí investora, potažmo revizi aktuálního řešení, resp. složení portfolia. Vzájemná interakce však ještě není samospásná. Průběžná úprava hodnot příliš neříkajících uživateli by byla přístupem zavádějícím. Takovým postupem, používaným namátkou Jarernsukem a Phruksaphanratem (2022), či Zhou a kol. (2022), může být aktivní formování právě výše zmíněného α -řezu, respektive hladiny stupňů příslušnosti vázaných na sledované charakteristiky, za účelem dosažení řešení odpovídající aktuální, lokální preferenci. Uživatelsky přívětivá nemusí být ani úprava jednotlivých parametrů fuzzy čísel opisujících vágní elementy, jak používá řada konceptů, např. Alavidoosta a kol. (2016). Přeci samotného uživatele, investora, nakonec nějaký fuzzy, vágní, element nezajímá. Soustředí se na konkrétní hodnotu (očekávaného) výnosu, rizika a dalších kvantitativních vlastností. Zaúkolování úpravy nějakých parametrů příslušné charakteristiky je zcestné. Uživatelská náklonnost je také oslabována explicitním vyjádřením užitkové funkce, či nutností vyjádření přesné záměny hodnoty jedné kriteriální funkce za druhou. Striktní substituční vztahy jsou pro rozhodovatele též limitující.

Pro účelnou implementaci je příhodné, aby nebyl algoritmus metody příliš složitý. Zastávám postoj, aby přijal investor pro něj důvěryhodné rozhodnutí, měl by metodice, podle které se rozhoduje, alespoň základně rozumět. Uvědomuji si však, že toto je velice troufalé aplikační tvrzení. Každopádně platí, že se budu vyhýbat aplikaci metod a přístupů, které jsou implementačně obtížně zvladatelné. Ač si samozřejmě uvědomuji, že dnešní doba je velice otevřená s mnoha možnostmi (aplikace apod.). Stále však musí někdo proces vymyslet, naprogramovat, otestovat. Dalším spíše teoretickým pohledem budiž charakter transformace fuzzy modelu do striktní podoby, respektive hledání řešení fuzzy modelu. Striktní model je povětšinou výše získáván prostřednictvím konceptu α -řezu, referenčních úrovní stupňů příslušnosti, potažmo dalších defuzzifikačních formulích zejména prostřednictvím

teorie možnosti a důvěryhodnosti³¹. Hlavně posledně zmiňované koncepty až příliš, zbytečně, zasahují do neurčitosti investičního prostředí. Všudypřítomný prvek neurčitosti, vágnosti, se tak explicitně vytrácí, což proceduru odvrací od tržní investiční reality.

Ve snaze navrhnout uživatelsky co nejpřívětivější metodu pro vytváření investičního portfolia, jsem na ni uvrhnul poměrně silné požadavky: akceptace striktních i vágních (fuzzy) dat a omezení, žádné uživatelsky těžko dostupné informace, pochopitelný algoritmus bez větších implementačních překážek. Přítomnost efektivní interaktivní procedury třebící preference v prostředí plném neznáma netřeba zdůrazňovat. Vedle stochastických konceptů tak odpadají i fuzzy interaktivní metody vícekriteriální optimalizace využívající neakceptující kombinaci povahy dat, integrující cílové či prahové hodnoty kritérií, implementující optimalizační koncept založený na α -řezu či jiných zjednodušujících defuzzifikačních technikách, vykazující složitý algoritmický postup. Upřímně řečeno, tyto požadavky prakticky nesplňuje žádná z výše uvedených, stávajících, metod. Vhodnou inspirací tak mohou být i metody bez interaktivní procedury, či dokonce metody původně striktní povahy, které mají potenciál pro vhodné modifikace nezbytné pro řešení investičního problému.

Odrazovým můstkem pro vystavění podpůrné metodiky pro investiční rozhodování se tak nakonec stala jedna z prvních metod interaktivní vícekriteriální optimalizace STEM³², respektive její přínosná modifikace KSU-STEM³³. Její poměrně snadno pochopitelný, potažmo implementovatelný algoritmus je sice originálně striktní povahy, avšak jeho *maxmin* optimalizační princip implicitně zosobňující fuzzy povahu naznačuje možnost účelného a efektivního rozšíření o vágní, fuzzy elementy. Navržený fuzzy model je pak řešen prostřednictvím Bellmanova principu optimality. Porovnání fuzzy čísel je provedeno s ohledem na nutnost matematické formulace relačního vztahu pomocí běžně používaného konceptu „třech omezení“ (např. Wang a Liang, 2005). Extrémy fuzzy cílů jsou hledány pomocí modifikovaného konceptu Wua a kol. (2006).

³¹ *Teorie důvěryhodnosti* (ang. *credibility theory*) se zabývá (mimo jiné) studiem fuzzy systémů. Byla představena Liuem (2004), následně upravována Liuem (2007). Využití nachází také při hledání řešení fuzzy modelů, například vizte García a kol. (2020).

³² Více o principu metody STEM vizte kapitulu 5.1.1.

³³ Více o principu metody KSU-STEM vizte kapitulu 5.1.2.

2.5 Úloha navržené metodiky

Troufám si tvrdit, že je tato navržená metodika jedinečná. Umožňuje vzít v potaz všechny více či méně důležitá kritéria kvantitativní či kvalitativní povahy, tedy i výstupy z možných doprovodných analýz (fundamentální, technické apod.) Dokáže pružně reflektovat utvářející se preference uživatele. Snaží se „nacítit“ unikátnost rozhodování v prostředí, které je proslulé svou nejednoznačností, měnlivostí, napětím. Pod tíhou všech podmínek podává investorovi konkrétní obrázek o složení jeho portfolia. Metodika se jeví jako nosná, razantně podporující investiční rozhodování, a to nejen na trhu s podílovými fondy, kterým je „na tělo ušita“. Zahrnutí jiných kritérií, modifikace revizní procedury či obměna patřičných omezení stačí k aplikaci na trhu s akcemi, dluhopisy či komoditami.

Nutno podotknout, že navržená metoda lze využít i bez interaktivní procedury. Prvotní řešení tak může být bezpodmínečně konečné. Stejně tak, ať už s interakcí či bez ní, může být řešení chápáno spíše jako inspirace k finálnímu rozhodnutí. Nemusí být direktivně konečné, může být „jen“ pevným opěrným bodem v rozhodovacím procesu. Nakonec technicky je metoda přizpůsobitelná i v případě čistě striktních vstupů, kde neurčitost nehraje roli. Sice je upozaděn její potenciál, avšak to podtrhuje její implementační flexibilitu. Snad už zbývá jen připomenout, že lze metodu využít i k revizi, respektive reoptimalizaci portfolia.

2.5.1 Komu může být navržený postup vlastně užitečný?

Na závěr stěžejní kapitoly o metodice si dovolím zdůraznit, pro koho jsou vlastně výstupy práce, respektive vyvinutá investiční rozhodovací procedura založená na interaktivní fuzzy metodě vícekritériální optimalizace, určena.

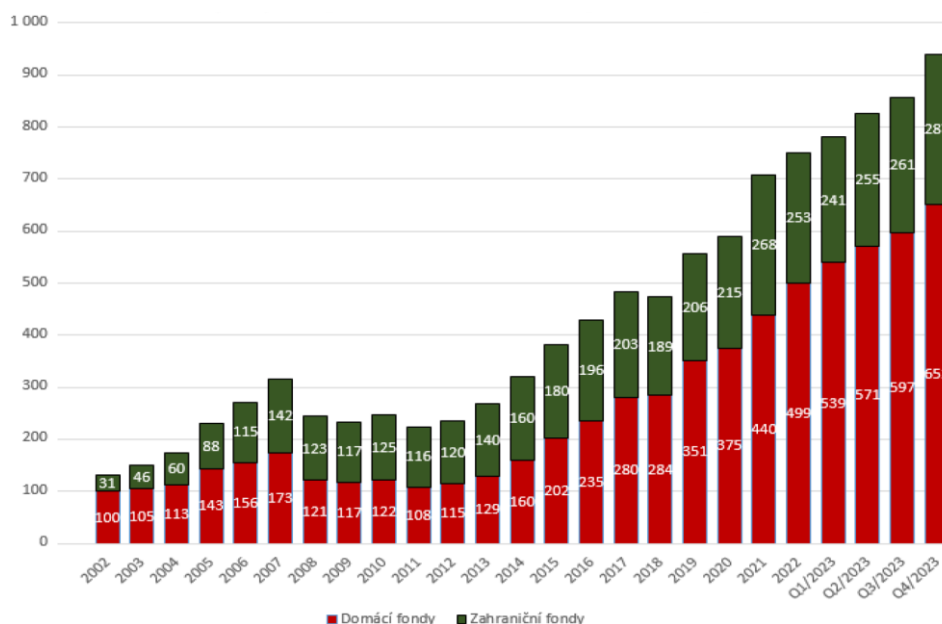
Pro mne patrně nejdůležitějším uživatelem této procedury je samotný **investor**, případně **investiční specialista/poradce**. Navržená procedura může sloužit jako svébytný nástroj, což může dělat cílevědomého investora na investičním poradenství nezávislým. Může se však jednat jen o nástroj doplňkový, jehož výstupy se podílí na finálním rozhodnutí. Komplexní procedura může být v tomto duchu využitelná i pro profesní aktivity samotného investičního poradce, který může na jejím základě poskytnout spolupracujícímu investorovi kýžené investiční doporučení o složení (udržitelného) portfolia. Nakonec nároky, požadavky klientů se zvyšují. Investiční poradci se tak musí přizpůsobovat, aby byli mentálně i odborně připraveni. K tomu může navržená metodika posloužit.

Ve výčtu osob, či profesí, kterým by mohla býti navržena procedura prospěšná, bychom neměli opomenout subjekt, který je samotným tvůrcem, a především vykonavatel investiční politiky daného fondu. Jedná se o **portfolio manažera**, potažmo jeho přidružený tým, který v čase řídí portfolio dle aktuálních podmínek na trhu v duchu statutu fondu.

Druhá strana, prozatím vlastně nezmíněná, konzumující poznání o této metodice, je zastoupena **matematickým modelářem**. Toho může fascinovat pohled v plejádě známých metod vícekritériální optimalizace na algoritmicky nový přístup, který je schopen reflektovat všechny potřebné aspekty reálné rozhodovací situace, tady konkrétně při tvorbě investičního portfolia na kapitálovém trhu. Významněji inspirující může být metoda v oblasti interaktivních fuzzy metod, která nakonec může být podrobena, jak je uvedeno v závěru práce, následnému kritickému vědeckému zkoumání.

3 Investování do ESG podílových fondů – lákavá udržitelná investiční příležitost

Titulní lákavost fondů kolektivního investování je dokázána prolomením hranice jednoho bilionu korun českých, který je v těchto fondech uložen (AKAT, 2024b). Navíc vzestupný trend je již po řadu posledních let neutuchající, což dokazuje Obrázek 3.



Obrázek 3 Vývoj majetku ve fondech (v mld. Kč) (AKAT, 2024e)

Pojďme se tedy s tímto fenoménem posledních let v nezbytné stručnosti blíže seznámit. Nahlédneme tak do zákonných norem pro vytyčení základních pojmů, letmým pohledem se podíváme pro kontext do nedávné historie, fondy klasifikujeme, identifikujeme jejich výhody a nevýhody. Nakonec bude podílový fond, jakožto v této práci dominující investiční entita, konfrontována s fondem investičním, speciálně pak pro jeho značnou popularitu burzovně obchodovaným fondem. Detailnější pohled bude upřen na „zelenou“ variantu podílových fondů.

3.1 Kolektivní investování

Kolektivním investováním se rozumí podnikání, jehož předmětem je shromažďování peněžních prostředků upisováním akcií investičního fondu nebo vydáváním podílových listů podílového fondu, investování založené na principu diverzifikace rizika, a s tím spojené další obhospodařování tohoto majetku (Kancelář

finančního arbitra, 2024a). Investiční fond je právnická osoba, jejímž předmětem podnikání je kolektivní investování s povolením České národní banky k jeho činnosti. **Podílový fond** je vnitřní organizační jednotka investiční společnosti bez právní subjektivity, který shromažďuje peněžní prostředky vydáváním podílových listů. Majetek fondu náleží všem vlastníkům podílových listů v poměru jejich hodnoty vlastněných podílových listů. **Podílový list** je cenný papír³⁴, který představuje podíl podílníka na majetku podílového fondu, a se kterým jsou spojena další práva vyplývající se zákona (Zákon č. 240/2013 Sb., 2013; Kancelář finančního arbitra, 2024b).

Dle zmíněného zákona lze rozlišit **otevřené** a **uzavřené** podílové fondy. Otevřený podílový fond, respektive jeho spravující investiční společnost, je povinna podílové listy na žádost podílníka odkoupit do určitého termínu za aktuální hodnotu majetku fondu připadající na jeden podílový list. Počet vydávaných podílových listů není omezen. V případě uzavřeného podílového fondu investiční společnost podílové listy neodkupuje. Podílové listy jsou v omezeném množství. Jejich hodnota je povětšinou daná střetem nabídky a poptávky na trhu.

3.2 Kolektivní investování u nás a za hranicemi

Pro zasazení života kolektivního investování do historického časového rámce mi dovoluete drobné historické okénko. Samotné kořeny fondového investování patrně sahají do poloviny 19. století, a to zejména do evropských zemí Velké Británie, Francie, Belgie a Švýcarska (Veselá, 2019). Není však vyloučeno, že určité zárodky pozorujeme již v druhé polovině 18. století v Nizozemsku (Musílek, 1999). První otevřený podílový fond, jak ho známe dnes, vznikl v roce 1924 v USA. Myšlenka byla založena na kontinuálním vydávání, respektive odkupu podílů fondu, jejichž hodnota již nezávisela na střetu nabídky a poptávky, nýbrž na čistém obchodním jmění fondu. Během 30. let 20. století se začal utvářet legislativní rámec pro kolektivní investování, který přetrvává prakticky dodnes (Veselá, 2019). K většímu rozmachu kolektivní formy investování dochází až po Velké válce ve Spojených státech amerických, v Evropě dokonce až po druhé světové válce (Musílek, 1999). Až na drobné výchyly, při hospodářské krizi v 70. letech minulého století, či v letech 2008/2009, můžeme sledovat poměrně masivní rozmach kolektivního investování.

³⁴ Vymezení pojmu vizte Zákon č. 89/2012 Sb. (2012).

Počet fondů, stejně tak jejich typová varieta, se zvyšuje (Liška a Gazda, 2004; Veselá, 2019).

V České republice zakořeňuje kolektivní investování jakožto produkt kuponové privatizace na počátku 90. let minulého století (Musílek, 1996). První vlny se zúčastnilo více než 400 fondů, v druhé pak kolem 350 (Steigauf, 2003). Ranné stádium bylo doprovázeno neefektivní správou majetku, což bylo zejména zapříčiněno prvotní nedostatečnou legislativní úpravou (Zákon č. 248/1992 Sb., 1992). V roce 1996 tak odstartovala dobrovolná transformace fondů na holdingové společnosti, což spustilo netransparentní chování fondů projevující se v omezení informační povinnosti, snížení diverzifikace rizik, či provádění pochybných akvizic. Následoval pokles cen, potažmo likvidity fondů. Důvěra ve fondy kolektivního investování byla takřka „na nule“. Nežádoucí stav odvrátila až novela zákona o investičních společnostech a fondech ke konci 90. let 20. století. Harmonizaci právní úpravy kolektivního investování s legislativou Evropské unie přinesl v roce 2004 v platnost uvedený zákon o kolektivním investování (Zákon č. 189/2004 Sb., 2004), který zavedl život řadě nových typů fondů. Jeho novela Zákon č. 224/2006 Sb. (2006) dva roky poté, přinesla vymezení nového typu fondu, a to fondu kvalifikovaných investorů (Veselá, 2019). Další integraci s legislativou EU přinesl zákon o investičních společnostech a investičních fondech (Zákon č. 240/2013 Sb., 2013) upravující podmínky pro obhospodařování a administraci investičních fondů, potažmo nabízení investic do těchto fondů. Tento stěžejní zákon byl novelizován řadou zákonů, posledně pak Zákonem č. 163/2024 Sb. (2024) platným od 1. 7. 2024.

3.3 Klasifikace fondů dle AKAT ČR

Již výše zmíněná Asociace pro kapitálový trh České republiky (AKAT ČR) sdružuje investiční společnosti, asset management společnosti, obchodníky s cennými papíry, banky a další subjekty poskytující služby v oblasti kapitálového trhu působící v České republice. Asociace se snaží rozvíjet kapitálový trh a kolektivní investování u nás. Svými aktivitami a předpisy tak cílí na rozvoj povědomí, znalostí a důvěryhodnosti v oblasti kapitálového trhu (AKAT ČR, 2024d).

Dle metodiky upravené Valnou hromadou AKAT ČR v červnu 2024 lze základně rozdělit fondy dle *druhů aktiv* na akciové, dluhopisové, peněžního trhu a smíšené. Dle dalších kritérií lze fondy dělit na strukturované, zajištěné, garantované apod. (AKAT ČR, 2024c)

Akciové fondy investují trvale minimálně 80 % prostředků do akciových titulů. Fondy lze doplňkově rozlišit dle geografického či sektorového hlediska. Fondy investující do jedné země nebo regionu jsou takové, které alokují alespoň 80 % aktiv do akcií emitentů z příslušné země či regionu. **Dluhopisové fondy** trvale investují alespoň 80 % prostředků do dluhopisů, případně obdobných cenných papírů představujících právo na splacení dlužné částky. Tyto fondy nesmějí investovat do akcií, potažmo do nástrojů nesoucí riziko akcií. Dluhopisové fondy lze druhotně dělit dle úrokového rizika, rizika měny, úrokové kvality či rozvíjejících se trhů. **Fondy peněžního trhu** trvale alokují svá aktiva na dluhopisovém či peněžním trhu³⁵. Jsou rozděleny do dvou kategorií dle vážené průměrné durace³⁶ a vážené průměrné splatnosti na Fondy peněžního trhu a Krátkodobé fondy peněžního trhu. Obě kategorie jsou ohraničeny určitými pravidly omezující úrokové či úvěrové riziko, zbytkovou dobu splatnosti cenných papírů v portfoliu fondu. **Smíšené fondy** investují do různých aktiv (akcie, dluhopisy, komodity, depozita atd.) bez limitů na jejich podíl. Lze je dělit z hlediska rizika měny, regionu či skladby portfolia. Smíšené fondy je také příhodné klasifikovat dle podílu rizikových investičních nástrojů.

Kategorie *ostatních* fondů zahrnuje řadu méně frekventovaných, ale také jistě zajímavých fondů, svou investiční podstatou, potažmo pravidly, se nevejdoucí do výše zmíněných kategorií. *Fondy životního cyklu* předpokládají změnu alokace portfolia aktiv v předem stanoveném čase. *Strukturované fondy* vyplácejí svým investorům k předem stanovenému datu výplatu, jejíž velikost je odvislá od výkonnosti nebo realizace změn ceny či jiných podmínek finančních aktiv. *Exchange-traded funds* jsou fondy obchodované na burze, které obvykle kopírují vybraný (akciový) index či jiné podkladové aktivum. *Zajištěný fond* poskytuje k určitému předem stanovenému datu ochranu před tržní volatilitou, například prostřednictvím navázání na akciový index. *Garantovaný fond* poskytuje formální a právně závaznou garanci příjmu či kapitálu, a to třetí stranou. *Speciální fond nemovitostí* investuje do nemovitostí, případně nemovitostních společností minimálně 51 % hodnoty svého majetku. *Komoditní fondy* investují do komodit nebo komoditních finančních derivátů. *Asset-backed securities funds* alokují nejméně 80 % aktiv do finančních

³⁵ Na peněžním trhu se obchodují likvidní krátkodobé cenné papíry a aktiva (eurodolarová depozita, dluhopisy či pokladniční poukázky). Účastníky těchto trhů jsou centrální banky, komerční banky a finanční instituce (Česká bankovní asociace, 2024; CzechWealth, 2024b).

³⁶ *Durace* je kazatel citlivosti ceny dluhopisu nebo jiného dluhového instrumentu na změnu úrokových měr (CzechWealth, 2024a).

nástrojů zajištěných soubory pokladových aktiv, zejména úvěry, pohledávky, leasingy či úvěry z kreditních karet.

Speciální (ne)zařazení vykazuje *fond fondů*, který převážně investuje do podílových listů, resp. akcií podílových, resp. investičních fondů. Na základě svého statutu může být zařazen prakticky do každé z výše uvedených kategorií.

3.4 Nákladovost podílových fondů

K podílovým fondům neodmyslitelně patří poplatky, které mohou být rozděleny do dvou kategorií. První je tvořena poplatky, které se strhávají z investované částky při vstupu do fondu, případně výstupu z něj. Hovoříme o **vstupních**, zřídka kdy výstupních poplatcích. Jejich úroveň se pohybuje povětšinou mezi 1 % až 5 %. Vedle jednorázových poplatků identifikujeme **kontinuálně** placené, které se promítají rovnou do ceny podílového fondu. Fakticky tak snižují výkonnost fondu pro investora. Portfolio těchto poplatků je širší. Patří sem poplatek za správu, obhospodařování majetku, prováděný audit fondu či za přidělení licence (Ježek 2002). Tyto poplatky jsou často sdružovány do souhrnného ukazatele TER (Total Expense Ratio), který vykazuje v procentním vyjádření objem těchto nákladů na celkovém majetku fondu (Hayes, 2024b). Tento ukazatel se většinou pohybuje mezi 1 % až 3 %.

3.5 Výhody a nevýhody kolektivního investování

A proč jsou vlastně podílové fondy tak populární? Odpověď nalezneme v jejich přednostech. Předně se jedná o **profesionálně spravovaný** majetek, a to prostřednictvím portfolio manažera, potažmo dalších přidružených osob, které mají mnohdy k dispozici podstatně více informací a nástrojů než individuální investor (Jílek, 2009). Další výhodou může být **diverzifikace rizika**, která zajišťuje jeho rozložení prostřednictvím aktiv v portfoliu na sobě výnosově (téměř) nezávislých, či záporně korelovaných. Pro omezení a rozložení rizika mají jednotlivé fondy stanoveny investiční mantinely jak legislativou, tak svými statuty (Veselá, 2019). Značnou výhodou je **snadný přístup** k investičním instrumentům a trhům drobným investorům, kteří mohou participovat na investicích po celém světě bez nutnosti většího kapitálového, a i informačního vkladu. Nakonec fondy mohou poskytovat investici do instrumentů s vysokými cenami, které by pro drobnějšího investora byly nedostupné (Veselá, 2019). Mezi přednosti lze též zahrnout zvláštní dozor, podporu v legislativě, či licenční povolení, které **snižují riziko neetického jednání** (Liška a

Gazda, 2004). Chovancová a Bačiščin (2005) zahrnují mezi výhody také vysokou likviditu, která by se měla projevit v nemalé rychlosti přeměny podílového listu, resp. akcie, na hotové peníze. S tímto lze souhlasit v případě investičních fondů, s jejichž emisí se obchoduje na sekundárním trhu. Podílové listy standardního fondu musí být investiční společností odkoupeny do dvou týdnů od jeho žádosti (Zákon č. 240/2013 Sb. 2013). Tuto skutečnost lze brát jen těžko jakožto vysokou likviditu aktiva pro investora. Na druhou stranu platí, že samotné fondy udržují vysokou likviditu na kapitálovém trhu tím, že obchodují s velkými emisemi cenných papírů.

Posledním, lehce rozporuplným bodem, byla otevřena stinná stránka investování do fondů kolektivního investování. Jedním z negativně vnímaným aspektem může být nákladovost investice. **Poplatky** investor musí platit nejen za správu svých prostředků, ale také při vstupu do fondu, výjimečně při výstupu z fondu (Veselá, 2019). Je tak jasné, že výnosnost investice je více či méně nižší než výnosnost přítomných aktiv (Jílek, 2009). Poplatky jsou nepříjemné, a dalo by se diskutovat o adekvátnosti jejich výše. Úplata za poskytnuté služby je však přirozená. Fond může být správcem, respektive portfolio manažerem **špatně řízen** (Jílek, 2009). S tím souvisí i **riziko podvodů či ztráty** v důsledku nelegálních či podvodných transakcí (Veselá, 2019). Nakonec mezi investorem a správcem může dojít ke **konfliktu zájmů**. Investor se totiž nemůže podílet na řízení podílového (ne investičního) fondu. Nemůže tak zasahovat do složení investičního portfolia. Zájmy investora (podílníka) a správce se mohou značně rozcházet (Veselá, 2019). Mezi nevýhody by se mohly zařadit i neexistence státního systému pojištění instrumentů kolektivního investování, či riziko ztráty hodnoty investice v důsledku tržních pohybů. Poslední dva zmíněné nedostatky je třeba brát s rezervou, protože přeci nemůžeme chtít po státní instituci, aby investici na kapitálovém trhu zajišťovala. Potenciální ztráta k investování patří.

3.6 Podílový fond vs. Exchange Traded Fund (ETF)

Do této chvíle příliš, až na výjimky zmíněné výše, nebyly v rámci kolektivního investování rozlišovány investiční a podílové fondy. Nyní nastává čas to učinit. Dle ČNB (2024a), na konci dubna 2024 bylo evidováno 845 rezidentských fondů kolektivního investování v ČR. Ač není jednoduše identifikovatelný přesný podíl fondů podílových, dle výstupu ČNB (2024b) je dominující. Podílové fondy totiž dnes nabízí prakticky každá banka působící v České republice, případně investici alespoň zprostředkovává. Pokud bychom měli hledat konkurenci podílovému fondu,

jednoznačně je to již výše zmíněný **burzovně obchodovaný fond – Exchange Traded Fund (ETF)**. Jak tedy název napovídá, jedná se o fond, jímž vydávané akcie se obchodují na burze. Investor do těchto akcií se stává nepřímým vlastníkem podkladových aktiv, do kterých fond investuje svůj kapitál (Jaroš, 2017). ETF často kopíruje vývoj vybraného akciového indexu (S&P 500, DJIA³⁷ apod.). Akcie jsou tak kontinuálně nakoupeny v poměrech, které opisují aktuální bázi sledovaného indexu (Abner, 2016). Existují však i „neindexové“ ETF, které investují do dluhopisů, komodit či měn (Chen, 2024).

Proč případně dát **přednost** ETF před podílovým fondem? Hlavním důvodem je zcela jistě nízká nákladovost produktu. Zejména indexované ETF vyžaduje pouze pasivní správu, mechanismus vytváření portfolia fondu orientujícího se na index je poměrně triviální. Jediným poplatkem je tak správní, který se pohybuje kolem 0,5 %. Likvidita fondu je vysoká. Nákup a prodej je kontinuálně možný na sekundárním trhu. Investice, zejména prostřednictvím indexovaného ETF, je rizikově diverzifikovaná. Investor nákupem vlastní malou část firem z daných odvětví konkrétní ekonomiky (Začni investovat.cz, 2024).

Co by však mohlo být **brzdou** investice do ETF? Ač je jejich nabídka na trhu poměrně široká, stále je většina burzovně obchodovaných fondů orientovaná na kopírování (akciových) indexů, často navíc navázaných na americký trh. Užší škála podkladových aktiv tak může být odrazující. Pasivní správa fondu může být též problematická. Zamezuje ve flexibilnější revizi portfolia dle aktuálních tržních podmínek. ETF jsou výhradně obchodované v cizích měnách, český investor tak podstupuje měnové riziko (Česká spořitelna, 2024a).

3.7 Udržitelnost investice

Socially responsible investment (SRI), česky sociálně udržitelná investice. U takové investice nehraje zásadní roli jen aspekt zhodnocení, ale také etický a společenský dopad. Jedná se pak o investování do společností, které aktivně usilují o omezení negativních dopadů na životní prostředí, zlepšování vztahů se zaměstnanci či dodržování etických norem v oblastech lidských práv a korupce (PKV, 2024).

Lze říci, že koncept udržitelnosti je fenoménem dnešní doby, a to v různorodých oblastech života člověka. Sleduje se tak udržitelnost výrobního procesu, způsobu

³⁷ DJIA ≈ Dow Jones Industrial Average (Yahoo!finance, 2024)

dopravy či tématu vysokoškolské kvalifikační práce. Pohledem kapitálového trhu, dle reportingu [G&A \(2024\)](#), v roce 2011 pouze 20 % firem z burzovního indexu S&P 500 zveřejňovaly výstupy týkající se udržitelnosti. O 7 let později, v roce 2018, je tento podíl 86 %. Globálnějším pohledem, dle studie PwC z roku 2019, 72 % firem světa zmínilo cíle udržitelnosti rozvoje v rámci reportingu, 25 % pak zahrnuje cíle udržitelnosti rozvoje do své veřejně publikované firemní strategie ([Forbes, 2024b](#)). A jak vypadají tyto údaje v České republice – 29 % a 7 %. Jak markantní, avšak nepřekvapující, rozdíl. Taky nás ale příliš nevykolejí dramatický vývoj posledních let, což dokládá komplexní průzkum [Zajímej.se \(2024\)](#) z přelomu roku 2022/2023. Ze 450 firemních respondentů v ČR 83 % uvedlo, že se udržitelností zabývají. Pak drtivá většina (90 %), kteří se ještě tímto aspektem nezaobírá, by tento přístup chtěla změnit.

Signál vycházející prakticky ze všech průzkumů je zřejmý. Lidé neskrývají obavy o udržitelnost stávajícího životního stylu. Nadměrný ekonomický růst několika posledních desítek let akceleroval vyčerpávání přírodních zdrojů či produkci skleníkových plynů, což se promítá i v řadě klimatických změn. Důraz je tak kladen u nás i ve světě na **odpovědné investování**, které zdůrazňuje význam environmentálních a sociálních faktorů, stejně jako význam firemní kultury a její řízení. Tento přístup, dnes asi nejvíce skloňován, se označuje jako **ESG** ([Investiční centrum ČS, 2024ch](#)).

3.7.1 Environmental, Social and Governance (ESG)

ESG investování představuje ucelený investiční přístup integrující pohled na oblast životního prostředí, společensko-sociální klima, správu věcí veřejných a firemní politiku ve vztahu k zaměstnancům, potažmo obchodním partnerům. A co tedy jednotlivá písmenka z ustálené zkratky zastávají ([Investiční centrum ČS, 2024ch](#))?

E – Environmental, je kategorií všímající si rizik a dopadu chování společností na životní prostředí (ovzduší, půda, voda), potažmo lidské zdraví. Společnosti přírodě nakloněné se snaží znečištění ekosystémů předcházet, zejména snižovat emise a dopad na klima, s tím také souvisí zveřejňování informací o dopadech na životní prostředí či optimalizace odpadového a vodního hospodářství. Asi nejpoužívanějším ukazatelem měření dopadu na životní prostředí je uhlíková stopa. Podrobnější představu o jejím měření lze nabýt na webu iniciativy [Greenhouse Gas Protocol \(2024\)](#). Důraz je také kladen, jak je již zmíněno výše, na spotřebu a využívání vody, se kterou je často velmi nehospodárně nakládáno. V této kategorii také společnosti

reportují spotřebu energie z obnovitelných a neobnovitelných zdrojů. Nakonec do environmentální oblasti spadá samotný produkt a jeho inovace, které mají za cíl vylepšení životního prostředí. Plný výčet faktorů, kritérií této i dalších kategorií lze nalézt na webu [CSRD \(2024\)](#).

S – Social, je kategorií zabývající se společenskými a sociálními riziky negativně dopadajících na člověka, potažmo společnost. Středem zájmu je firemní kultura, vztahy mezi zaměstnanci, jejich ocenění. Studium také neuniknou pracovní podmínky, ať už z pohledu bezpečnosti a péče o zdraví, tak komfortu pro zaměstnance. Další z hodnotících faktorů je možnost vzdělávání a profesního růstu zaměstnanců. Jedním z rezonujících aspektů je diverzita a inkluze. Jak popisuje například [Wendeling \(2020\)](#), diverzitou se rozumí respektování týmu jako celku bez ohledu na individuální odlišnosti. Inkluze pak vyzývá přirozenou integraci individuality se svými specifiky do kolektivu. Nakonec rozmanitost týmu potenciálně vede k jeho univerzálnosti, komplexitě pohledů na konkrétní problematiku. Do „sociální“ kategorie patří i obšírnější studie dodavatelského řetězce. Je zkoumaná problematika etického výběru dodavatele nepocházejících z oblastí s praxí otrocké či dětské práce. Nakonec je prověřen i vztah k zákazníkovi, který může být negativně utvářen prostřednictvím vznesených žalob, stížností, pokut či objemu vráceného vadného zboží ([CSRD, 2024](#)).

G – Governance, je oblastí postihující způsob řízení firem, municipalit nebo správních orgánů. Zaměřuje se na vedení, management, společnosti, jeho vztah k zaměstnancům, potažmo akcionářům, či komunikaci s veřejností. Do této kategorie patří hodnocení systému odměňování managementu. Důraz je opět kladen na diverzitu vedení. Ani hodnocení nezávislosti managementu neujde povšimnutí ([The Free Dictionary, 2024](#)). S tím nakonec i souvisí zájem o statistiku podvodů a úplatkářství ve společnosti. Další sledovaným faktorem je pak genderová vyváženost lidských zdrojů ([CSRD, 2024](#)).

3.7.2 Specifika aneb boření mýtů ESG investice

Ranné stádium ESG investic vytvořilo dojem, že za udržitelnost „se musí zaplatit“. Jinými slovy, že ESG investiční instrumenty mají systémově nižší výnos. Dlouhá řada empirických průzkumů z poslední doby však poukazuje na opak ([Fondée, 2022c](#)). Například společnost Morningstar analyzovala výkonnost ETF fondů a akciového indexu S&P. Ukazuje se, že v pandemické době, ale také v delším časovém horizontu vybraná ETF výkonnostně překonávají zmíněný index. K obdobným

závěrům dochází studie [Vanguard \(2021\)](#). Kompilace více než tisícovky studií a analýz je provedena v metaanalýze, na které se také podílela newyorská burza ([NYU Stern Center for Sustainable Business, 2021](#)). Nakonec tento mýtus boří odpovědná portfolia ETF sestavená společností [Portu \(2024a\)](#). Analýzou efektu ESG aktivit na výkonnost, respektive hodnotu firmy, se zabývá mnoho publikací v odborných časopisech. Řada z nich deklaruje vliv pozitivní, například [Albuquerque a kol. \(2019\)](#) či [Awaysheh a kol. \(2020\)](#). Z unikátního počínu [Friedeho a kol. \(2015\)](#) kompilujícího více než 2000 empirických studií vyplývá pozitivní či případně neutrální vliv u 90 % společností. Negativní pohled přináší (např.) [Buchanan a kol. \(2018\)](#), který identifikuje negativní vliv ESG aktivit dopadající na společnost v době finanční krize.

Dalším rozprášeným mýtem je nedostupnost takových investic. Nálepka „investice pro ekology či ochránce lidských práv“ je však, jak míní [Raška \(2023\)](#), dávno upozaděna. [Globální asociace pro udržitelné investice \(2021\)](#) poukazuje na nemalý objem majetku právě ESG fondů, který privilegovaný přístup vylučuje. Nepřiměřená nákladovost se v dnešní době také nepotvrzuje, protože existuje řada ETF fondů na ESG investice orientovaných, kde, jak je z [kapitoly 3.6](#) známo, jsou poplatky zanedbatelné ([Raška, 2023](#)).

Boření výše zmíněných mýtu ukazuje jediné, a to stále se zvyšující zájem o tuto investici. Dle [Fondee \(2022a\)](#), průzkumy společností Impactive či Morgan Stanley Institute for Sustainable Investing tomu dávají za pravdu, a to nejen u generace mileniálů a generace Z³⁸, kde je vzestup nejmarkantnější, ale také u generací starších ([Morgan Stanley, 2021](#)). Nejméně 4 z 5 investorů nemladších generací akcentují při investičním rozhodování ESG faktory.

Vše tedy nasvědčuje tomu, že lze investici do ESG instrumentů doporučit. K pozitivnímu výkonnostnímu aspektu ještě přidejme faktor potenciálně nižšího rizika. Nižší úroveň totiž může být způsobena detailním drobnohledem ESG měření. Hrozící rizika z klimatických, sociálních či demografických změn budou tlumena včasnou reakcí těchto společností. Mnoho dat získaných počítáním ESG faktorů nakonec napomáhají činit informovanější rozhodnutí ohledně investice ([Fondee, 2022a](#)). Nakonec, není pěkné investovat peníze do subjektů, které podnikají se starostlivým ohledem na náš svět a jeho budoucnost?

³⁸ Vymezení generací vizte (např.) [Sítě v hrsti \(2021\)](#)

3.7.3 ESG reporting, MSCI, ESGenius

Reporting všech ESG faktorů je podrobně popsán v dosavadní směrnici *NFRD* (The Non-Financial Reporting Directive), která by měla být v průběhu roku 2024 nahrazena novou směrnicí *CSRD* (Corporate Sustainability Reporting Directive) o nefinančním reportování ([CSRD, 2024](#)). Povinnost reportu se bude týkat firem s alespoň 250 zaměstnanci, ve vzdálenější budoucnosti i menších.

Investora, který chce podle ESG kritérií investovat své zdroje, patrně čeká nelehký úkol, zorientovat se ve všech ESG výstupech, potažmo rozeznat, které investice jsou udržitelné, a které nikoliv. Určitě by taková analýza zabrala nemálo času. Navíc by patrně investor nedokázal všechna kritéria „pokrýt“. Samozřejmě, investor má k dispozici nějaké pomocníky, například finanční web [justETF \(2024\)](#), a jemu podobné, kde je možné filtrovat burzovně obchodované fondy (ETF) i dle kritéria udržitelnosti. Podrobnější informace o naplnění dílčích ESG kritérií však není poskytována. Když se podíváme na český trh kolektivního investování, prakticky každá banka má pro poskytované fondy vyčleněn na svém webu adekvátní prostor pro ESG investice. Krom doprovodných informací tak máme povědomí o nabídce ESG fondů spravovanými příslušnými společnostmi, například Českou spořitelnou ([Investiční centrum ČS, 2024h](#)), či [Komerční bankou \(2024\)](#), což je prakticky obdobná informace dříve zmíněné filtraci ETF.

Investorovi by se však často hodil ještě jiný typ informace. Na jedné straně by se mohl chtít dozvědět granulární informaci o naplnění jednotlivých ESG hledisek. Určitě by se našla řada investorů, kteří by se zaměřili jen na určitou skupinu ESG charakteristik. Na druhé straně barikády však stojí investoři, kteří prahnou po nějakém komplexní indikátoru, který by vyjádřil míru udržitelnosti, agregováním úrovní všech ESG charakteristik. Takovým ukazatelem je *MSCI ESG Fund Rating* ([MSCI, 2024c](#)). Nehodnotí zdaleka jen ETF, ale také akcie či podílové fondy. Jednotlivým instrumentům, respektive fondům, přiřazuje rating od nejlepšího AAA po nejhorší CCC ([MSCI, 2024c](#)). V tomto rozmezí rozděluje instrumenty na lídry v oblasti ESG (se známkami AAA, AA), na průměrné (se známkami A, BBB, BB) a zaostávající (se známkami B, CCC). Služba je však komplexní, nabízející i výše zmíněný granulární pohled na ESG problematiku. V části environmentálních kritérií je uveden vážený průměr emisí CO₂. Další údaj je procento výnosů z majetku fondu klasifikovaných jako zelené (např. alternativní energie), a procento výnosů z fosilních paliv. V rámci oblasti správy a řízení nalezneme o váženém průměrném podílu nezávislých členů představenstva, potažmo žen v představenstvu společnosti. Dále

je uvedeno postavení fondu ke společnostem s určitým „nezeleným“ zaměřením, např. producentům tabákových výrobků (MSCI, 2024c).

S ohledem na praktickou část práce reflektující ESG otevřené podílové fondy nelze nezmínit interně vyvinout techniku *ESGenius score*, která na škále od 0 do 100 vyjadřuje míru udržitelnosti podílového fondu. Hodnota tohoto ukazatele je formována více než stovkou ESG faktorů princip udržitelnosti utvářejících (environmetální dopady, řízení společnosti, etické zásady apod.), více viz web [Erste Asset Management \(2024e\)](#), a hlavně příručka o udržitelném rozvoji [Erste Asset Management \(2024d\)](#). Hodnotu ukazatele za minulé období lze povětšinou nalézt ve výroční zprávě příslušného podílového fondu.

3.7.4 ESG podílové fondy České spořitelny

Jak již bylo naznačeno výše, investování v duchu ESG kritérií se nevyhnulo ani investičním, respektive podílovým fondům. Pro rozlišení mají často podílové fondy zaměřené na odpovědné investování zkratku ESG v názvu³⁹. Prakticky každá investiční společnost, resp. správce podílových fondů v České republice nabízí ESG varianty.

Nejinak je tomu u jedné z největších bank na českém trhu České spořitelny, která nabízí dluhopisové, akciové, smíšené či nemovitostní podílové fondy obhospodařované a administrované mezinárodní investiční společností [Erste Asset Management \(2024c\)](#). Aktuálně na českém trhu nabízí 13⁴⁰ ESG podílových fondů s různým typovým zaměřením aktiv ([Investiční centrum ČS, 2024h](#)). Všechny veřejně vykazují informace související s udržitelností. Zavazují se tak k investicím jdoucím ruku v ruce udržitelnosti. Vymezují se proti investicím do uhelného či tabákového průmyslu, potažmo dalším potenciálně vysoce škodlivým oblastem. Samotná společnost Erste Asset Management potvrzuje svůj udržitelný přístup k investování podpisem *Zásad OSN pro odpovědné investování*, více viz [PRI \(2024\)](#).

³⁹ Případně alespoň slovíčka jako *responsible* či *environment*.

⁴⁰ Původní nabídka o 15 fondech byla na základě mých zjištění v září 2024 redukována. Více informací vizte v kapitole 8.3.

4 Investiční rozhodovací procedura – systematická kompilace dílčích kroků

Již před zrodem českého kapitálového trhu, potažmo možností našince vůbec investovat, píše zahraniční literatura o procesech, které jsou stěžejní při investičním rozhodování. [Alexander a Sharpe \(1989\)](#) popisují investiční proces jako návod postupu investora při rozhodování, do jakých instrumentů vloží své volné finanční zdroje. Upřímně řečeno, literatura zevrubný postup investičního rozhodování nepodává. Spíše se jedná o popis stručnější s případným detailnějším pohledem na jeho vybrané fáze či momenty. Dovolím si tedy integrovat dílčí fragmenty do **jednotícího procesu**⁴¹ **komplexní investiční rozhodovací procedury**, a to za přispění stávajících, i nově vzniklých konceptů výše či níže popsanych.

Jak mnohé zdroje uvádějí, základním stavebním kamenem je volba **investiční politiky**. Lze klasifikovat řadu faktorů, které determinují investiční politiku, potažmo **investiční strategii** z ní vycházející, což následně ovlivňuje celý investiční proces ([Scott, 2009](#)). Jak zmiňuje [Steigauf \(2003\)](#), je třeba si stanovit osobní investiční cíl, který je významně determinován účelem investice. Jedná se o dlouhodobou investici alespoň částečně zabezpečující jedince v důchodovém věku? Nebo se snad jedná o prostředky určené pro studium dětí ve střednědobé budoucnosti? Případně si odkládáme přebytečné prostředky pro případ neočekávaných událostí? Účel investice může být různý, ne vždy ani jednoznačně na počátku procesu identifikovatelný. V průběhu času se jistě může i měnit. Účel investice však napovídá, v jakém čase investiční cíl leží. Jak praví například [Svoboda \(2009\)](#), investice tak může být krátkodobá (do 1 roku), střednědobá (1-5 let) či dlouhodobá (nad 5 let). Cíl investice bude jednoznačně ovlivněn i postojem k riziku ztráty investice. Investor si tedy snaží odpovědět na otázku, jestli mu třeba krátkodobé výnosové výpadky nebudou toliko vadit v kontextu sledování dlouhodobější investiční strategie. Nebo jestli je investor rizikově averznější, a drobný pokles cen by ho rozhodil v jeho původních plánech. Případně konkrétněji, jak vysokou ztrátu je ochoten investor (přechodně) akceptovat ([Fondy kvalifikovaně, 2024](#)). Určitou roli může hrát i velikost investovaného kapitálu, a to zejména v situaci průběžného investování a jeho možné revize ([Duspiva, 2006](#)). V rámci investiční politiky je také nutno zvážit, jestli stačí při

⁴¹ Proces je spíše povahou příběhem, který není vhodné narušovat titulky podkapitol.

rozhodování investorovi vlastní zkušenosti a znalosti, či potřebuje poradenskou, resp. analytickou podporu. Nakonec větší investiční zkušenost může podněcovat další investorovy požadavky jako je preferovaný typ investičního instrumentu, lokalita investice, resp. obchodování, ekologický či dokonce politický rozměr. Nemalou roli může sehrát i aktivita při správě investice, respektive investičního portfolia v čase. Jedná se snad o jednorázovou investici „bez dohledu“? Nebo bude investice pravidelně vyhodnocována a případně revidována? Zastane aktivní správu investor sám, nebo využije „externí“ odbornou investiční službu? Všechny tyto aspekty utváří investiční politiku, respektive determinují její investiční cíl. A co že je to tedy ten *investiční cíl*? Odpověď je intuitivní, proto jsem ji ponechal až na konec pojednání o prvotní fázi investičního procesu. Jak trefně konstatuje [Supersysel \(2024\)](#), investiční cíl může být charakterizován dosažením určitého výsledku, a to v podobě (konkrétního) celkového růstu hodnoty kapitálu, generování pravidelných příjmů či zachování hodnoty v inflačním prostředí.

Další fáze přechází do **(před)výběru** investičních instrumentů v duchu preferencí stanovené investiční politiky, resp. strategie. Výběr tak může ovlivňovat řada faktorů v duchu výše zmíněného, do které taktéž zapadá například postoj k likviditě aktiva, jeho investičnímu zaměření, sociálně-environmentálním otázkám či složení portfolia a stylu jeho spravování (v případě fondu). Zapomínat však nelze při výběru ani na aktuální situaci na trhu, potažmo náladu, která může být reflektována prostřednictvím sentiment indikátorů, více viz [kapitola 6.5](#). Může se jednat jak o výše propírané podílové fondy, či ETF, tak o akcie, dluhopisy, kryptoměny, komodity či finanční deriváty. Chtělo by se říci, že následuje **finanční, datová analýza** vybraných investičních instrumentů. Investiční realita je však taková, že se tyto činnosti přirozeně prolínají. Jistě, prvotně musí být samotný instrument znám, poté ho až lze podrobněji analyzovat. Instrument však může být dle určité charakteristiky kategorizován. Pak probíhá výběr na základě této charakteristické informace. O předvybraných instrumentech sbíráme všechna, většinou veřejně, dostupná data (ceny, objemy obchodů, poplatky apod.). Na základě těchto zjištění je třeba řadu stěžejních charakteristik dopočítat, například výnos či riziko. O charakteristikách, jejich měření, v této oblasti navržených konceptech, podrobněji pojednává [kapitola 6](#), potažmo [kapitola 3.7.3](#). Není vyloučeno, že může docházet na základě datové analýzy, případně dodatečných preferencí investora, k zúžení množiny vybraných investičních kandidátů.

Další fáze obnáší samotnou **tvorbu investičního portfolia**. Tedy jsou kalkulovány podíly, ve kterých je celková částka vložena do předvybraných investičních

instrumentů, a to prostřednictvím metodiky popsané v kapitole 7, zejména opřené o přístupy rekapitulované kapitolou 5. Při této proceduře se berou explicitně v potaz veškeré požadavky či preference investora ohledně podoby portfolia. Jeho složení tak může být zatíženo limity pro maximální podíl jednoho (typu) aktiva, minimálním podílem udržitelné složky, omezením podílu přeshraniční investice či aktuální náladě na trhu. Následně dochází k **implementaci** investičního záměru prostřednictvím nákupu vytypovaných investičních instrumentů ve stanovených podílech. Investice je realizována. Investor se tak stává majitelem zakoupených aktiv.

Realizací nákupu však investiční proces nekončí. Jak trefně připomíná, například, Alexander a Sharpe (1989) či Kopecký Advisory (2024), v průběhu času může docházet k **vyhodnocování** výkonnosti portfolia, případně jeho dalších charakteristik (aktuální úroveň rizika, likvidity apod.). Dochází tak k revizi investice, a případné úpravě složení portfolia. Neradno však zapomínat na náklady, které jsou s těmito transakcemi spojeny. Jak praví Levy (1999), revize portfolia může být podnícena změnou ekonomických, potažmo tržních faktorů. Může se tak jednat o změnu vývoje, potažmo predikce úrokových sazeb, inflace atd. Přidávám, požadavky na podobu či vlastnosti portfolia se mohou ze strany investora měnit z mnoha důvodu. Může se tak jednat o nenadálý nedostatek/přebytek finančních prostředků, změnu postoje k riziku, zhoršení zdravotního stavu atp. Na základě nových informací a skutečností je portfolio rebalancováno. Podíly stávajících aktiv se mohou měnit. Do portfolia také mohou být zahrnuta další aktiva, naopak některá mohou být eliminována.

Jak vidno, jednotlivé fáze investičního procesu se mohou různě prolínat. Tato kratší, ale velice významná kapitola se zaměřila výhradně na jeho průběh, při kterém je však využívána řada metodických přístupů a technik, které jsou pro náš případ popsány ve výše odkazovaných (sub)kapitolách. Popsaný proces lze samozřejmě aplikovat i na trhu s jinými investičními instrumenty, což akorát může podnítit užití jiných dílčích metodických konceptů, např. jiné míry výnosu, rizika, skladby nákladů apod.

5 Fragmenty teorie rozhodování a teorie fuzzy množin

Tato kapitola nabízí stěžejní teoretickou pasáž, a to představení navrženého konceptu interaktivní fuzzy metody vícekriteriálního programování. Než se tak stane, méně znalý čtenář se může seznámit, pro větší pochopení postupu, s vybranými aspekty teorie rozhodování, a zejména pak teorie fuzzy množin.

5.1 Teorie rozhodování

Jak praví Fiala (2013), **rozhodování** je proces výběru variant(y) z určité množiny obsahující alespoň dvě varianty podle sledovaných kritérií za účelem dosažení stanovených cílů. Za **kritérium** můžeme považovat pravidlo, podle kterého jsou jednotlivé varianty hodnoceny, resp. porovnávány. Subjekt, který vybírá z množiny variant, respektive činí rozhodnutí, nazveme **rozhodovatelem**⁴².

Modely rozhodování mohou být jednokriteriální, nebo vícekriteriální. V případě jednoho kritéria stačí vybrat variantu s jeho nejlepší hodnotou. Pokud je takových variant více, musí se zvolit nějaká doprovodná procedura pro jejich rozlišení, pokud je to žádoucí a potřebné. Nacházíme tak *optimální (ideální) řešení*. Nejen však investiční praxe přináší rozhodování podle vícero, navíc povětšinou různě důležitých, kritérií. Pak hledáme jakýsi kompromis mezi ohodnocením dle sledovaných charakteristik. Nacházíme tak *kompromisní řešení*.

Vícekriteriální rozhodovací modely lze rozdělit na diskrétní a spojité. **Diskrétní vícekriteriální modely** pracují s množinou alternativ o konečném počtu. Cílem je pak nalézt takovou variantu, která by simultánně dosáhla co možná nejlepšího ohodnocení podle všech sledovaných kritérií. Modelová úloha by pak mohla vypadat následovně

$$\begin{aligned} & \text{"min"} \quad f_j(a_i) \quad j \in J_{\min} \\ & \text{"max"} \quad f_j(a_i) \quad j \in J_{\max} , \\ & a_i \in A \end{aligned} \tag{1}$$

⁴² Jak je výše patrné, v roli rozhodovatele je v našem případě investor, případně investiční poradce/specialista, či portfolio manažer.

dde $f_j(a_i)$, $i = 1, 2, \dots, p$; $j \in J_{min} \cup J_{max}$ je ohodnocení varianty a_i dle kritéria f_j . A pak zastupuje konečnou množinu variant. Množina J_{min} , resp. J_{max} obsahuje indexy označující minimalizační, respektive maximalizační kritéria. Uvozovky navozují hledání kompromisního řešení. Optimální (ideální) řešení, které vykazuje nejlepší hodnoty podle všech uvažovaných hledisek, totiž povětšinou neexistuje.

Za účelem nalezení řešení úlohy (1) máme bohatou škálu metodických přístupů lišících se vyhodnocovacím principem, povahou a objemem vstupních informací či podobou výsledku. Co však mají všechny metody společného, je snaha vícekritériální pohled agregovat do monokritériálního. Jak napovídá vysoký počet metod, přístupů je celá řada. Blíže se s nimi lze seznámit, mimo jiné(!), v publikacích autorů Fialy (2013) či Alinezhada a Khalila (2019).

Pokud je množina variant explicitně stanovena soustavou omezujících podmínek, mluvíme o **spojitých rozhodovacích modelech**. Kritéria jsou vyjádřena jakožto účelové (kritériální)⁴³ funkce. Úloha je pak koncipována prostřednictvím modelu vícekritériálního programování, který může mít následující podobu

$$\begin{aligned} & \text{"min"} \quad f_j(\mathbf{x}) \quad j \in J_{min} \\ & \text{"max"} \quad f_j(\mathbf{x}) \quad j \in J_{max} , \\ & \mathbf{x} \in X \end{aligned} \tag{2}$$

kde vektor n proměnných $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ je elementem následující množiny přípustných řešení X vymezené všemi podmínkami utvářejícími konkrétní rozhodovací problém

$$X = \{ \mathbf{x} \in R^n \mid g_i(\mathbf{x}) R_i b_i, i = 1, 2, \dots, m; \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \} , \tag{3}$$

kde $g_i(\mathbf{x})$, resp. b_i je funkční levá, resp. (konstantní) pravá strana i -tého omezení, R_i pak zastupuje jedno z relačních znamének ($\leq, \geq, =$). Podmínky nezápornosti proměnných nejsou nutností, nicméně jsou signifikantní pro drtivou většinu úloh.

Za účelem nalezení (kompromisního) řešení úlohy (2) bylo za posledních několik desítek let vyvinuto úctyhodné množství metod lišících se v používaném vyhodnocovacím mechanismu, podoby vstupujících údajů či způsobu, potažmo

⁴³ (ang.) *objective function*; Překládá se lehce nešťastně jako *účelová funkce*. Dle mého názoru je lepší vyjádření *kritériální funkce*, které bude v textu používáno.

načasování, vyjádření preferencí rozhodovatele. Jako souhrnnější dílo k základnímu seznámení s metodami a přístupy vícekriteriální optimalizace může posloužit skriptum Fialy (2013), potažmo vědecké články Gunantara (2018) či tandemu Sharmy a Kumara (2022).

5.1.1 STEM

Níže navržená fuzzy metoda vícekriteriální optimalizace se ve svém základu opírá o některé principy metody STEM, respektive její (fuzzy) modifikace KSU-STEM. Nejprve se zaměříme na interaktivní přístup vícekriteriálního programování, metodu kroků (STEM). Nutno podotknout, algoritmus metody je na následujících řádcích představen stručně, pro potřeby pochopení algoritmických postupů následných metodických konceptů. Ve větším detailu je pak algoritmus popsán Benayounem a kol. (1971).

Krok 1 Definujme k maximalizačních kriteriálních funkcí $f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_k(\mathbf{x})$, kde $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ je vektor n proměnných. Na množině přípustných řešení X hledáme optimální hodnotu jednotlivých kriteriálních funkcí. Následně definujeme matici $\mathbf{Z} = (z_{ij})$, kde prvek z_{ij} , $i, j = 1, 2, \dots, k$, vyjadřuje hodnotu i -té kriteriální funkce při maximalizaci j -té kriteriální funkce. Na základě hodnot z matice $\mathbf{Z}$ jsou určeny váhy kriteriálních funkcí $v_1, v_2, \dots, v_k$.

Krok 2 Pro nalezení prvotního řešení je definován matematický model minimalizující maximální váženou odchylku od ideální hodnoty⁴⁴

$$\min_{\mathbf{x} \in X} \max_{1 \leq j \leq k} v_j (f_j^I - f_j(\mathbf{x})), \quad (4)$$

kde $f_j^I, j = 1, 2, \dots, k$, je ideální (optimální) hodnota j -té kriteriální funkce. Optimální řešení modelu (4), $\mathbf{x}^1$ s hodnotami účelových funkcí $f_1(\mathbf{x}^1), f_2(\mathbf{x}^1), \dots, f_k(\mathbf{x}^1)$, je prvotním řešením úlohy. Pokud jsou hodnoty všech kriteriálních funkcí vyhovující, kompromisní řešení bylo nalezeno. Pokud jsou hodnoty všech kriteriálních funkcí nevyhovující, pak je algoritmus také u konce. Pro nalezení řešení by rozhodovatel patrně musel revidovat své preference. Pokud hodnoty některých kritérií jsou

⁴⁴ Lineární transformace původního modelu minimalizujícího vzdálenost od ideální varianty měřenou Cebyševovou metrikou.

neakceptovatelné, a zároveň je rozhodovatel ochoten alespoň u jednoho kritéria připustit zhoršení hodnoty, pak lze v rámci následující interaktivní procedury (viz Krok 3) dojít do příhodnějšího nedominovaného⁴⁵ řešení.

Krok 3 Stanovme množinu indexů kritériálních funkcí J^A , u kterých je akceptovatelné zhoršení jejich hodnoty na úrovni $\Delta f_j(\mathbf{x}^1)$, $j \in J^A$. Indexy ostatních funkcí jsou obsaženy v množině J^N . Množina X je pak rozšířena o následující dodatečné podmínky

$$\begin{aligned} f_j(\mathbf{x}) &\geq f_j(\mathbf{x}^1) & j \in J^N \\ f_j(\mathbf{x}) &\geq f_j(\mathbf{x}^1) - \Delta f_j(\mathbf{x}^1) & j \in J^A \end{aligned} \quad (5)$$

Podmínky (5) jsou přidány do modelu (4) s tím, že platí $v_j = 0$, $j \in J^A$. Dostáváme nové řešení $\mathbf{x}^2$ s hodnotami účelových funkcí $f_1(\mathbf{x}^2), f_2(\mathbf{x}^2), \dots, f_k(\mathbf{x}^2)$, které je opět předmětem interaktivního procesu. Algoritmus končí akceptací řešení.

5.1.2 KSU-STEM

KSU-STEM nabízí příhodnou modifikaci metody STEM. Zaprvé váhy kritérií jsou voleny přímo rozhodovatelem. Odpadá přidružený výpočtový problém s případnými nekladnými hodnotami kritériálních funkcí. Zadruhé vzdálenost je vyjadřována ve standardizované podobě. Dále, transformace charakteru kritérií není nutná. Konečně, KSU-STEM umě využívá ideální i bazální hodnotu. Algoritmus je podrobně popsán [Laiem a Hwangem \(1996\)](#). Ve své podstatě vypadá následovně.

Krok 1 Definujme k kritériálních funkcí $f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_k(\mathbf{x})$, kde $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ je vektor n proměnných. Rozlišme množinu indexů minimalizačních J_{min} , resp. maximalizační účelových funkcí J_{max} . Vektor vah charakteristik $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \dots, v_k)^T$ je určen na základě preferencí rozhodovatele. Pomocí příhodného, níže zmíněného, jednokritériálního modelu stanovíme nejlepší (ideální) f_j^I , respektive nejhorší (bazální) hodnotu f_j^B pro každou kritériální funkci

⁴⁵ Řešení, ke kterému neexistuje jiné, které by mělo hodnotu alespoň jedné kritériální funkce lepší, a hodnoty ostatních kritériálních funkcí nemělo horší.

$$\begin{array}{ll} \min_{\mathbf{x} \in X} f(\mathbf{x}) & \max_{\mathbf{x} \in X} f(\mathbf{x}) \\ & j \in J_{\min} \cup J_{\max} . \end{array} \quad (6)$$

Krok 2 Následně je formulován matematický model, kde je minimalizována maximální standardizovaná vážená odchylka od ideální hodnoty. Model, vlastně využívající koncept fuzzy cílů (více viz [subkapitola 5.2](#)), lze zapsat následovně

$$\begin{array}{ll} \min \alpha & \\ v_j \frac{f_j(\mathbf{x}) - f_j^l}{f_j^B - f_j^l} \leq \alpha & j \in J_{\min} \\ v_j \frac{f_j^l - f_j(\mathbf{x})}{f_j^l - f_j^B} \leq \alpha & j \in J_{\min} . \\ \mathbf{x} \in X & \\ 0 \leq \alpha \leq 1 & \end{array} \quad (7)$$

Dostáváme optimální řešení modelu $\mathbf{x}^1$ s hodnotami kriteriálních funkcí $f_1(\mathbf{x}^1), f_2(\mathbf{x}^1), \dots, f_k(\mathbf{x}^1)$, které reprezentuje prvotní rozhodnutí. Opět platí, že jsou-li hodnoty všech kriteriálních funkcí vyhovující, kompromisní řešení bylo nalezeno. Jestliže hodnoty kriteriálních funkcí nevyhovují, pak kompromisní řešení nebylo nalezeno. Pro nalezení řešení by rozhodovatel patrně musel revidovat své preference. Pokud hodnoty některých kritérií jsou neakceptovatelné, a zároveň je rozhodovatel ochoten alespoň u jednoho kritéria připustit zhoršení hodnoty, pak lze v rámci následující interaktivní procedury (viz Krok 3) dojít do příhodnějšího nedominovaného řešení.

Krok 3 Stanovme množinu indexů minimalizačních $J_{\min}^A$, resp. maximalizačních kriteriálních funkcí $J_{\max}^A$, u kterých je akceptovatelné zhoršení jejich hodnoty na úrovni $\Delta f_j(\mathbf{x}^1), j \in J_{\min}^A \cup J_{\max}^A$. Indexy ostatních minimalizačních, resp. maximalizačních funkcí jsou obsaženy v množině $J_{\min}^N$, resp. $J_{\max}^N$. Množina X je pak rozšířena o následující dodatečné podmínky

$$\begin{array}{ll} f_j(\mathbf{x}) \leq f_j(\mathbf{x}^1) & j \in J_{\min}^N \\ f_j(\mathbf{x}) \geq f_j(\mathbf{x}^1) & j \in J_{\max}^N \\ f_j(\mathbf{x}) \leq f_j(\mathbf{x}^1) + \Delta f_j(\mathbf{x}^1) & j \in J_{\min}^A \\ f_j(\mathbf{x}) \geq f_j(\mathbf{x}^1) - \Delta f_j(\mathbf{x}^1) & j \in J_{\max}^A \end{array} \quad (8)$$

Nakonec jsou nahrazeny původní váhy transformovanými dle následujících vztahů

$$\begin{aligned} v'_j &= 0 & j \in J_{min}^A \cup J_{max}^A \\ v'_j &= \frac{v_j}{\sum_{j \in J_{min}^N \cup J_{max}^N} v_j} & j \in J_{min}^N \cup J_{max}^N \end{aligned} \quad (9)$$

Model (7) s dodatečnými podmínkami (8) a novými vahami (9) je řešen. Další řešení je buď akceptováno, nebo dochází k dalším úpravám ve směru zpřesňování preferencí rozhodovatele. Interaktivní procedura, respektive algoritmus, končí akceptací řešení.

5.2 Teorie fuzzy množin

Povídání o teorii fuzzy množin započne historickým exkurzem jejího vzniku. Následně dojde k jasnému vymezení její podstaty, vágnosti, a to i vůči často komplementární teorii pravděpodobnosti. Nemůže chybět vysvětlení základní pojmů stěžejních pro teoretické metodické koncepty. Speciální pasáž pak bude věnována fuzzy číslu a jeho tvaru, potažmo konceptu lingvistické proměnné. Představení Bellmanova principu optimality exhibici teorie fuzzy množin zakončuje.

5.2.1 Vývoj teorie fuzzy množin

K exaktnímu vyjádření vágních, neurčitých jevů byla významně modifikována klasická teorie množin, která se začala vyvíjet již v 19. století. Strůjcem klasické teorie množin je Bernard Bolzano, což dokazuje svým dílem *Paradoxy nekonečna* z poloviny 19. století, přeloženo z německého originálu (Bolzano, 1963). Významnou osobou byl Georg Cantor, který během druhé poloviny 19. století položil základy teorie množin jako samostatné matematické disciplíny. Množiny lze definovat v této teorii jako striktní, s elementy buď patřícími, nebo nepatřícími do dané množiny. Ohraničení množin bylo jasně dané, zcela rigidní. Tento koncept množin ale v reálných situacích nebyl dostatečný. Nakonec již ve starověkém Řecku se badatelé setkávali s pojmem vágnosti. Můžeme například vzpomenout paradox hromady (Bojadziev a Bojadziev, 2007). S konceptem vágnosti se zabývá ve své často citované eseji B. Russell (Russell, 1923), kde upozorňuje na přítomnost vágnosti v různých životních situacích člověka, potažmo v jazyce. Prvně byl koncept fuzzy množin prezentován v článku L. A. Zadeha (1965). Z počátku byla odezva na toto dílo velmi slabá. Až v 70. a 80. letech dochází k silné reakci a vzniká mnoho vědeckých prací zabývajících se touto problematikou

(Novák, 1986). Mezi významné ranné autory publikací popisující principy, nástroje či metody teorie fuzzy množin můžeme zahrnout Dubois a Prade (1980), Kandel (1986), Kaufmann (1975), Klir a Folger (1988), Novák (1989), Terano a kol. (1992), Zimmermann (1985). Velice důležitým milníkem je koncept fuzzy čísel, který byl vyvinut poměrně záhy po představení teorie fuzzy množin. Významné příspěvky v teorii fuzzy čísel jsou od Duboise a Pradeho (1978), Kaufmanna a Gupty (1985), či Nahmiasse (1978). Dalším zásadním konceptem je fuzzy relace, která byla představena v publikaci Zadeha (1971). Nemálo pro praxi důležitý koncept lingvistických proměnných zveřejnil L. A. Zadeh (1975a, 1975b, 1975c). Je tedy patrné, že publikace s touto problematikou se začaly rychle šířit. Z roviny teorie se začalo přecházet v následujících letech do praxe, kde má instrument fuzzy množiny široké využití. Důvodem je srozumitelnost konceptu, potažmo jeho již naznačená široká aplikovatelnost v reálných případech. Není tedy divu, že zájem o tuto teorii, zejména při řešení různých problémů dnešního tak nestabilního a těžko predikovatelného světa, pokračuje dodnes. Tato snaha je však doplněna i souhrnnými teoretickými díly, čehož je například aktualizovaná monografie S. R. Singhy (2021) důkazem.

5.2.2 Vágnost vs. nejistota

S pojmem **vágnost** se lze setkat v různých souvislostech. Vágní může být popis objektu, pojem, definice, vlastnost, preference apod. Jak praví Zimmermann (1991), náš přirozený jazyk je plný vágnosti. Například, malý člověk je pro někoho jedinec měřící méně než 150 cm, pro jiného 160 cm atp. Na vnímání výšky člověka může mít nezanedbatelný vliv pohlaví či rasa. Jiným věcným příkladem uvažuje o přítomnosti vágnosti v životě člověka Novák (2000), který se snaží popsat chod podniku. Dozvíme se tak patrně o předmětu podnikání, velikosti či úspěších, potažmo problémech. Další informace, jako například o zaměstnancích či strojích, se asi nedozvíme. Pokud bychom takové informace chtěli, museli bychom doplnit i o kvantitativní, či grafické výstupy, a to s ohledem na povahu sdělovaných skutečností. Požadavek na popis vícero skutečností v patřičném detailu tlačí na shromáždění velkého množství informací, což však může mít za následek nevyžádané zahlcení kapacity, resp. psychiky jedince. Často se tak musíme dopouštět určitých zjednodušení, nepřesné charakterizaci. Na rozdíl od předchozí významové vágnosti, se v tomto případě jedná o vágnost *informační*. Člověk tak velmi často váží mezi přesností, kompletností informace a její důležitostí. Tento vztah mezi relevancí a přesností informace studuje L. A. Zadeh (1973) prostřednictvím

principu inkompatibility. Neadekvátně se zvyšující důraz na přesnost informace může oslabit její relevanci, což může způsobit mezi těmito charakteristikami vzájemně se vylučující vztah. Tendence člověka vágnost eliminovat je však přirozená. Touha po větší přesnosti, jasnosti, srozumitelnosti, je značná, avšak často vedoucí k zahlcení nerelevantními informacemi, přecházející v neschopnost zpracování myšlenek. Jak praví L. A. Zadeh, je třeba nalézt určitou rovnováhu mezi relevancí a přesností. A tudíž nemá smysl se snažit vágnost, či nepřesnosti, odstranit. Teorie fuzzy množin má tak významný potenciál k opisu, potažmo nutné kvantifikaci nepřesných, vágních aspektů rozhodovacích mechanismů člověka.

Pojem vágnosti, chcete-li nepřesnosti, nejasnosti, musí být konfrontován s pojmem *nejistoty*, který je středobodem teorie pravděpodobnosti. Vágnost a nejistota pak tvoří komplementární aspekty *neurčitosti*. Teorie pravděpodobnosti tedy spíše odpovídá na otázku *Zda se něco stane?*, teorie fuzzy množin pak na otázku *Co se stane?* (Novák, 2000). Nejistota je též těžko odstranitelná, lze spíše pracovat s její intenzitou. Nakonec i přírodní zákony ji obsahují.

5.2.3 Fuzzy množina a další základní pojmy

V této subkapitole bude uvedeno několik nezbytných pojmů z teorie fuzzy množin (Talašová, 2003).

Definice 1 Necht' je dána množina U , tzv. *univerzum*. Pak fuzzy množina $\tilde{F}$ na univerzu U je definována zobrazením

$$\mu_{\tilde{F}} : U \rightarrow \langle 0, 1 \rangle. \quad (10)$$

Funkci $\mu_{\tilde{F}}$ nazveme *funkcí příslušnosti* fuzzy množiny $\tilde{F}$. Pro každé $x \in U$ nazveme hodnotu $\mu_{\tilde{F}}(x)$ stupněm příslušnosti prvku x k fuzzy množině $\tilde{F}$. Čím blíže je hodnota funkce příslušnosti $\mu_{\tilde{F}}(x)$ jedné, tím více přísluší prvek x k množině $\tilde{F}$.

Definice 2 Necht' je dána fuzzy množina $\tilde{F}$ na univerzu U a reálné číslo $\alpha \in \langle 0, 1 \rangle$. Pak α -*řezem* fuzzy množiny $\tilde{F}$ nazýváme ostrou množinu

$$F_{\alpha} = \{x \in U \mid \mu_{\tilde{F}}(x) \geq \alpha\}. \quad (11)$$

Definice 3 Fuzzy množina $\tilde{F}$ definovaná na lineárním prostoru U se nazývá *konvexní*, jestliže pro každé $\alpha \in (0,1)$ je příslušný α -řez F_α konvexní množinou, tj. jestliže pro ostrou množinu F_α platí

$$x, y \in F_\alpha, \lambda \in \langle 0,1 \rangle : \lambda x + (1-\lambda)y \in F_\alpha. \quad (12)$$

Nyní si definujeme dvě důležité operace s fuzzy množinami – průnik a sjednocení (Pedrycz a kol., 2010).

Definice 4 Necht' $\tilde{F}_1$ a $\tilde{F}_2$ jsou fuzzy množiny a $\mu_{\tilde{F}_1}, \mu_{\tilde{F}_2}$ jejich funkce příslušnosti. Pak *průnikem* $\tilde{F}_1 \cap \tilde{F}_2$ rozumíme fuzzy množinu s funkcí příslušnosti

$$\mu_{\tilde{F}_1 \cap \tilde{F}_2}(x) = \min(\mu_{\tilde{F}_1}(x), \mu_{\tilde{F}_2}(x)) \quad x \in X. \quad (13)$$

Definice 5 Necht' $\tilde{F}_1$ a $\tilde{F}_2$ jsou fuzzy množiny a $\mu_{\tilde{F}_1}, \mu_{\tilde{F}_2}$ jejich funkce příslušnosti. Pak *sjednocením* $\tilde{F}_1 \cup \tilde{F}_2$ rozumíme fuzzy množinu s funkcí příslušnosti

$$\mu_{\tilde{F}_1 \cup \tilde{F}_2}(x) = \max(\mu_{\tilde{F}_1}(x), \mu_{\tilde{F}_2}(x)) \quad x \in X. \quad (14)$$

Definice 6 Necht' $\mu_{\tilde{R}}(x, y)$ je funkce příslušnosti, která vyjadřuje stupeň příslušnosti indikující míru vztahu x s y . Pak *fuzzy relace* je množina

$$\tilde{R} = \{((x, y), \mu_{\tilde{R}}(x, y)) \mid (x, y) \in X \times Y, \mu_{\tilde{R}}(x, y) \in \langle 0,1 \rangle\}, \quad (15)$$

kde $X \times Y = \{(x, y) \mid x \in X, y \in Y\}$ je kartézský součin množin.

5.2.4 Fuzzy číslo a jeho tvar

Definici fuzzy čísla nalezneme například u Duboise a Pradeho (1980).

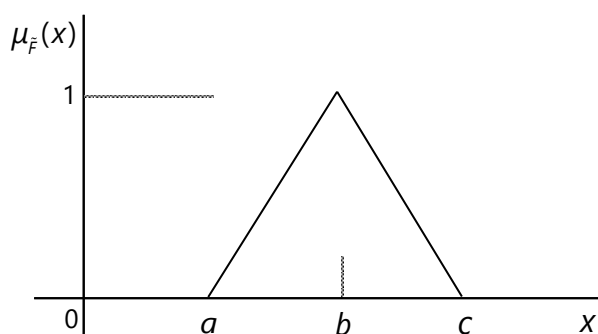
Definice 7 Fuzzy číslo je konvexní fuzzy množina $\tilde{F}$ taková, že platí

$$\exists x_0 \in R, \mu_{\tilde{F}}(x_0) = 1,$$

$\mu_{\tilde{F}}(x)$ je po částech spojitá funkce.

Intuitivně fuzzy číslo vnímáme jako hodnotu, která je neurčitá, vágní. Tato hodnota může být charakterizována jako "asi x_0 ".

Jak uvádí Novák (2000), jedním z nejpoužívanějších typů fuzzy čísel je **trojúhelníkové fuzzy číslo**. Tvarem funkce příslušnosti takového fuzzy čísla je trojúhelník (Obrázek 4).



Obrázek 4 Funkce příslušnosti trojúhelníkového fuzzy čísla (vlastní zpracování)

Funkci příslušnosti trojúhelníkového fuzzy čísla $\tilde{F}$ může být formalizována následujícím zápisem

$$\mu_{\tilde{F}}(x) = \begin{cases} 0 & x \leq a \vee x \geq c \\ \frac{x-a}{b-a} & a < x < b \\ \frac{c-x}{c-b} & b < x < c \\ 1 & x = b \end{cases} \quad (16)$$

kde a , resp. c je dolní limit, resp. horní limit fuzzy čísla, b je středová hodnota. Pokud jsou krajní hodnoty a , c symetricky kolem hodnoty b , pak funkce příslušnosti tvoří rovnoramenný trojúhelník. Samozřejmě si umíme představit i nesymetrický případ. Trojúhelníkové fuzzy číslo lze formálně zapsat jako $\tilde{F} = (a, b, c)$.

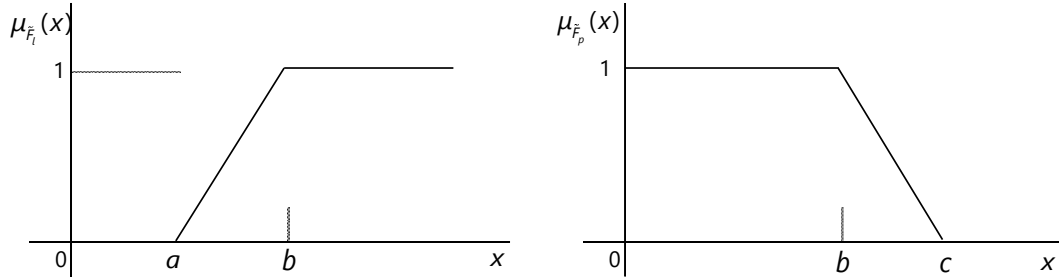
Někdy je třeba využít "pouze" levostranné nebo pravostranné trojúhelníkové fuzzy číslo⁴⁶. Jak uvádí Gupta a Bhattacharjee (2010), funkce příslušnosti levostranného $\tilde{F}_l$, resp. pravostranného trojúhelníkového fuzzy čísla $\tilde{F}_p$ je definována jako⁴⁷

⁴⁶ Dle definic se již nejedná o trojúhelníkový tvar, protože funkce příslušnosti obsahuje pouze jedno rameno trojúhelníku. Označení čísla jako trojúhelníkového je tedy pomocné a musíme ho brát spíše v uvozovkách. Je to však teoretický konstrukt v odborné literatuře běžně se používající.

⁴⁷ Trojúhelníková fuzzy čísla, respektive elementy s nenulovým stupněm příslušnosti, jsou vymezeny pouze v segmentu nezáporných čísel. Je však zřejmé, že to tak nemusí striktně platit, záleží na konkrétní reálné situaci.

$$\mu_{\tilde{F}_l}(x) = \begin{cases} 0 & x \leq a \vee x \geq c \\ \frac{x-a}{b-a} & a < x < b \\ 1 & b \leq x \leq c \end{cases}, \text{ resp. } \mu_{\tilde{F}_p}(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \vee x \geq c \\ \frac{c-x}{c-b} & b < x < c \\ 1 & 0 \leq x \leq b \end{cases}. \quad (17)$$

Funkci příslušnosti levostranného (vlevo), resp. pravostranného trojúhelníkového fuzzy čísla můžeme vidět na následujících dvou grafech (Obrázek 5).



Obrázek 5 Funkce příslušnosti levostranného (vlevo), resp. pravostranného (vpravo) trojúhelníkového fuzzy čísla (vlastní zpracování)

Levostranné, resp. pravostranné trojúhelníkové fuzzy číslo formálně zapíšeme jako $\tilde{F}_l = (a, b, b)$, resp. $\tilde{F}_p = (b, b, c)$.

Mezi výrazné přednosti trojúhelníkového fuzzy čísla, vlastně vycházející z jeho po částech lineární funkce příslušnosti, patří znalost lehce proveditelných základních výpočetních operací. Dle [Chena \(1985, 1998\)](#) lze pro fuzzy čísla $\tilde{F}_1 = (a_1, b_1, c_1)$ a $\tilde{F}_2 = (a_2, b_2, c_2)$ operace formulovat v duchu funkčního principu následovně:

$$\begin{aligned} \tilde{F}_1 + \tilde{F}_2 &= (a_1 + a_2, b_1 + b_2, c_1 + c_2) \\ \tilde{F}_1 - \tilde{F}_2 &= (a_1 - c_2, b_1 - b_2, c_1 - a_2) \\ \tilde{F}_1 \times \tilde{F}_2 &= (\min[a_1 a_2, a_1 c_2, c_1 a_2, c_1 c_2], b_1 b_2, \max[a_1 a_2, a_1 c_2, c_1 a_2, c_1 c_2]) \\ \tilde{F}_1 \div \tilde{F}_2 &= \left(\min\left[\frac{a_1}{a_2}, \frac{a_1}{c_2}, \frac{c_1}{a_2}, \frac{c_1}{c_2}\right], b_1 b_2, \max\left[\frac{a_1}{a_2}, \frac{a_1}{c_2}, \frac{c_1}{a_2}, \frac{c_1}{c_2}\right] \right) \end{aligned} \quad (18)$$

Základní operace, zejména pak součin a podíl, byly podrobeny dalšímu zkoumání, a to zejména v duchu zevšeobecnění na bázi principu rozšíření ([Gani a Assarudeen, 2012](#); [Seresht a Fayek, 2019](#); [Yun a kol. 2009](#)).

Další velmi používané fuzzy číslo je **trapezodiální** ([Kaufmann a Gupta, 1985](#)). Funkce příslušnosti může být také *S-křivka* ([Fang a kol., 2006](#), [Kahraman, 2008](#)), či může mít

tvár *Gaussovy křivky* (Bojadziev a Bojadziev, 2007, Klir a Yuan, 1995). Předpisy všech funkcí příslušnosti lze pohromadě nalézt v publikaci Pedrycze a kol. (2010).

Určení tvaru funkce příslušnosti, respektive typu fuzzy čísla, je klíčové pro jejich správné užití. Dle Nováka (1986) lze rozlišit dva stále platné způsoby, a to na základě vnějších charakteristik prvků univerza, či experimentálních odhadů dotazovaných osob. Přístupy z první skupiny aplikujeme zejména v případech, kdy fuzzy množina nemá jazykový základ, a spíše tak plní roli prostředku. Určení funkce příslušnosti pak vyplývá z vlastností prvků univerza. Většinou se jedná o vágní kvantitativní elementy, u kterých lze vypočítat parametry, potažmo určit tvar funkce, na základě určujících charakteristik a jejich historického vývoje. Takové přístupy navrhuje například Civanlar a Trussell (1986) nebo Yadav a Yadav (2015). Druhou skupinu tvoří metody zejména aplikované na modelování sémantiky slov přirozeného jazyka. Tento úkol zdá se býti ošidný. Význam slov totiž může být chápán subjektivně, individuálně. Nakonec rozdílné vnímání významu slova potvrzují nedávné studie, na které se odkazuje D. Glasserová (2023). I proto se často metodicky spoléhá na vyjádření vícero subjektů, jejichž výstup je následně agregován. Přístupy se mohou opírat o teorie psychologického měření (Sancho-Royo a Verdegay, 1999). Další metody založené na experimentálních datech, respektive informacích a znalostech expertů, byly vyvinuty Bobrowiczem a kol. (1991) či Samokhvalovem (2020).

Určení tvaru funkce příslušnosti fuzzy množiny, respektive parametrů fuzzy čísla, je výsostně navázáno na sledovaný problém. Výčet metod a přístupů výše zmíněný tak nekončí, ba naopak by mohl ruku v ruce s praxí pokračovat. Pro účely této práce je však tento přehledový „náštel“ naprosto dostačující. V investiční praxi bude popisován prostřednictvím fuzzy elementu zejména výnos, k čemuž je třeba přístupů výše zmíněné první skupiny. Určení tvaru fuzzy čísla, potažmo určení jeho parametrů, vychází z historického vývoje ceny investičního instrumentu. O této problematice je však speciálně pojednáno v kapitole 2.3.4, potažmo kapitole 6.1. V investičním procesu potenciálně bude třeba kvantifikovat lingvisticky vyjádřenou důležitost specifických charakteristik. Míříme tak do druhé skupiny metod a přístupů geneze tvaru fuzzy čísla opisujícího význam těchto slovních vyjádření. K tomuto účelu však netřeba dlouhých studií, stávající literatura nabízí škály fuzzy čísel opisujících význam patřičných slovních výrazů na standardizované hodnotové stupnici, více vizte následující kapitolu 5.2.5, potažmo kapitolu 8.4. Konečně přibližné, vágní preference investora zejména o úrovni investičních charakteristik vybízí k využití fuzzy množin za účelem jejich řádné kvantifikace potřebné pro integraci do modelovacích matematických struktur. Cestu vytyčuje zejména Bellmanův princip optimality

v kapitola 5.2.6 unikátně implementovaný v optimalizačním mechanismu vyvinuté fuzzy interaktivní metody vícekritériální optimalizace, viz kapitola 7.2.

5.2.5 Lingvistická proměnná

Otcem konceptu lingvistické proměnné, jak bylo již výše zmíněno, je L. A. Zadeh (1975a, 1975b, 1975c). Specifikem lingvistické proměnné jsou její hodnoty, které jsou zadány slovně. Význam těchto slov je pak vyjádřen prostřednictvím fuzzy množin definovaných na univerzu. Příkladem takové proměnné je věk či výška, jejichž hodnoty mohou být *mladý* či *vysoký*.

Jak píše i Zimmermann (1991), **lingvistická**, též **slovní** či **jazyková, proměnná** je charakterizována uspořádanou pětici $(X, T(X), U, G, M)$. X reprezentuje název proměnné. $T(X)$ vymezuje množinu termů (hodnot) proměnné. U se nazývá univerzum. G je syntaktické pravidlo pro generování hodnot, $x \in T(X)$, z množiny $T(X)$, které se v praxi většinou redukuje na výčet stanovených lingvistických hodnot. M pak označuje sémantické pravidlo sloužící pro spojení každého termu s jeho významem.

Důležitým pojmem může být fuzzy škála, která poslouží při transformaci slovních výrazů do podoby fuzzy čísel (Talašová, 2003).

Definice 8 Řekněme, že lingvistická proměnná X definuje na intervalu $\langle a, b \rangle$ jazykovou škálu, jestliže fuzzy čísla $\tilde{F}_1, \tilde{F}_2, \dots, \tilde{F}_q$ modelující významy q jazykových hodnot tvořící množinu $T(X)$ představují rozklad intervalu $\langle a, b \rangle$, tj. $\forall x \in \langle a, b \rangle$ platí

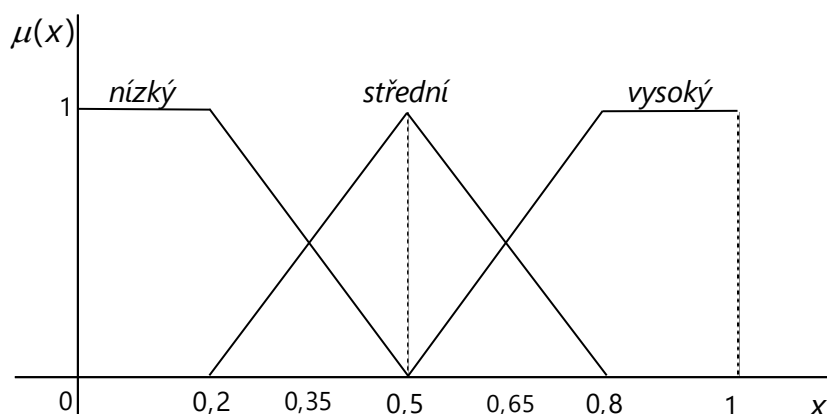
$$\sum_{i=1}^q \mu_{\tilde{F}_i} = 1.$$

Věta 1 Necht' fuzzy čísla $\tilde{F}_1, \tilde{F}_2, \dots, \tilde{F}_q$ tvoří rozklad na intervalu $\langle a, b \rangle$, pak platí:

- Fuzzy čísla lze lineárně uspořádat ve smyslu $\tilde{F}_1 < \tilde{F}_2 < \dots < \tilde{F}_q$.
- Hodnota $x \in \langle a, b \rangle$ buď plně náleží jednomu z fuzzy čísel, nebo dvěma sousedním fuzzy číslům.
- Funkce příslušnosti všech fuzzy čísel jsou spojité.

Definice 9 Necht' fuzzy čísla $\tilde{F}_1, \tilde{F}_2, \dots, \tilde{F}_q$ tvoří rozklad na intervalu $\langle a, b \rangle$, a jsou očíslovaná ve shodě s jejím lineárním uspořádáním $\tilde{F}_1 < \tilde{F}_2 < \dots < \tilde{F}_q$. Pak tvrdíme, že fuzzy čísla $\tilde{F}_1, \tilde{F}_2, \dots, \tilde{F}_q$ tvoří *fuzzy škálu* na $\langle a, b \rangle$.

Obrázek 6 může ilustrovat jednoduchou fuzzy škálu o třech fuzzy číslech, které mohou vyjadřovat slovní významy.



Obrázek 6 Fuzzy škála o třech termech (vlastní zpracování)

Taková fuzzy škála, i s ohledem na vytyčený interval $\langle 0,1 \rangle$, lze v určité podobě využít na odhad fuzzy, potažmo striktních vah hodnotících kritérií, resp. kritériálních funkcí v modelu, detailněji uvádí [Borovička \(2019\)](#). Fuzzy škála obecně nemusí obsahovat fuzzy čísla opisující slovní význam, avšak je to nejčastější situace. Lingvistická proměnná pak může nabývat různých termů v duchu zvolené fuzzy škály. Její podrobnost, respektive počet termů pak závisí na konkrétní empirické aplikaci. Podrobnější škála slovních výrazů pak potenciálně klade větší nároky na určení preferencí rozhodovatele, respektive obecně na lingvistické ohodnocení zkoumaného aspektu ([Chen a Hwang, 1992](#)).

5.2.6 Bellmanův princip optimality

Zejména pokud se nacházejí ve vícekritériálním modelu přibližná, fuzzy omezení, tedy omezení s flexibilně se chovajícím relačním znaménkem, pak lze využít k nalezení řešení takového modelu Bellmanův přístup ([Bellman a Zadeh, 1970](#)). Koncept využívá nástroj fuzzy cíle, který reflektuje kritériální funkce prostřednictvím fuzzy omezení⁴⁸. Přibližnost relace je vytyčena extrémními hodnotami příslušné kritériální funkce.

Mějme model s fuzzy cíli $\tilde{C}_j, j = 1, 2, \dots, k$, a fuzzy omezeními $\tilde{O}_i, i = 1, 2, \dots, m$, potažmo striktně zadaná omezení vytyčující množinu X . Každému j -tému, resp. i -tému, fuzzy

⁴⁸ Relační znaménko platí pouze přibližně. Jedná se vlastně o matematické vyjádření fuzzy relace.

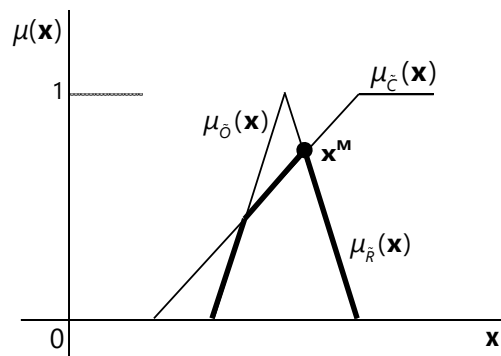
cíli, resp. fuzzy omezení odpovídá funkce příslušnosti $\mu_{\tilde{C}_j}(\mathbf{x})$, resp. $\mu_{\tilde{O}_i}(\mathbf{x})$. Následně je definováno fuzzy rozhodnutí $\tilde{R}$ jakožto fuzzy množina, která je daná průnikem fuzzy cílů a fuzzy omezení v prostoru vytyčeném množinou X

$$\tilde{R} = \tilde{C}_1 \cap \tilde{C}_2 \cap \dots \cap \tilde{C}_k \cap \tilde{O}_1 \cap \tilde{O}_2 \cap \dots \cap \tilde{O}_m \cap X. \quad (19)$$

Funkce příslušnosti mlhavé množiny reflektující fuzzy rozhodnutí (řešení) je určena následující operací

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{R}} &= \mu_{\tilde{C}_1}(\mathbf{x}) \wedge \mu_{\tilde{C}_2}(\mathbf{x}) \wedge \dots \wedge \mu_{\tilde{C}_k}(\mathbf{x}) \wedge \mu_{\tilde{O}_1}(\mathbf{x}) \wedge \mu_{\tilde{O}_2}(\mathbf{x}) \wedge \dots \wedge \mu_{\tilde{O}_m}(\mathbf{x}) = \\ &= \min_{i,j} \{ \mu_{\tilde{C}_j}(\mathbf{x}), \mu_{\tilde{O}_i}(\mathbf{x}) \}. \end{aligned} \quad (20)$$

Pro ilustraci zobrazme fuzzy rozhodnutí v jednoduché situaci jednoho fuzzy cíle a fuzzy omezení⁴⁹, viz [Obrázek 7](#).



Obrázek 7 Ilustrace geneze fuzzy rozhodnutí (vlastní zpracování)

Maximalizační rozhodnutí je pak definováno jako fuzzy číslo s následující funkcí příslušnosti

$$\mu_{\tilde{R}}(\mathbf{x}^M) = \begin{cases} \max \mu_{\tilde{R}}(\mathbf{x}) & \mathbf{x} \in X \\ 0 & \mathbf{x} \notin X \end{cases}. \quad (21)$$

V případě jednoho unikátního maxima $\mathbf{x}^M$ funkce $\mu_{\tilde{R}}(\mathbf{x}^M)$ lze řešení klasifikovat jako striktní, reprezentující všechny cíle a omezení s největším možným stupněm

⁴⁹ I pro názornější ilustraci je fuzzy omezení charakterizováno typem *přibližné rovnice* ($\approx$), vyjádřeno (oboustranným) trojúhelníkovým fuzzy číslem. Pro nerovnicové relace ($\lesssim$, $\gtrsim$) by se využil koncept jednostranných trojúhelníkových fuzzy čísel.

příslušnosti. Řešení je patrně získáno prostřednictvím operátoru *maximinu*, což dokládá následující striktní model (Zimmermann, 1978)

$$\begin{aligned} & \max \alpha \\ & \mu_{\tilde{C}_j}(\mathbf{x}) \geq \alpha \quad j = 1, 2, \dots, k \\ & \mu_{\tilde{O}_i}(\mathbf{x}) \geq \alpha \quad i = 1, 2, \dots, m, \\ & \mathbf{x} \in X \\ & \alpha \in \langle 0, 1 \rangle \end{aligned} \tag{22}$$

kde $\mu_{\tilde{R}}(\mathbf{x}) = \min_{i,j} \{ \mu_{\tilde{C}_j}(\mathbf{x}), \mu_{\tilde{O}_i}(\mathbf{x}) \}$. Bellmanovu myšlenku, podpořenou L. A. Zadehem, lze implementovat prostřednictvím alternativních formulací Gupty a Bhattacharjeeho (2010), či Mohameda (1997).

Hledání řešení lineární formy modelu (22) lze vcelku efektivně provést simplexovou metodou (Dantzig, 1967). V případě nelinearity se lze uchýlit ke gradientním metodám, či metodám vnitřního bodu (Bertsekas, 2016). V případě lineárního celočíselného programování bychom prvotně sáhli k metodě větvení a mezí (Land a Doig, 1960). Hledání řešení se tedy odvíjí od specifikace proměnných, charakteru přítomných funkcí, hledaného extrému. Pak je možno nalézt globální či lokální optimum kritériální funkce modelu.

5.3 Teorie rozhodování a teorie fuzzy množin v investičním procesu – autorův metodický příspěvek

Nyní se pojďme tematicky navrátit, nebo spíše navázat na kapitulu 4, kde byla celistvě designována investiční rozhodovací procedura. Po představení základních stavebních kamenů, potažmo vybraných technik a přístupů teorie rozhodování, respektive teorie fuzzy množin, se můžeme blíže, avšak s logickou stručností, seznámit s využitelností těchto teorií právě v rámci investičního procesu.

První zastávku uděláme ve druhé, respektive třetí fázi procesu, kde, jak uvádí řada autorů, např. už Alexander a Sharpe (1989), či Chovancová a Bačišin (2005), lze k analýze investičních instrumentů využít jednokriteriální techniky výše zmíněné fundamentální či technické analýzy. Komplexnější pohled na (před)výběr aktiv může podat vhodně zvolená metoda vícekriteriálního hodnocení variant. Částečným investičně aplikačním důkazem mohou být (fuzzy) koncepty Masriho a Khayatiho (2014), Wanga a Leea (2010) či souhrnnější metodické dílo Kahramana (2008). Vhodnost výběru takové metody spočívá v charakteru vstupních dat, podobě

výstupu či uživatelské aplikovatelnosti. Fuzzy metoda vícekriteriálního hodnocení variant mnou navržená dokáže zohlednit všechny podstatné investiční charakteristiky, potažmo požadavky či preference investora, a následně rozdělit investiční varianty na efektivní a neefektivní, rozuměj vhodné či nevhodné k investici (Borovička, 2020b). Taková procedura také může velice dobře posloužit při příhodné redukci rozsáhlé množiny potenciálních investičních příležitostí za účelem snadnější orientace na trhu.

Proces výběru může nemálo ovlivnit odlišná důležitost hodnotících kritérií, kterou investor zcela přirozeně zosobňuje. Drtivá většina diskretních metod vícekriteriální optimalizace používá k vyjádření těchto preferencí koncept vah. Nejinak tomu je u Borovičkovy metody. Ač známe řadu kvantitativních nástrojů určení, odhadu vah, Saatyho, Fullerova metoda a další, mohou být nesnadno využitelné z důvodu mnohdy těžko dostupné požadované vstupní informace o preferencích ze strany rozhodovatele, např. investora (Fiala, 2013). Často pohodlnější je vyjádření kvalitativní, v případě důležitosti kritérií slovní (málo/velmi důležitý apod.). A jak lingvistickou informaci transformovat do podoby vah? Odpověď podává Borovička (2019) představením unikátní komplexní procedury pracující s konceptem lingvistické proměnné, potažmo fuzzy modelem matematického programování.

Obě výše zmíněné metody, a přidružená tematika jako celek, jsou podrobně, pro bližší seznámení, představeny v příslušných odborných časopisech. Fuzzy metoda odhadu vah dokonce bude v aplikační části využita. Další využití obou teorií vidím v samotném sestavování investičního portfolia, kdy opět nemalou stopu zanechává autor této habilitační práce, a to nejen stěžejním dílem (Borovička, 2020a), ale právě habilitační prací samotnou. Kombinace těchto dvou děl, si dovoluji tvrdit, demonstruje významnou využitelnost fuzzy metod vícekriteriálního programování při vytváření, optimalizaci, investičního portfolia. Nakonec tyto metody velice dobře poslouží i v „poslední“ fázi investičního procesu, a to při revizi, resp. reoptimalizaci portfolia.

6 Charakteristiky investice a jejich geneze

V této kapitole bude čtenář seznámen s charakteristikami, vlastnostmi, investičních produktů, speciálně pak sledovaných podílových fondů, které hrají větší či menší roli při investičním rozhodování. Důraz bude kladen na stěžejní charakteristiky výnosu a rizika, které mají většinou při rozhodování investora dominantní postavení. Zájmu však neuniknou nejen pro podílové fondy nezanedbatelné náklady, respektive poplatky. Stručněji budou popsány doplňkové aspekty investice, jako likvidita, měna či lokalita. Nakonec budou rozebrány sentiment indikátory jakožto hybný element zastřešující kvalitativní vnímání investice.

6.1 Výnos

Jak bylo pojednáno v [kapitole 2.3.3](#), potažmo [kapitole 2.3.4](#), výnos⁵⁰ je chápán, pod tíhou řady těžko očekávatelných či měřitelných vlivů, jako neurčitý, vágní element vyjádřený v podobě trojúhelníkového fuzzy čísla.

6.1.1 Forma fuzzy výnosu

Nejprve je třeba se zamyslet nad formou, tvarem fuzzy čísla. Proč právě trojúhelníkové? Možná právě proto, že je použito v řadě příspěvků, studií, aplikací. Takový přístup můžeme explicitně nalézt například u [Moussy a kol. \(2014\)](#), kteří implementují právě trojúhelníkovou formou „pro jednoduchost“ s tím, že to tak dělají i ostatní, konkrétně zmiňují [Koissiho a Shapira \(2006\)](#), a [Berry-Stölzleho a kol. \(2010\)](#). Je však řada autorů, kteří o důvodech tohoto kroku zcela mlčí, například [Li a kol. \(2009\)](#), [Duan a Stahlecker \(2011\)](#), [Qin a kol. \(2011\)](#) či [Qin a kol. \(2009\)](#). Posledně jmenovaní přidávají mlhavé tvrzení o odhadu fuzzy čísla, respektive jeho parametrů, pomocí, pro čtenáře „nečitelného“, expertního odhadu.

Míra povrchnosti, alibismu je až fascinující, a to i autorů publikujících ve špičkových časopisech daných vědních oblastí (*Fuzzy Optimization and Decision Making* apod.). Určitý náznak opodstatnění trojúhelníkové formy lze odezřít u [Azara a kol. \(2010\)](#) hovořící o zvýšení efektivity výpočtu. S tímto tvrzením se lze ztotožnit, respektive ho

⁵⁰ Jedná se o výnos kapitálový, vyplývající ze změny tržní ceny, který však u podílových fondů absorbuje výkonnost podkladových aktiv, a to kapitálovou i dividendovou. Explicitní zahrnutí dividendového výnosu pro vybraný instrument (např. akcie) je po adekvátní úpravě proveditelné.

ještě dále rozvést. V řadě publikací, kde, na rozdíl od výše zmíněných, není trojúhelníkové fuzzy číslo středobodem zájmu, se totiž píše o jednoduchých výpočetních operacích, což nakonec dokládá [kapitola 5.2.4](#). Relativně snadno pak může probíhat i porovnání těchto fuzzy čísel, souhrnně vizte [Lavanya \(2017\)](#), [Akyar a kol. \(2012\)](#) či [He a kol. \(2023\)](#). Tento aspekt bude mít i pozitivní dopad do formulace, potažmo řešení zamýšlených matematických modelů konstruovaných pro tvorbu investičního portfolia, kde bude nakonec velice prakticky využít po částech lineární tvar funkce. Tedy souhrnně, snadnost (výpočetních) operací s trojúhelníkovými fuzzy čísly je určité pádným argumentem pro jejich využití.

Avšak musíme si položit další, a možná ještě důležitější, tedy na prvním místě, otázku, jestli trojúhelníkový tvar dokáže uspokojivě opsat realitu úrovně výnosové míry. V literatuře se k tomuto aspektu hledá odpověď nelehko. Samozřejmě fuzzy číslo by mělo co nejreálněji opisovat neurčité, mnoha více či méně nepredikovatelnými vlivy formované, chování výnosu aktiva. Pokud se neopíráme o nějaké expertní odhady, fuzzy výnos, respektive parametry fuzzy čísla, jsou determinovány spojitým vývojem v minulosti. Nejvyšší stupeň příslušnosti tak logicky zaujímá jeho neočekávanější hodnota, která je doprovázena dvěma extrémny vykazující stupeň příslušnosti naopak nízký, až nulový. Sílící míra příslušnosti, respektive upadající míra neurčitosti, je logicky doprovázena stupněm příslušnosti směřujícím k jedné. Naopak v blízkosti extrémů se vyskytují hodnoty s nižším stupněm příslušnosti detekující jejich slabší frekvenci oblastního výskytu. Lineární spojnice trojúhelníkového zobrazení pak prezentují celkový „vágní“ obrázek o rozložení výnosových hodnot. Adekvátnost lokálně lineární závislosti je podmíněna adekvátní volbou parametrů fuzzy čísla, na což bude zaměřena [podkapitola 6.1.2](#).

Na tomto místě se nabízí otázka, jestli využít případně trapezoidální fuzzy číslo, se kterým se také poměrně dobře operuje. Toto fuzzy číslo však má o parametr navíc, jehož určení může být nelehkým úkolem. Právě vytyčení uzavřeného intervalu hodnot (výnosu) s jednotkovým stupněm příslušnosti může být velice ošidné. Kde je hranice mezi hodnotami s nejvyšším stupněm a nižším? Respektive jak ji určit? Bohužel tento stěžejní aspekt není příliš v literatuře zmiňován. V takové situaci je, dle mého názoru, rozumnější volit cestu s méně vstupními informacemi.

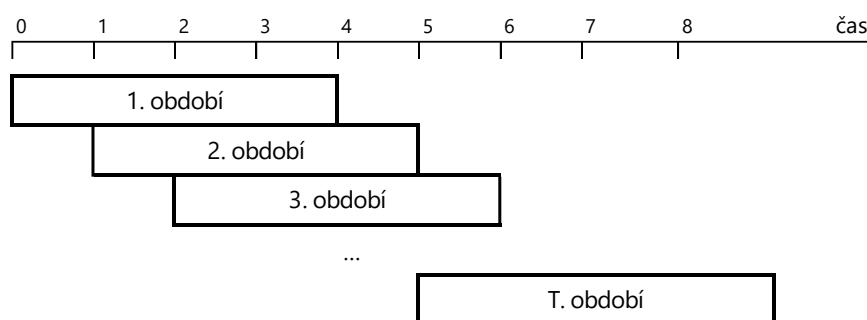
Nakonec vidím ještě jeden silný argument pro volbu právě trojúhelníkového fuzzy čísla. Velice dobře totiž slouží k vyjádření preference investora ohledně vlastností, respektive úrovně charakteristik investice. K tomuto účelu lze velice efektivně použít

jeho jednostrannou formu, jak uvidíme v kapitole 7.2.5. A na samotný závěr je záhodno připomenout, že trojúhelníkové fuzzy číslo umně poslouží k opisu významů slov, vyjadřujících důležitost sledovaných investičních charakteristik. Slovní preferenční hodnocení investora pak lze pomocí (transformované) fuzzy škály trojúhelníkových fuzzy čísel kvantifikovat do podoby vah, více viz Borovička (2019), potažmo kapitola 5.2.4 a 5.2.5. Považuji tak za významně účelné, zejména z důvodu výpočetního, nekombinovat různé typy fuzzy čísel.

6.1.2 Parametry fuzzy výnosu

Po zásadním rozhodnutí o formě fuzzy čísla, respektive tvaru funkce příslušnosti, se přirozeně stáčí pohled na genezi jeho třech parametrů, která bude opřena o úvodní slovo v kapitole 2.3.3 a 2.3.4.

Parametry trojúhelníkového fuzzy čísla mohou nést nemalou informaci. Z historie kapitálového trhu je patrné, že cena, potažmo výnos investičního instrumentu vykazuje dynamické chování, případně se pohybuje v trendech. Takové chování lze identifikovat pomocí konceptu klouzavého průměru, který lze v čase zaznamenat prostřednictvím částečně se překrývajících časových období. Mějme T dílčích časových období v rámci sledovaného časového celku, které se částečně překrývají konstantním předem stanoveným časovým posunem vstříc současnosti, respektive konci vytyčené periody, schematicky viz Obrázek 8.



Obrázek 8 Ilustrace posunu překrývajících se časových období (vlastní zpracování)

Pak lze pro i -tý investiční instrument lokálně v každém z těchto období vypočítat výnos následovně

$$p_{it} = \sqrt[s]{\prod_{s=1}^s p_{ist}} \quad i = 1, 2, \dots, I; t = 1, 2, \dots, T, \quad (23)$$

kde p_{ist} , $i = 1, 2, \dots, I$; $s = 1, 2, \dots, S$; $t = 1, 2, \dots, T$, označuje výnos i -tého investičního instrumentu v s -tém subobdobí v rámci dílčího období t . Celkový počet subobdobí v rámci jedné dílčí periody je vždy S . Počet investičních instrumentů je pak značen I . Statistická míra úrovně v podobě geometrického průměru umožňuje sledovat kýžený kontinuální vývoj výnosu v rámci stanoveného dílčího období. Klouzavý průměr vyvíjející se v čase pak identifikuje případný trend. Jeho stabilitu lze efektivně odezřít v duchu konceptu překrývajících se T období (Zivot a Wang, 2006). Právě za účelem kvantifikace míry neurčitosti, vágnosti, navrhuji konstruovat tři esenciální charakteristiky výnosu. Nasnadě je „průměrové“ hledisko reprezentující očekávání běžného vývoje, které je reprezentováno prostým aritmetickým průměrem dle následujícího vztahu

$$p_i^a = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T p_{it} \quad i = 1, 2, \dots, I. \quad (24)$$

Nabízí se otázka, proč nebyla volena vážená forma průměru, a to nakonec i v konceptu (23), kterou by byl zdůrazněn významnější vliv, v duchu předpokládaného autokorelačního charakteru, mladších pozorování na bezprostřední vývoj výnosu v zamýšleném investičním období. Samotný konstrukt (23) reflektuje závislost mezi pozorováními, jejíž rovnoměrná spojitost by byla významně upravena, ba dokonce narušena. Navíc časovou závislost výnosů lze identifikovat spíše v krátkodobějším časovém horizontu, rozumějme zejména na denní bázi. Při nižších frekvencích (měsíce, roky) intenzita vztahu spíše opadá. Nakonec vidím jako nesmírně problematické stanovení inkriminovaných vah. Většinou se jedná, jak ukazuje například web [IncredibleCharts \(2024\)](#), o rovnoměrné vážení od nejmenší po největší hodnotu od nejstaršího po nejmladší období. I přes sofistikovanější zacházení s váženým klouzavým průměrem, například [Adewuyiem \(2016\)](#) či [Kuangem \(2021\)](#), shledávám kvantifikaci míry autokorelačního vlivu pro její potenciální nepřesnost příliš odvážným aktem.

Ukazatel očekávaného vývoje (24) doplní další dvě charakteristiky reflektující spíše extrémní chování, za výjimečných pozitivních či negativních podmínek. Vykreslí se tak komplexnější obrázek o dynamice vývoje výnosu. Investiční zkušenost praví, že některá pozorování výnosu mohou být oproti drtivé většině ostatních hodnot významně odlišná. Aby bylo zamezeno určitému zkreslení opisované výnosové charakteristiky, budou tyto hodnoty upozaděny. S odbornou oporou [Verchera \(2008\)](#) či [Leóna a kol. \(2004\)](#), ač používající jiný typ fuzzy čísla, a v duchu výše

diskutovaného, navrhuji sledovat 5% ($p_i^{0,05}$), resp. 95% ($p_i^{0,95}$) percentil výnosu, který je stanoven pro i -tý investiční instrument, stejně jako v případě (24), agregací dílčích klouzavě sledovaných ukazatelů přes všechna se překrývající období následovně

$$\begin{aligned} p_i^{0,05} &= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T p_{it}^{0,05} & i = 1, 2, \dots, I, \text{ resp.} \\ p_i^{0,95} &= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T p_{it}^{0,95} & i = 1, 2, \dots, I, \end{aligned} \quad (25)$$

kde $p_{it}^{0,05}$, resp. $p_{it}^{0,95}$, $i = 1, 2, \dots, I$, je lokální 5%, resp. 95% percentil výnosu i -tého investičního instrumentu v dílčím časovém období t .

Konečně pak lze navrhnout výnos instrumentu jakožto vágní, neurčitý prvek prostřednictvím následujícího trojúhelníkového fuzzy čísla⁵¹

$$\tilde{p}_i = (p_i^{0,05}, p_i^a, p_i^{0,95}) \quad i = 1, 2, \dots, I. \quad (26)$$

Navržený koncept fuzzy výnosu (26) tak unikátně reflektuje, skrz trojici agregovaných klouzavých opisných charakteristik, dynamičnost, trendovost chování výnosu na pozadí jeho komplexní neurčitosti. Reflektuje tak nejen očekávání pod rouškou neurčitosti, ale společně s níže uvedenou mírou rizika i jeho možné nenaplnění.

Závěrem je třeba myslet na méně zkušené, znalé investory, kterým výnos v podobě trojúhelníkového fuzzy čísla nemusí „nic říkat“. Nakonec pro investiční interpretaci úrovně výnosu není ani tak důležitá povědomost o fuzzy charakteru, ale spíše o významu jednotlivých komponent. Celkový, agregací zjednodušený, avšak uživatelsky výsostně přívětivý, obrázek o výnosu i -tého instrumentu, může podat následující standardní defuzzifikační formule

$$p_i = \frac{p_i^{0,05} + 4p_i^a + p_i^{0,95}}{6} \quad i = 1, 2, \dots, I. \quad (27)$$

Jedná se o vážený průměr s významnou převahou „středového“ parametru. Myslím, že není sporu, že by měl v přepočtové formuli dominovat očekávaný výnos, respektive jeho nejběžnější hodnota, nad hodnotami okrajovými, pro zachycení co

⁵¹ Ač je zvykem označovat fuzzy číslo spíše velkým písmenem (s vlnovkou), v případě výnosu si dovoluji udělat výjimku, aby byl zachován soulad symboliky s ostatními charakteristikami.

nejreálnějšího striktního obrazu výnosu ve své měnlivosti. Stanovení konkrétních vah však může být ošidné. I proto, vedle vlastního úsudku, je vážený koncept inspirován nejen často užívanými defuzzifikačními postupy [Chena a Hwanga \(1992\)](#), ale také třeba letitými stochastickými přístupy v řízení projektů ([Malcolm a kol., 1959](#)). Ať už je nakonec využita jakákoliv defuzzifikační formule, je třeba si uvědomit, že do značné míry se cenná informace o míře neurčitosti faktoru vytrácí. Pro reprezentativnější rozhodování je tak záhodno tuto interpretačně zjednodušující hodnotu nejlépe zasazovat do komplexnějšího rámce přítomné investiční neurčitosti.

6.2 Nestabilní dynamika – netradiční míra rizika

Příběh s výkonností investičního instrumentu kvantifikací výnosu však nekončí. Jak známo, investice je zatížena určitou mírou rizikovosti spočívající v nenaplnění výnosových očekávání. Očekávání je však již samo o sobě vágní, neurčité povahy, reflektující dynamiku, potažmo trendovost, což naznačuje kombinace průměrové charakteristiky s extrémními úrovněmi.

6.2.1 Volatilita parametrů – podstata konceptu nestabilní dynamiky

S tímto stavem se však nelze spokojit. Všechny tři parametry (26) byly odvozeny ze záznamu vývoje klouzavých charakteristik. Tyto agregační ukazatele tak nesou také svou vnitřní nejistotu, která spočívá v měnlivosti parametrů trojúhelníkového fuzzy čísla. Ocítáme se tedy na prahu unikátního konceptu trojúhelníkového fuzzy čísla s nestabilními parametry intuitivně reflektující rizikovost investičního instrumentu. Ba co více, indikují aktivně se vyvíjející dynamické chování instrumentu v čase. Samotná dynamika tak může být nestabilním aspektem investice.

Nyní nastává zásadní otázka, jak míru nestability parametrů, respektive riziko, měřit. Cestu k jejímu zodpovězení zahajuje konceptuální základ z [kapitoly 2.3.3](#). Nejprve bude třeba určit míru nestability solitérně u každého ze tří parametrů a následně agregovat za účelem vytvoření reprezentativního ukazatele rizika. Na základě diskuse z výše zmíněné kapitoly, vylučuji užití nelineárních konceptů založených na Markowitzově diverzifikační ideje. Koncept variance neblaze obsahuje pozitivní odchylky od průměru. Semivarianční koncept pod rouškou asymetričnosti toto sice neprovádí, stále je však pro portfolio jako celek neúčelného nelineárního charakteru, což může v dílčích modelech komplikovat nalezení globálního vázaného extrému

sledované funkce, resp. cíle. Navíc myšlenka „záchrany“ poklesu ceny jednoho instrumentu zvýšením ceny jiného je stále diskutabilní. Tato tendence může neadekvátně oslabovat výnos. Na druhé straně je pravdou, že zejména ve „špatných“ dobách může investici naopak „zachránit“. Aplikační nejistota s těmito koncepty spojená mne od použití odrazuje. Navíc ještě jeden předpoklad hraje proti jejich užití související s očekávanou malou variabilitou hodnot percentilů, což bude zejména podníceno aplikovaným konceptem významně se překrývajících se období. Drawdown míry pak také nejsou příliš vhodným „měřákem“ nestability. Pro takřka nevyhnutelné setkání se zápornými hodnotami charakteristik ani nelze využít metodiku založenou na variačním koeficientu. V duchu indikované vágnosti v kapitole 2.3.3, potažmo 2.3.4 nejsou aplikovány ani techniky založené na pravděpodobnostních předpokladech.

Nevyhnutelně, a zároveň důvodně, se tak obracím na techniky založené na negativních odchylkách. Právě případy negativní odchylky od průměru, rozuměj případy nenaplnění očekávání, hrají esenciální roli ve vnímání investora. Snaha eliminovat, či utlumit intenzitu těchto případů, je přirozená. Užití konceptu průměrné negativní odchylky je tak nasnadě. Jedná se o lineární koncept, se kterým se bude v modelech velmi dobře pracovat. Navíc, na rozdíl od výše zmíněných zejména nelineárních konceptů je snadno interpretovatelný. Jedná se totiž o průměrnou negativní odchylku od očekávaného výnosu.

Nyní již můžeme kalkulovat zmíněnou odchylku pro každý parametr dle níže uvedených formulí

$$\begin{aligned} d_i^{0,05} &= \frac{1}{T_i^{0,05}} \sum_{t=1}^T \max(0, p_i^{0,05} - p_{it}^{0,05}) \quad i = 1, 2, \dots, I \\ d_i^a &= \frac{1}{T_i^a} \sum_{t=1}^T \max(0, p_i^a - p_{it}^a) \quad i = 1, 2, \dots, I, \\ d_i^{0,95} &= \frac{1}{T_i^{0,95}} \sum_{t=1}^T \max(0, p_i^{0,95} - p_{it}^{0,95}) \quad i = 1, 2, \dots, I \end{aligned} \quad (28)$$

kde $T_i^{0,05}$, resp. $T_i^{0,95}$, $i = 1, 2, \dots, I$, udává počet případů, kde lokální 5%, resp. 95% percentil je nižší než průměrný platící pro i -tý investiční instrument. Počet případů, kdy je lokální výnos i -tého instrumentu nižší než průměrný, je označen T_i^a . Trojice indikátorů (28) tak reflektuje nestabilitu dílčích (klouzavých) výnosových elementů. Za účelem kvantifikace souhrnné nestability neurčité výnosové charakteristiky

investičního instrumentu, potažmo rizika jejího nenaplnění, navrhuji agregovat dílčí ukazatele (28) následující formulí

$$r_i = \frac{d_i^{0,05} + 4d_i^a + d_i^{0,95}}{6} \quad i = 1, 2, \dots, I. \quad (29)$$

Vážená forma je volena ve věcném duchu (27), kdy se do rizikovosti promítá podstatněji nestabilita očekávaného výnosu (za „běžných“ podmínek) doprovázená volatilitou indikátorů reflektujících vývoj ve spíše extrémních situacích.

Vztahy (26) a (29) formují navržený unikátní koncept **nestabilní dynamiky**, který je formalizován prostřednictvím měnlivé vágnosti, neurčitosti. Tento koncept podává komplexní informaci o výnosově-rizikovém profilu investičního instrumentu reflektující trendovost, dynamiku a její nestabilitu.

6.2.2 Diskuse nad alternativními přístupy

Závěrem je třeba se zastavit u dílčích postřehů, které mohou čtenáři s představeným konceptem rizika vytanout na mysl. Jelikož jsou parametry fuzzy čísla volatilní, nabízí se využití konceptu fuzzy čísla *typu-2* (Zadeh, 1975a), *hesitantní* (Xu, 2014) či *intuicionistické* fuzzy množiny (Atanassov, 1986).

Tato fuzzy čísla umožňují pro některé z parametrů konstruovat interval jejich možných úrovní, případně specifikovat krom funkce příslušnosti také funkci nepříslušnosti. Letmým pohledem, prvním úskalím použití je intervalové vyjádření jen některých parametrů, u „type-2“ dolního a horního parametru. V investiční praxi je však třeba vyjádřit měnlivost všech třech parametrů. I kdyby všechny tři parametry měly tuto „volnost“, nebude snadné ji kvantifikovat. Patrně by se využila nějaká míra rizikovosti. Pro explicitní vyjádření míry nepříslušnosti spíše využití nevidím. Jedná se opět o další vstupující informaci, která nemusí mít zásadní pozitivní efekt do procesu investičního rozhodování. Přes ne příliš pozitivní aplikační slova „speciálních“ fuzzy čísel v investiční praxi bych však další výzkum v této oblasti nezatracoval.

Nakonec u podílových fondů nalezneme většinou uvedenou míru rizika zvanou *Synthetic Risk and Reward Indicator* (SRRI) navrženou Evropským výborem regulátorů trhů s cennými papíry (European Securities and Markets Authority, 2010). Pro ohodnocení rizika se používá diskrétní bodová škála od 1 do 7, kde každý stupeň reprezentuje volatilitu kvantifikovanou směrodatnou odchylkou výnosů za posledních pět let. Respektive každý stupeň škály je utvářen intervalem hodnot směrodatných odchylek. Jedná se tak spíše o přibližné vymezení rizika na svazující

stupnici, navíc pomocí konkrétní statistiky počítané za specifické období, což pro účely empirické analýzy může být silně omezující. Koncept ke zkratkovitému vyjádření rizika může dobře posloužit. Pro pokročilejší analýzy, respektive komplexnější pohled, je však nedostatečný.

6.3 Náklady

Ač svou důležitostí pro investora nebudou náklady hrát takovou roli jako předešlé dvě charakteristiky, zejména u podílových fondů je třeba brát je na zřetel. Obecně lze říci, že investování je vždy více či méně nákladově zatíženo.

Nákladově méně náročné jsou investice do akcií, ETF či jiných instrumentů obchodovaných na burze, které lze uskutečnit prostřednictvím investiční, obchodní platformy. Poplatky takových transakcí, zejména u pasivně řízených ETF, se pohybují většinou řádově v desetinách procenta ([Kudláček, 2024a](#)).

Ve správě podílových fondů dochází k významnějšímu zásahu člověka, a to nejen v osobě portfolio manažera fondu, který je zodpovědný za tvorbu investičního portfolia v duchu statutu fondu. Společně s celým (analytickým) týmem povětšinou fond aktivně spravuje v duchu stanovené investiční strategie ([České noviny, 2014](#)). Do nákladů se tato aktivita promítá prostřednictvím obhospodařovatelského poplatku, resp. poplatku za správu majetku fondu, který je zákonně omezen dvouprocentní hranicí ([CzechWealth, 2024c](#)). Výčet nákladových položek může pokračovat poplatkem za licenci udělenou fondu, povinný audit či poplatek za pozitivní výkonnost fondu. Celková výše všech kontinuálně hrazených poplatků, vyjádřena procentem z majetku fondu, resp. hodnoty podílové investice, je sdružena do ukazatele Total Expense Ratio (TER). Na druhé straně se vyjímá jednorázový poplatek vstupní, zřídka pak výstupní, hrazen při koupi, respektive prodeji podílových listů. Mějme také na paměti, zejména při rebalanci investice, specifikum podílových fondů naznačené již v [kapitole 2.3.7](#) v podobě speciálních transakčních nákladů reflektující případnou rozdílnost vstupního poplatku při pokynu výměny mezi podílovými fondy. Při vyšším vstupním poplatku cílového fondu ve srovnání s poplatkem fondu zdrojového se náklady na transakci pohybují na úrovni jejich rozdílu. Transakce v opačném směru není zpoplatněna.

Poplatky jednorázové, stejně tak periodické, se mohou pohybovat řádově na úrovních od několika desetin procent po několik jednotek procent⁵². Jak apeluje Kudláček (2024a), či dokonce varuje ČNB (2024c), náklady spojené s investicí neradno podceňovat. Zejména u podílových fondů nejsou kontinuálně placené poplatky na první pohled patrné, a to i z toho důvodu, že jsou promítány přímo do ceny podílového listu. Důležité nákladové ukazatele jsou však v dnešní době většinou přehledně prezentovány na webu dotčených společností, což je nakonec pro poskytovatele investičních služeb zákonná povinnost, viz Zákon č. 240/2013 Sb. (2013).

Jak tedy poplatky vnímat, respektive je do analýz zahrnout? Zprv je rozumné neházet všechny poplatky „do jednoho pytle“, a rozlišovat ze své podstaty jednorázové a kontinuálně placené. Pak se nabízí alternativa zahrnutí kontinuálních poplatků přímo do výnosu. Nejen v duchu varovného apelu ČNB (2024c), ale i z pohledu mého, není tento přístup rozumný. Povědomí o těchto poplatcích pak značně upadá. Řada investorů o jiných než vstupních poplatcích nemá ani ponětí. Z mé osobní zkušenosti vyplývá, že investiční poradci, specialisti, tuto informaci aktivně investorovi nepředávají. Investoři tak dělají rozhodnutí ve své nevědomosti za realitě odporujících podmínek. Důrazně tedy apeluji na explicitní vyjádření všech nákladů s investicí spojených, ať má investor komplexní představu o části své investice, která je odváděna dalším subjektům, a je tedy nenávratně ztracena.

6.4 Další (kvantitativní) charakteristiky

Dle svých dlouholetých zkušeností, podepřených mým soukromým dotazníkovým šetřením mezi mými kolegy, potažmo studenty na Vysoké škole ekonomické v Praze, si dovoluji tvrdit, že výnos a riziko mají neochvějně nejvýznamnější postavení při investování, které lze zobecnit snad na všechny typy investičních instrumentů. O něco méně důležité jsou náklady, jejichž významnost sílí zejména se zvyšující se jejich úrovní.

Další charakteristiky, a jejich vnímání, je významněji individualizované, a to jak ve smyslu osobním, tak z pohledu druhu zamýšlené investice. Ač je **likvidita**⁵³ obsažena v investičním trojúhelníku (Kudláček, 2024b), úmyslně ji zmiňuji až za výše

⁵² Na českém trhu jsou k mání i podílové fondy s nulovým vstupním poplatkem, který je však podmíněn držbou podílového listu o době alespoň 12 měsíců (Fio investiční společnost, 2024).

⁵³ *Likvidita* je schopnost přeměny investičního instrumentu v peníze (Roger, 2024).

zmíněnou trojicí. Poplatky jsou předřazeny likviditě, protože díky jejich nemalé výši mohou hrát nezanedbatelnou roli při rozhodování o investici do podílových fondů. Naopak likvidita roli při fondovém investování hraje pramalou, jak nakonec naznačuje pojednání o zákonných lhůtách odkupu podílových listů v kapitole 3.5. Není tedy ani nijak udivující, že myšlenka investičního trojúhelníku, nebo dokonce ještě pošetilejšího čtyřrozměrného konceptu magického trojúhelníku (WIN group, 2023), (nejen) v případě podílových fondů nefunguje, protože ze své podstaty nemá na výnos, respektive riziko, potažmo bezpečnost, žádnou vazbu. Racionální investor je s tímto aspektem investice do podílových fondů ztotožněn. Investici pak nevyužívá k překotným, spekulativním obchodům.

Dovolím si tvrdit, že investor zvažuje daleko podstatnější hlediska než likviditu. Nutno podotknout, že rozlišení dalších (kvantitativních) hledisek je doménou spíše zkušenějších investorů. Zájem by tak mohlo vzbudit **segmentové zaměření** investic, případně přímo konkrétní složení investičního portfolia podílového fondu. Někteří investoři tak inklinují k farmaceutickému průmyslu, jiní zas upřednostňují (bio)technologie, potravinářství či hotelnictví. Stejně tak mohou deklarovat nepřízeň k některému odvětví, např. tabákovému či trhu s alkoholickými nápoji. Speciální požadavky mohou být samozřejmě na složení portfolia ve smyslu druhů aktiv (akciové, dluhové či peněžní instrumenty, nemovitosti, komodity apod.). S tím nakonec může souviset i **lokalita**, ve které se s podílovými listy obchoduje. Někdo může preferovat tuzemský trh, jiný zase zahraniční. Tento aspekt může být velice ovlivněn (geo)politickou situací v dané zemi. Investování v cizí **měně** vzbuzuje měnové riziko, které může investiční rozhodování také ovlivnit. **Minimální investovaná částka** by měla být také sledována. Na rozdíl však (např.) od fondů kvalifikovaných investorů s minimálními vklady na úrovni statisíců korun českých (Zákon č. 240/2013 Sb., 2013), u podílových fondů je předepsané investované minimum jen zřídka vyšší než několik set českých korun. Dalším hybným faktorem investičního rozhodování může být **styl správy** portfolia fondu. Můžeme tak sledovat aktivitu revize portfolia, strategii časování investice, plán rebalancování portfolia apod. Sice nemůžeme očekávat veřejnou dostupnost všech informací z této oblasti, avšak základní informativní povinnost je vtělena do statutu fondu, či sdělení klíčových informací, jejichž dokumentace je veřejná, povětšinou online dostupná. Nakonec nelze opomenout rozměr **udržitelnosti**. Faktor sociální, environmentální či způsobu vedení hraje nejen v investování stále větší roli.

6.5 Sentiment indikátory

Sentiment lze chápat jako celkovou náladu investorů na trhu, případně u jednotlivého investičního instrumentu. Jak už slovíčko *nálada* napovídá, nejedná se o aspekt primárně založený na fundamentech, ale spíše o pocity, které však i fundamentálními faktory mohou být determinovány. Sentiment indikátory se snaží ukázat míru optimismu či pesimismu na trhu panujícím ([CzechWealth, 2024d](#)).

Indikátory sentimentu, nálady, chcete-li sentiment indikátory, jsou běžně dostupné zejména pro americký kapitálový trh. Vzhledem však k nemalé propojenosti, respektive korelaci světových akciových trhů, lze výstupy analýzy sentimentu investorů vztáhnout i na trh evropský ([Peníze.cz, 2024c](#)). Jeden z nejznámějších indikátorů je **index volatility VIX**, někdy také nazývaný jako index strachu ([CzechWealth, 2024d](#)). Jeho hodnota vychází z ceny opcí. Se zvyšujícím se zájmem o nákup opcí, tedy instrumentu zajišťujícím proti riziku poklesu, stoupá i jejich cena, a to ruku v ruce s historickou volatilitou podkladového aktiva ([Peníze.cz, 2024c](#)). Rostoucí hodnota VIX značí stupňující se nervozitu na kapitálovém trhu, což může indikovat pokles cen na akciových trzích. Opačný trend pak napovídá stabilizaci pozitivního vývoje. Primárně se tento index vztahuje k S&P 500 ([Růžička a Kudláček, 2024](#)). Obvyklá hodnota je kolem 15 bodů. V dobách krizí, v roce 2008 či 2020, nabyl hodnoty 80 bodů.

Další z řady indikátorů se nazývá **AAll investorský sentiment**, který je každý týden zveřejňován na internetových stránkách Americké asociace individuálních investorů. Tato asociace dělá každý týden průzkum mezi svými členy, jak se podle nich bude vyvíjet americký akciový trh v příštích šesti měsících. Výsledek je v podobě podílu pozitivních, resp. negativních odpovědí vyjadřujících výhled rostoucího, resp. klesajícího vývoje cen. Zbytek respondentů poskytuje neutrální postoj ([AAll, 2024b](#)).

Na trhu lze identifikovat dvě základní emoce, a to strach a chamtivost, na kterých je založen **CNN Fear and Greed index**. Index je počítán z různých měření a indikátorů (VIX a další). Jeho hodnota se udává na stupnici od 0 do 100. Čím vyšší hodnota je, tím jsou investoři chamtivější. Za neutrální je považována hodnota 50 ([Růžička a Kudláček, 2024](#)). Index se zaměřuje na identifikaci sentimentu na americkém akciovém trhu zejména S&P 500. Současná hodnota, stejně tak úrovně historické, jsou zveřejněny na [CNN Business \(2024\)](#).

Analýza sentimentu může též proběhnout prostřednictvím značně vyhledávaného **COT reportu** (The Commitments of Traders) publikovaného každý pátek Komisí pro

obchodování s komoditami. Poskytuje zprávu o nákupních a prodejních pozicích u futures a opcí na trzích s komoditami, případně dalšími investičními instrumenty. Obchodníci jsou rozděleni do třech hlavních kategorií – komerční obchodníci (hedgeři), nekomerční obchodníci (velcí spekulanti) a neohlášení obchodníci (malí spekulanti). Dle počtu obchodních pozic různých typů obchodníků, zejména pak nekomerčních (spekulativních), lze posoudit náladu na trhu. Jestli jsou pozice spekulantů zastoupeny silně jedním směrem, může to naznačovat býčí nebo medvědí⁵⁴ sentiment, a to tedy zejména na trhu s komoditami (Růžička, 2021).

V řadě nástrojů sentiment analýzy bychom mohli pokračovat indikátorem **short interest** či konceptem **heatmap** (Růžička a Kudláček, 2024). Podrobněji se však zastavme snad už jen u praktiky **klouzavých průměrů**, kterou jsou sice výdobytkem technické analýzy, avšak při vhodném použití mohou vyjadřovat i náladu na trhu. Můžeme tak porovnávat klouzavé průměry o různé délce, či počítat procento akcií vyskytujících se svým výnosem nad klouzavým průměrem, více viz Růžička a Kudláček (2024). Mimochodem, pokud je hodnota tohoto ukazatele nižší než 20 %, pak to může být silný signál vrcholící paniky s následným pozitivním obratem. Jak graficky ukazuje Růžička a Kudláček (2024), tento významný nákupní signál byl empiricky v historii několikrát potvrzen.

Analýza může být doplněna o indikátory **ekonomického sentimentu**, které jsou většinou měřeny na národní bázi. V České republice se jedná o *indikátor důvěry spotřebitelů*, *indikátor důvěry podnikatelů* a *souhrnný indikátor důvěry*, které jsou mapovány v rámci konjunkturálních průzkumů prováděných Českým statistickým úřadem (ČSÚ, 2024).

Další část „náladových“ vlivů lze odezřít v působení (analytických) článků, případně příspěvků s investičním doporučením. Takové články přinášejí řadu pozitivních či negativních informací, včetně fakt, které vzbuzují ve čtenářích různé emoce (Alhothali a Hoey, 2015). Při čtení si člověk pokládá otázku, jaký je vlastně účel takového příspěvku. Jde snad o sofistikovaný článek, který se drží na počátku specifikované otázky, anebo se spíše jedná o poptávkově reakční článek o zákaznický populárním tématu, který má za úkol hlavně přitáhnout pozornost, potažmo vydělat peníze (Urschel, 2005)? Příspěvky s investiční tematikou většinou nepřinášejí striktní doporučení, kam konkrétně investovat, či dokonce v jakých podílech. Komentáře,

⁵⁴ Býčí ≈ rostoucí ceny; medvědí ≈ klesající ceny

radly či připomínky jsou většinou tvořeny na bázi zkušeností, pozorování trhu, nikoliv kvantitativních analýzách. Nakonec tento závěr není nikterak překvapivý, protože každý investor má vlastní preferenci, tedy vlastní představu o investičním horizontu, individuální postoj k riziku či disponuje specifickým množstvím zdrojů (Epstein a Zin, 1991). Avšak často nezkušení investoři potřebují, a také vyhledávají podporu ve svém rozhodování, a to nejen v podobě investičních poradců či specialistů, ale právě různých (novinových) článků, či příspěvků v sociálních médiích. Orientace v těchto zdrojích, zejména pro neodborníky, není jednoduchá. O články, sdělení, nevalné kvality není nouze. Je třeba dobře vážit kvalitativní stránku (zkušenosti, moudrost, pocit, náladu) a kvantitativní pohled (analýzy na základě „tvrdých“ dat) při investičním rozhodování (Tu a kol., 2016).

Nakonec se v analýze subjektivních postojů, pocitech a náladách, můžeme posunout „ještě dále“, a to právě prostřednictvím analýzy výše zmíněných článků. Analýza slov, vět, zkoumá, jestli jsou sdělení pozitivní či negativní, subjektivní či objektivní, nebo vykazující polarizující či neutrální postoj. Tato problematika jde však nad rámec již tak širokého záběru habilitační práce. Potenciálně zajímavé teoretický či aplikační výzkum však lze opřít o souhrnnější metodická díla Medhata a kol. (2014), D'Andrea a kol. (2015) či Lianga a kol. (2022), potažmo ilustrativně-empirické studie Ashrafa (2021) nebo Samuelse a McGonicala. (2020).

7 Fuzzy interaktivní metoda vícekriteriální optimalizace

Sedmá kapitola si dovoluje představit fuzzy interaktivní metodu vícekriteriálního matematického programování, respektive vícekriteriální optimalizace. Naváže na, potažmo přirozeně prolnu, řešeršní práci z kapitoly 2.3 a 2.4, a vystavím vyvíjený koncept stávajícímu poznání. Po zakotvení metodiky do stávajících podmínek bude detailně představen její algoritmus.

7.1 Stávající poznání ve světle specifik navržené metodiky

Jak bylo v kapitole 2.3 předvedeno, metod a přístupů teorie rozhodování pro vytváření investičního portfolia je opravdu velké množství. Po vyzrálém úsudku jsem došel k závěru, viz podrobně kapitola 2.3, že bude třeba využít fuzzy interaktivních přístupů za účelem postizení neurčitosti, potažmo měnlivých procesů při investičním rozhodování.

7.1.1 Fuzzy optimalizace ve financích – přehlídka nedůslednosti

Základním podkladem pro vytváření metodiky sloužící k vytváření investičního portfolia může přirozeně být mean-variance model, který však byl pro jeho teoreticko-aplikační nedostatečnost postupně opuštěn. Ač mu je mnohé vytýkáno, tj. diskriminace pozitivních odchylek od očekávaného (středního) výnosu, či předpoklad symetrie stochastického výnosu, mnoho fuzzy metod se o tento model, respektive jeho modifikaci, opírá. Tu je rozšířen o fuzzy výnos, jinde zase o další kritéria, nebo dodatečná omezení, či modifikován v míře rizikovosti. Avšak pro komplexnější postupnou proceduru vytváření portfolia tento model není vhodný, respektive by musel být prakticky kompletně přetvořen. Pak se však vytrácí jeho základní diverzifikační myšlenka, jako například v práci Liu a Zhanga (2015) či Gupty a kol. (2008). Metody a přístupy opírající se o takový koncept tedy nejsou příliš příhodné, nehledě na absenci možnosti postupného utváření skladby investice v rámci interaktivního procesu úpravy.

Další hojně využívanou technikou pro optimalizaci portfolia v odborných publikacích je cílové programování, které také neminula fuzzifikace. Kritika konceptu cílového programování, ač ve fuzzy (interaktivní) formě zjemňující mé obavy, vyřčená

v kapitole 2.4.1, stále platí. Jsem tak přesvědčen, že tento koncept by byl spíše zátěží než přínosem pro investora při jeho rozhodování.

Metody orientující se přímo na optimalizaci portfolia ESG investičních instrumentů nedisponují interaktivní procedurou, což je z mého pohledu užití významný nedostatek. Stávající odborná literatura se spíše než na optimalizaci udržitelného portfolia zaměřuje na výběr vhodných ESG kritérií. Tato aktivita je samozřejmě bohužel v případě nutnosti rozboru dílčích environmentálních, sociálních či manažerských kritérií. Počet kritérií je značný. Některá kritéria mohou dokonce jít svou podstatou zaměření proti sobě. Orientaci v této nehomogenní skupině tak může určitá metoda vícekriteriálního hodnocení významně upevnit. Náš investor však přeci jen nebude až takový „ESG fajnšmekr“, který by detailněji studoval dílčí charakteristiky udržitelnosti. Bude se rozhodovat spíše na základě souhrnných, agregovaných indikátorů (MSCI apod.), potažmo na základě základní informace příslušnosti aktiva do ESG investiční rodiny. V druhé části nabízí pro vytvoření portfolia v duchu ESG optimalizační proceduru, která se většinou opírá o (fuzzy) mean-variance model (Wu a kol., 2022; Fereydooni a kol., 2024), či cílové programování (Bilbao-Terol a kol., 2012). Yadav a kol. (2023) či Huang a kol. (2022) sice reflektují souhrnný ESG faktor, avšak také v rámci optimalizačního postupu opřené o mean-variance model. Ani tato skupina přístupů tak přílišnou pozitivní inspiraci neposkytuje.

Je tedy třeba se zaměřit na (fuzzy) interaktivní koncepty, které cílí i na aplikace z jiných částí reálného světa (doprava, logistika apod.), či budou představovat obecnější přístup k řešení vícekriteriálního problému.

7.1.2 (Fuzzy) interaktivní vícekriteriální optimalizace – uživatelská úskalí

Uvažování, v kapitole 2, o metodologické podpoře vytváření investičního portfolia mne zavedlo do skupiny fuzzy interaktivních metod. Na řadě stávajících konceptů mne zaráží několikero aspektů. První z nich je fakt, že formulace modelů explicitně nepřipouštějí kombinaci striktních a vágních dat. Například Ehsani a kol. (2017) či El Sayed a kol. (2022) uvažují kriteriální funkce pouze s fuzzy koeficienty. Arikan (2015) ke každé kriteriální funkci tak formuluje fuzzy aspirační úroveň. Osman a kol. (2018) dokonce krom fuzzy funkcí připouští omezení pouze s fuzzy strukturními parametry. A ve výčtu by bylo možno pokračovat. Rozumím tomu, že někdy si reálný problém kombinací povahy vstupních dat nevyžaduje. Přesto by bylo záhodno konstruovat

metodu připravenou na obecnější případ. Je však pravdou, že někdy nemusí být případné „kombinační“ rozšíření jednoduchým algoritickým úkonem. Nakonec na striktní číslo může být nahlíženo jako na speciální případ fuzzy čísla, které má všechny parametry na totožné úrovni. Tento přístup však není, zejména v kontextu formulací v matematických modelech, rozumný. Nakonec jsem si takřka jistý, že výše zmínění autoři takto neuvažovali. Podstatně inspirativnějším je v tomto ohledu výjimečný přístup [Alavidoosta a kol. \(2016\)](#), který kombinuje fuzzy a striktní účelové funkce i omezení. [Werner \(1987\)](#) formuluje omezení jak ve striktní, tak flexibilní, fuzzy podobě.

V selekci fuzzy interaktivních metod lze pokračovat pro mne esenciálním aspektem, a to požadavkem na dodatečnou informaci ze strany rozhodovatele. Ač je zapojen do interaktivní procedury, tedy se počítá s jeho aktivní účastí při hledání řešení, nesmí se od něj požadovat „neposkytnutelné“. [Rommelfanger \(1990\)](#) pracuje s funkcí užitku, jejíž určení je pro uživatele takřka neproveditelné. Kvantifikace užitku plynoucího z konkrétního řešení, respektive hodnoty konkrétní kriteriální funkce, je koncepčně pošetilá. Akceptovatelný je snad jen implicitně integrovaný koncept užitku, kde neefektivní participace rozhodovatele odpadá. Podobně obtížné je stanovení explicitních úrovní záměny hodnoty jedné kriteriální funkce za druhou (např. [Geoffrion a kol., 1972](#)). Dalším problematickým vstupem může být poskytnutí úrovně fuzzy cílů (např. [Niksirat, 2022](#); [Yu a kol., 2021](#)), či aspiračních úrovní ([Badhotiya a kol., 2019](#)), či [Zheng a Brikaa, 2022](#)). Přestože jsou tyto hodnoty stanoveny jen přibližně, potažmo se mohou upravovat, stále se jedná často o nelehký úkol požadovaný od rozhodovatele. Navíc, jak připomínám v [kapitole 2.4.1](#), počáteční hodnota cílů či aspiračních úrovní determinuje prvotní směr hledání řešení. Markantnější projev je u cílových hodnot, u kterých je principiálně „jednostranné“ či „oboustranné“ odchýlení minimalizováno.

Z pohledu adekvátnosti participace rozhodovatele na procesu hledání řešení si zaslouží speciální zamyšlení nad optimalizačním konceptem α -řezu, který je využíván řadou metod, namátkou, navržené [Liangem \(2006\)](#), [Elsisyem a Sayedem \(2019\)](#) či [Nasserim a Zaviehem \(2018\)](#). Koncept je velice nápomocný v transformaci modelu z fuzzy do přívětivější striktní podoby, což mu zajišťuje značnou popularitu. Stinnou stránkou však je ztráta části informace tkvící v podstatě neurčitosti, která však úkonem defuzzifikace stejně musí, avšak v různé míře, nastat. Co je však ještě diskutabilnější, je samotné určení této úrovně. Nenulovou hodnotou α totiž „odstřiháváme“ určitou část možných hodnot příslušného fuzzy čísla. Na stranu druhou, zůstávají „hodnotnější“ hodnoty spadající do množiny s vyšším stupněm

příslušnosti. Kde však udělat takto radikální předěl? Čím bude hodnota nižší, tím bude větší hodnotová základna, což může působit reprezentativnějším dojmem. Při zvýšení úrovně α dostáváme hodnoty nejvíce se podílející na přibližné hodnotě vyjádřené fuzzy číslem. „Odlehlejší“ hodnoty tak mizí. Alibistickou možností je volba $\alpha = 0$, která nijak speciálně neutváří řešení, protože fuzzy informace zůstává v původní podobě. Z pohledu optimalizačního to však není rozumný postup, protože fakticky nedochází ke kýžené defuzzifikaci. Zvolení nenulové hodnoty lze chápat spíše jako výsledek intuitivního procesu než nějaké exaktní procedury. Extrémním případem je $\alpha = 1$, kdy se z fuzzy čísla stává striktní, respektive interval v případě (nejen) trojúhelníkového, resp. trapezoidálního tvaru. Takový přístup však kompletně aspekt neurčitosti, vágnosti, eliminuje. Snad jakýsi neutrální postoj by mohla reprezentovat volba $\alpha = 0,5$. Pak zůstávají hodnoty se stupněm příslušnosti alespoň 0,5, čímž je forma čísla vyjádřena striktněji. Vyšší hodnota by snad vyjadřovala tendenci dosažení „reprezentativnějšího“ výsledku, tedy s vyšším stupněm příslušnosti. Nelze však opomenout hrozbu neexistence řešení při simultánním zohlednění parametru přes všechny fuzzy kritériální funkce. Stanovení hladiny α -řezu, jak vidno, je opravdu těžká disciplína, ať pro investora, obecně rozhodovatele, tak případně pro analytika s touto technikou pracujícího. Máme snad nějakou oporu v této problematice v odborné literatuře? [Elsisy a El Sayed \(2019\)](#) stanovuje, v praktické části, hladinu na 0,2, [Nasseri a Zavieh \(2018\)](#) zase na 0,6. Proč? Žádný komentář! A tak bych mohl ve výčtu děl s tímto nevědeckým přístupem pokračovat. Moje práce vlastně unikátně přispívá do diskurzu o stanovení úrovně α . Vlastně velmi podobný problém skýtá i stanovení, potažmo následná revize, referenčních stupňů příslušnosti pro kritériální funkce, jak používá například [Zhou a kol. \(2022\)](#) či [Kiruthiga a Hemalatha \(2019\)](#). Schůdnější cestou pro rozhodovatele je úprava samotných parametrů příslušných fuzzy čísel, jak zavádí [Alavidoost a kol. \(2016\)](#) a další. I tento proces však může být pro investora řádně složitý, fuzzy konceptu o třech či čtyřech parametrech nemusí příliš rozumět. Daleko reálněji je schopen vyjádřit úpravu aktuální úrovně příslušné charakteristiky jednou hodnotou. Taková informace by se pak vhodnou procedurou mohla integrovat do adekvátní úpravy příslušných parametrů. Je až s podivem, že ve výše zmíněných publikacích taková uživatelsky přívětivá možnost vesměs není reflektována. Na tuto překážku si dovoluji navázat ještě jedním údivem. Metody v rámci interaktivní fáze nepřipouštějí vyjádření vágních preferencí, preferencí s určitou mírou nejistoty, ostychu, obezřetnosti. Investor přeci může s utvářením své preference váhat. Úprava hodnoty příslušného kritéria tak může být zadána pouze přibližně, s určitou mírou tolerance.

Striktní úprava úrovně α , referenčních dílčích stupňů příslušností, potažmo parametrů příslušných fuzzy čísel, tuto rozvážnost nereflektují.

Řada metod a přístupů pracuje s nelineárními vztahy, např. [Peidro a Vasant \(2011\)](#), [Ehsani a kol. \(2017\)](#) či [Kiruthiga a Hemalatha \(2019\)](#), což může být pro formulaci, potažmo hledání řešení modelu přítěží. Je pak třeba vážit mezi případnou lepší vypovídací schopností vágního elementu nelineární struktury a výpočetní složitostí. Nakonec složitější vztahy nutí k aplikaci neoptimalizačních algoritmů, většinou založených na genetice (např. [Saborido a kol., 2016](#)), evoluci (např. [Ruiz a kol., 2020](#), [Liagkouras a Metaxiotis, 2018](#)) a či chování hejna ptáků⁵⁵ (např. [Mahapatra a kol., 2022](#)). Pokud je to tedy možné, hledání pouze suboptimálního řešení se snažíme vyhnout. Bez povšimnutí s ohledem na optimalizační postup nelze nechat ani způsob defuzzifikace modelu. O α -řezu již bylo dostatečně pojednáno. Nezřídka kdy se však setkáváme s postupy v duchu teorií možnosti a důvěryhodnosti, prostřednictvím jejichž indikátorů dochází k poměrně radikálnímu zbavení elementu neurčitosti (např. [Huang a kol., 2022](#); [Mehlawat a kol., 2020](#); [Mandal, 2024](#)). Jak už bylo výše zmíněno, prosazují tezi, že pro důvěrné rozhodnutí je zapotřebí alespoň základního poznání o metodice, pomocí které je toto rozhodnutí učiněno. Na první pohled bláznivému přání můžeme jít naproti prostřednictvím uživatelsky přívětivého metodického konceptu, nevyžadujícího neadekvátní participaci rozhodovatele, s příznivou implementovatelností nejdoucí na úkor reálné popisnosti řešeného problému.

7.1.3 Navržená metodika – mozaika dílčích přístupů stávajících konceptů

Výše uvedeným kritickým diskurzem, podpořeným v [kapitole 2.4](#), jsem prakticky vyvrátil možnost implementace existující fuzzy interaktivní metody na vytváření investičního portfolia.

Po tomto poměrně drsném zjištění jsem se musel vydat pro doprovodnou inspiraci nejen dále do historie, ale hlavně do jiné skupiny metod, a to na samotný počátek vzniku interaktivních vícekriteriálních konceptů, kdy bylo fuzzy programování ještě „v plenkách“, či spíše ve stavu prenatalním. Uhranula mne metoda STEM pro svou efektivní interaktivní fázi, potažmo srozumitelný optimalizační proces založený na

⁵⁵ (ang.) particle swarm optimization

minimalizaci vzdálenosti od ideálního řešení využívající Čebyševovu metriku (Benayoun a kol., 1971). Dodatečná informace od rozhodovatele je v přívětivé podobě. Optimalizační postup principiálně nevyžaduje dodatečný, těžko uchopitelný, vstup. Samozřejmě koncept má své nedostatky, a to zejména v proceduře stanovení vah kritérií, či absenci reflexe vágních hodnot či preferencí. Metodika je však natolik zajímavá, že neušla pozornosti dalším výzkumníkům. Velice příhodná je modifikace, prezentovaná Laiem a Hwangem (1996), zvaná KSU-STEM. Tato interaktivní metoda vícekriteriální optimalizace nabízí stále uživatelsky pochopitelný a poměrně jednoduše implementovatelný algoritmus, který se snaží nalézt řešení s hodnotami charakteristik co možná nejbližší jejich ideálním hodnotám, a to pomocí *maxmin* přístupu. Relativní vyjádření vzdálenosti, respektive pozice mezi ideální a bazální hodnotou každé charakteristiky tak implicitně odpovídá fuzzy přístupu. Nakonec není náhodou, že autoři představují koncept ve své knize s názvem *Fuzzy Multiple Objective Decision Making: Methods and Applications*. Navrženým rozšířením o vágní element v podobě trojúhelníkových fuzzy čísel, potažmo způsob jejich postupné úpravy, se stává metoda komplexnějším podpůrným nástrojem v procesu investičního rozhodování. Formulovaný fuzzy model je však řešen, vzdor *minmax* optimalizačního principu inspirativní metody KSU-STEM, pomocí Bellmanova principu optimality, který nevyžaduje žádnou doprovodnou informaci od rozhodovatele. Tento, interpretačně přívětivý, optimalizační přístup využívá konceptu fuzzy cílů, které jsou zachyceny, obdobně jako Torabim a Hassinim (2008), Zhouem a kol. (2022) či Jarerbsukem a Phruksaphanratem (2022) v podobě jednostranných trojúhelníkových fuzzy čísel, jejichž parametry ve formě extrémů fuzzy kriteriálních funkcí jsou hledány pomocí modifikovaného, avšak inspirativního přístupu Wua a kol. (2006). Preference ohledně důležitosti sledovaných kritérií je v modelu integrována standardně pomocí vah, které lze získat prostřednictvím známých přístupů založených na kvantitativní (bodovací metoda, Saatyho či Fullerova metoda) či kvalitativní (slovní) informaci (např. metoda Borovičky (2019)). Interaktivní procedura umožňuje vyjádření vágních, přibližných preferencí, a to pomocí fuzzy relací, které jsou prostřednictvím jednostranných trojúhelníkových fuzzy čísel efektivně striktně vyjádřeny v modelu opírajícím se o optimalizační techniku *maximinu*. Nakonec interaktivní procedura může přinést požadavek na vylepšení hodnot vybraných kriteriálních funkcí se striktními, potažmo fuzzy koeficienty, což se projevuje v matematickém modelu fuzzy omezením (relací), potažmo fuzzy omezením s fuzzy koeficienty. Tato unikátní fuzzy kombinace si zdánlivě vyžaduje speciální postup transformace do striktní

podoby. Avšak postačí efektivně přizpůsobený po leta ověřený postup založený na rozkladu do soustavy třech striktních omezení, např. [Czyzakem a Słowińskim \(1993\)](#) či [Wangem a Liangem \(2005\)](#).

Pro získání metody, jakožto podpůrného prostředku při investičním rozhodování, splňující požadavek univerzálnosti charakteru dat, akceptace všech potřebných hodnotících kritérií, reflexe postupně se třebících preferencí uživatele či vstřícné uživatelnosti, vedla strastiplná cesta kompilace dílčích přístupů existujících metod. Dlužno připomenout, že hlavní linka algoritmu je navržena [Borovičkou \(2020a\)](#). Habilitační práce krom hlubší a komplexnější metodologické rešerše, viz [kapitola 2](#), nabízí v některých částech podrobnější diskuse či zamyšlení nad použitým postupem (práce s fuzzy kritériálními funkcemi, vahami, porovnání fuzzy čísel apod.), ba dokonce modifikovaný či rozšířený algoritmický postup samotný (integrace fuzzy omezení se striktními i fuzzy parametry do množiny X , úprava hodnot fuzzy kritériálních funkcí atd.). Nyní však již dejme zasloužený prostor detailnímu popisu všech částí navrženého algoritmu fuzzy interaktivní metody vícekritériální optimalizace.

7.2 Algoritmus – krok po kroku

Algoritmus navržené fuzzy interaktivní metody vícekritériální optimalizace bude přehledně popsán v následujících několika krocích. V dílčích pasážích bude ještě doplněn o nezbytný metodologický výklad.

7.2.1 Krok 1: Kritériální funkce a jejich váhy

Mějme k kritériálních funkcí, které mohou být vyjádřeny ve striktní (přesné) či vágní (fuzzy) podobě. Rozlišme minimalizační $f_j(\mathbf{x}), j \in J_{\min}$, resp. maximalizační $f_j(\mathbf{x}), j \in J_{\max}$, kritériální funkci se striktními koeficienty, stejně tak minimalizační $\tilde{f}_j(\mathbf{x}), j \in \tilde{J}_{\min}$, resp. maximalizační $\tilde{f}_j(\mathbf{x}), j \in \tilde{J}_{\max}$ kritériální funkci s fuzzy koeficienty⁵⁶. Vektor $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ shlučuje n proměnných reflektujících dílčí procesy. Kritériální funkci se striktními koeficienty lze specifikovat následovně

⁵⁶ Zcela jistě platí $J_{\min} \cup J_{\max} \cup \tilde{J}_{\min} \cup \tilde{J}_{\max} = \{1, 2, \dots, k\}$ a $J_{\min} \cup J_{\max} \cup \tilde{J}_{\min} \cup \tilde{J}_{\max} = \emptyset$. Respektive každé dvě množiny indexů kritériálních funkcí jsou disjunktní.

$$f_j(\mathbf{x}) = \mathbf{c}_j^T \mathbf{x} \quad j \in J_{min} \cup J_{max}, \quad (30)$$

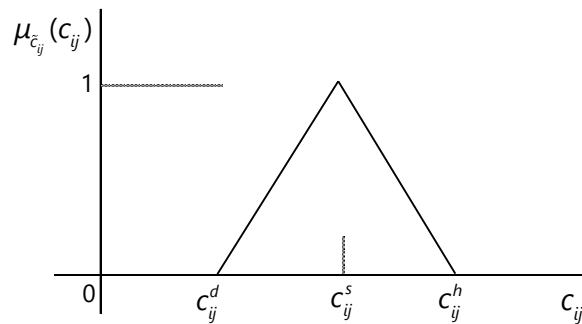
kde $\mathbf{c}_j^T = (c_{1j}, c_{2j}, \dots, c_{nj})$, $j \in J_{min} \cup J_{max}$, je vektor striktních koeficientů v j -té kriteriální funkci. Kriteriální funkce s fuzzy koeficienty je pak formalizována takto

$$\tilde{f}_j(\mathbf{x}) = \tilde{\mathbf{c}}_j^T \mathbf{x} \quad j \in \tilde{J}_{min} \cup \tilde{J}_{max}, \quad (31)$$

kde $\tilde{\mathbf{c}}_j^T = (\tilde{c}_{1j}, \tilde{c}_{2j}, \dots, \tilde{c}_{nj})$, $j \in \tilde{J}_{min} \cup \tilde{J}_{max}$, je vektor fuzzy koeficientů v j -té kriteriální funkci. Koeficient u i -té proměnné v j -té fuzzy kriteriální funkci⁵⁷ $\tilde{c}_{ij}$, $i = 1, 2, \dots, n$, $j \in \tilde{J}_{min} \cup \tilde{J}_{max}$, je vyjádřen jako trojúhelníkové fuzzy číslo s následující funkcí příslušnosti

$$\mu_{\tilde{c}_{ij}}(c_{ij}) = \begin{cases} 0 & c_{ij} \leq c_{ij}^d \vee c_{ij} \geq c_{ij}^h \\ \frac{c_{ij} - c_{ij}^d}{c_{ij}^s - c_{ij}^d} & c_{ij}^d < c_{ij} < c_{ij}^s \\ \frac{c_{ij}^h - c_{ij}}{c_{ij}^h - c_{ij}^s} & c_{ij}^s < c_{ij} < c_{ij}^h \\ 1 & c_{ij} = c_{ij}^s \end{cases}, \quad (32)$$

kde c_{ij}^s reprezentuje hodnotu koeficientu c_{ij} , vyjádřeného prostřednictvím fuzzy čísla, se stupněm příslušnosti 1. Hodnoty c_{ij}^d , c_{ij}^h pak vytyčují interval, ve kterém se s patřičným stupněm příslušnosti hodnota koeficientu c_{ij} pohybuje. Pro názornost lze trojúhelníkovou funkci příslušnosti graficky znázornit následovně (Obrázek 9).



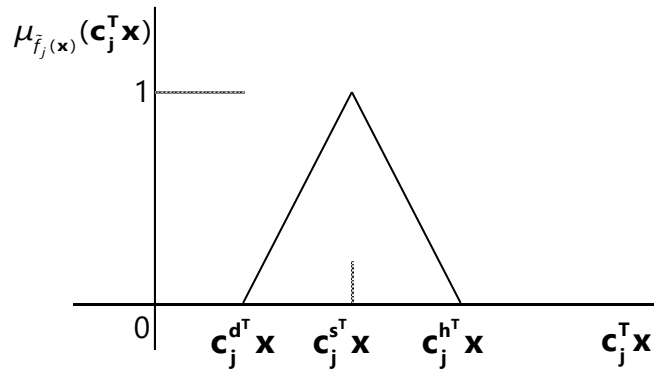
Obrázek 9 Funkce příslušnosti fuzzy koeficientu $\tilde{c}_{ij}$ (vlastní zpracování)

⁵⁷ Fuzzy kriteriální funkce je ekvivalentní vyjádřením kriteriální funkce s fuzzy koeficienty. Alternativní vyjádření je voleno jak z důvodu slovní úspornosti, tak větší pestrosti textu.

Zápis fuzzy koeficientu lze formalizovat do podoby následující trojice $\tilde{c}_{ij} = (c_{ij}^d, c_{ij}^s, c_{ij}^h)$, $i = 1, 2, \dots, n$, $j \in \tilde{J}_{min} \cup \tilde{J}_{max}$. Kriteriační funkce s fuzzy koeficienty pak můžeme formalizovat do trojúhelníkového fuzzy čísla následovně

$$\tilde{f}_j(\mathbf{x}) = (\mathbf{c}_j^{dT} \mathbf{x}, \mathbf{c}_j^{sT} \mathbf{x}, \mathbf{c}_j^{hT} \mathbf{x}) = (f_j^d(\mathbf{x}), f_j^s(\mathbf{x}), f_j^h(\mathbf{x})) \quad j \in \tilde{J}_{min} \cup \tilde{J}_{max}, \quad (33)$$

kde $\mathbf{c}_j^{dT} = (c_{1j}^d, c_{2j}^d, \dots, c_{nj}^d)$, resp. $\mathbf{c}_j^{hT} = (c_{1j}^h, c_{2j}^h, \dots, c_{nj}^h)$ je vektor dolních, resp. horních „mezí“ příslušného koeficientu v j -té účelové funkci. Vektor středových parametrů, respektive hodnot s jednotkovým stupněm příslušnosti pro j -tou fuzzy kriteriační funkci, je symbolizován jako $\mathbf{c}_j^{sT} = (c_{1j}^s, c_{2j}^s, \dots, c_{nj}^s)$. Fuzzy kriteriační funkci lze jako trojúhelníkové fuzzy číslo opět vyjádřit i graficky, viz [Obrázek 10](#).



Obrázek 10 Funkce příslušnosti fuzzy kriteriační funkce $\tilde{f}_j(\mathbf{x})$ (vlastní zpracování)

Důležitost jednotlivých kritérií, resp. kriteriačních funkcí je vyjádřena vektorem vah $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \dots, v_k)^T$, kde v_j je váha j -té kriteriační funkce. Váhy jsou, pro lepší výpočetní i interpretační vlastnosti, ve standardizované podobě. Tedy platí

$$\begin{aligned} v_j &> 0 & j &= 1, 2, \dots, k \\ \sum_{j=1}^k v_j &= 1 \end{aligned} \quad (34)$$

Váhy lze stanovit řadou známých metod založených na kvantitativních či kvalitativních preferenčních informacích. V této práci bude využita metoda založená na lingvistické informaci vyvinutá [Borovičkou \(2019\)](#).

7.2.2 Krok 2: Ideální a bazální hodnota

Po inicializační fázi nastává výpočetní určení extrémních hodnot kriteriálních funkcí potřebných nejen pro relativní ohodnocení charakteristik, potažmo určení fuzzy cílů, ale také pro hodnotovou orientaci ve sledovaných charakteristikách, a to zejména pro účely jejich případných úprav. Ideální a bazální hodnota je hledána na množině $X = \{\mathbf{x} \in R^n; r_l(\mathbf{x}) R_l q_l, l = 1, 2, \dots, o\}$ vytyčující možná řešení reflektující všechny požadavky, respektive podmínky řešeného problému. Krom známého vektoru proměnných $\mathbf{x}$, $r_l(\mathbf{x})$, resp. q_l , $l = 1, 2, \dots, o$, reprezentuje levou, resp. pravou stranu l -tého omezení s relačním znaménkem R_l . Nutno podotknout, že omezení nemusí být jen striktní povahy. Mohou se v nich objevovat i funkce s fuzzy koeficienty, formalizovaně $\tilde{r}_l(\mathbf{x}) R_l \tilde{q}_l$. Dále se může vyskytovat fuzzy omezení, tedy s přibližným relačním znaménkem, $r_l(\mathbf{x}) \tilde{R}_l q_l$ či kombinace obojího, $\tilde{r}_l(\mathbf{x}) \tilde{R}_l \tilde{q}_l$. Všechny tři případy jsou totiž potenciálně řešeny v interaktivní proceduře, jen je třeba formálně vztahy přizpůsobit, např. eliminací vah apod., konkrétním podmínkám či požadavkům reflektovaných množinou X . Omezení s fuzzy koeficienty tak lze integrovat do množiny prostřednictvím „porovnávacích“ vztahů (66). Fuzzy omezení (relace) vyjádřená v podobě jednostranných fuzzy čísel lze zahrnout pomocí (59) a (62). Nakonec fuzzy omezení s fuzzy koeficienty lze do modelu principiálně promítnout prostřednictvím (81), potažmo (82).

Ideální hodnota každé kriteriální funkce je určena nalezením příslušného extrému na množině X . Pro j -tou minimalizační, resp. maximalizační striktní kriteriální funkci⁵⁸ pak platí

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_j^l = \underset{\mathbf{x} \in X}{\operatorname{argmin}} f_j(\mathbf{x}) \quad j \in J_{\min}, \text{ resp. } \mathbf{x}_j^l = \underset{\mathbf{x} \in X}{\operatorname{argmax}} f_j(\mathbf{x}) \quad j \in J_{\max}. \end{aligned} \quad (35)$$

Ideální hodnotu i -té minimalizační, resp. maximalizační **striktní kriteriální funkce** můžeme symbolizovat prostřednictvím $f_j(\mathbf{x}_j^l) = f_j^l, j \in J_{\min} \cup J_{\max}$.

Hledání ideální hodnoty fuzzy kriteriálních funkcí se ponese v podobném duchu jako u striktní formy. Je logické, i z **Obrázku 9**, že cílem optimalizace bude „dostat“ hodnoty parametrů minimalizační, respektive maximalizační fuzzy funkce, co možná

⁵⁸ *Striktní kriteriální funkce* je ekvivalentní vyjádřením *kriteriální funkce se striktními koeficienty*. Alternativní vyjádření je voleno jak z důvodu slovní úspornosti, tak větší pestrosti textu.

nejvíce doleva, resp. doprava na vodorovné ose. V tomto ohledu je inspirativní „rozkládací“ přístup [Wua a kol. \(2006\)](#), který, i když s přispěním konceptu α -řezu, rozkládá funkci na dvě dílčí právě dle hranic intervalu vytyčeného stupněm příslušnosti α . Jelikož se poměrně cenná část fuzzy informace ztrácí, rozhodl jsem se zanechat fuzzy množinu v původní podobě, a provést rozklad na tři dílčí funkce reprezentující parametry fuzzy čísla opisujícího vágní kriteriální funkci. Pro tyto tři dílčí funkce hledáme příslušný extrém na množině X . Nelze si ještě nepovšimnout, že obdobný přístup byl již ve vzdálenější minulosti kritizován [Laiem a Hwangem \(1992\)](#), kteří vyslovili podezření spočívající v nabourání trojúhelníkového tvaru. Sice není tato myšlenka patřičně rozvinuta, avšak se domnívám, že obava spočívá v narušení patřičné hodnotové relace mezi parametry triangulárního fuzzy čísla. Tedy by v duchu (16), resp. (17) nemuselo platit $a \leq b \leq c$. Tato obava je však neopodstatněná. Maximálně tak může dojít k „narušení“ původní rovnoramennosti trojúhelníku, což však není žádný defekt disproporce. Naopak navržený koncept [Laiem a Hwangem \(1992\)](#), využívající k optimalizaci rozdíly mezi parametry fuzzy čísel, může způsobovat neopodstatněnou disproporci hodnotového výskytu parametrů na vodorovné ose. Navíc výše vyvinutý rozklad jde ruku v ruce s mechanismem porovnání fuzzy čísel (65) integrovaným do modelu. Pro minimalizační, respektive maximalizační kriteriální funkci s fuzzy parametry tedy platí

$$\begin{array}{lll}
 \mathbf{x}_j^{dl} = \operatorname{argmin}_{\mathbf{x} \in X} f_j^d(\mathbf{x}) & \mathbf{x}_j^{sl} = \operatorname{argmin}_{\mathbf{x} \in X} f_j^s(\mathbf{x}) & \mathbf{x}_j^{hl} = \operatorname{argmin}_{\mathbf{x} \in X} f_j^h(\mathbf{x}) \quad j \in \tilde{J}_{min}, \\
 \mathbf{x}_j^{dl} = \operatorname{argmax}_{\mathbf{x} \in X} f_j^d(\mathbf{x}) & \mathbf{x}_j^{sl} = \operatorname{argmax}_{\mathbf{x} \in X} f_j^s(\mathbf{x}) & \mathbf{x}_j^{hl} = \operatorname{argmax}_{\mathbf{x} \in X} f_j^h(\mathbf{x}) \quad j \in \tilde{J}_{max}.
 \end{array} \quad (36)$$

Ideální hodnotu j -té kriteriální funkce s fuzzy koeficienty lze formalizovat uspořádanou trojicí, respektive vyjádřit jako trojúhelníkové fuzzy číslo následovně

$$\tilde{f}_j^I = (f_j^d(\mathbf{x}_j^{dl}), f_j^s(\mathbf{x}_j^{sl}), f_j^h(\mathbf{x}_j^{hl})) = (f_j^{dl}, f_j^{sl}, f_j^{hl}) \quad j \in \tilde{J}_{min} \cup \tilde{J}_{max}. \quad (37)$$

Bazální hodnota kriteriálních funkcí není stanovena opačným extrémem, jak to například provádí algoritmus metody KSU-STEM, protože se povětšinou dochází k zbytečně negativní úrovni, která ve společnosti dalších kriteriálních funkcí ani nemůže nastat. V tomto ohledu je inspirativnější metoda STEM a řada dalších, které bazální hodnotu určují právě v kontextu ideálních hodnot ostatních kriteriálních funkcí. Tento koncept je akorát nutné přizpůsobit společnosti striktních a fuzzy

funkcí. Pro **bazální hodnotu** minimalizační, respektive **maximalizační funkce se striktními koeficienty** bude platit

$$\begin{aligned} f_j^B &= \max \left\{ \max_{g \in J_{\min} \cup J_{\max}} [f_j(\mathbf{x}_g^l)], \max_{g \in J_{\min} \cup J_{\max}} [f_j(\mathbf{x}_g^{dl}), f_j(\mathbf{x}_g^{sl}), f_j(\mathbf{x}_g^{hl})] \right\} & j \in J_{\min} \\ f_j^B &= \min \left\{ \min_{g \in J_{\min} \cup J_{\max}} [f_j(\mathbf{x}_g^l)], \min_{g \in J_{\min} \cup J_{\max}} [f_j(\mathbf{x}_g^{dl}), f_j(\mathbf{x}_g^{sl}), f_j(\mathbf{x}_g^{hl})] \right\} & j \in J_{\max} \end{aligned} \quad (38)$$

kde $\mathbf{x}_g^l$, respektive $\mathbf{x}_g^{dl}, \mathbf{x}_g^{sl}, \mathbf{x}_g^{hl}$ jsou věcnou obdobou řešení úloh (35) a (36), kdy akorát platí $j = g$. Zavedení odlišného indexu je čistě technickáíi dovolující řádně formulovat vztahy (38), potažmo níže (39) a (40).

Obdobně, a v duchu logiky zjišťování ideálních hodnot, se postupuje v případě určení bazální hodnoty účelové funkce s fuzzy koeficienty. Tedy **bazální hodnota pro minimalizační fuzzy kriteriální funkci** se určí prostřednictvím třech parciálních parametrů následovně

$$\begin{aligned} f_j^{dB} &= \max \left\{ \max_{g \in J_{\min} \cup J_{\max}} [f_j^d(\mathbf{x}_g^l)], \max_{g \in J_{\min} \cup J_{\max}} [f_j^d(\mathbf{x}_g^{dl}), f_j^d(\mathbf{x}_g^{sl}), f_j^d(\mathbf{x}_g^{hl})] \right\} \\ f_j^{sB} &= \max \left\{ \max_{g \in J_{\min} \cup J_{\max}} [f_j^s(\mathbf{x}_g^l)], \max_{g \in J_{\min} \cup J_{\max}} [f_j^s(\mathbf{x}_g^{dl}), f_j^s(\mathbf{x}_g^{sl}), f_j^s(\mathbf{x}_g^{hl})] \right\} & j \in \tilde{J}_{\min} \\ f_j^{hB} &= \max \left\{ \max_{g \in J_{\min} \cup J_{\max}} [f_j^h(\mathbf{x}_g^l)], \max_{g \in J_{\min} \cup J_{\max}} [f_j^h(\mathbf{x}_g^{dl}), f_j^h(\mathbf{x}_g^{sl}), f_j^h(\mathbf{x}_g^{hl})] \right\} \end{aligned} \quad (39)$$

Obdobně je určena **bazální hodnota** dílčích parametrů **maximalizační funkce s fuzzy koeficienty**

$$\begin{aligned} f_j^{dB} &= \min \left\{ \min_{g \in J_{\min} \cup J_{\max}} [f_j^d(\mathbf{x}_g^l)], \min_{g \in J_{\min} \cup J_{\max}} [f_j^d(\mathbf{x}_g^{dl}), f_j^d(\mathbf{x}_g^{sl}), f_j^d(\mathbf{x}_g^{hl})] \right\} \\ f_j^{sB} &= \min \left\{ \min_{g \in J_{\min} \cup J_{\max}} [f_j^s(\mathbf{x}_g^l)], \min_{g \in J_{\min} \cup J_{\max}} [f_j^s(\mathbf{x}_g^{dl}), f_j^s(\mathbf{x}_g^{sl}), f_j^s(\mathbf{x}_g^{hl})] \right\} & j \in \tilde{J}_{\max} \\ f_j^{hB} &= \min \left\{ \min_{g \in J_{\min} \cup J_{\max}} [f_j^h(\mathbf{x}_g^l)], \min_{g \in J_{\min} \cup J_{\max}} [f_j^h(\mathbf{x}_g^{dl}), f_j^h(\mathbf{x}_g^{sl}), f_j^h(\mathbf{x}_g^{hl})] \right\} \end{aligned} \quad (40)$$

Bazální hodnota fuzzy kriteriální funkce je opět trojúhelníkové fuzzy číslo

$$\tilde{f}_j^B = (f_j^{dB}, f_j^{sB}, f_j^{hB}), j \in \tilde{J}_{\min} \cup \tilde{J}_{\max}.$$

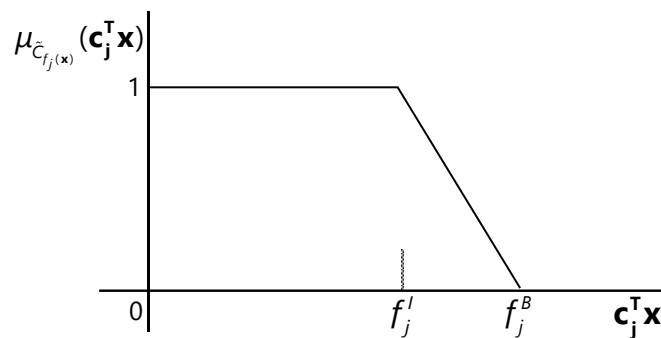
7.2.3 Krok 3: Fuzzy cíle

Jak je shrnuto v kapitole 7.1.3, k řešení fuzzy modelu bude využit hojně užívaný Bellmanův přístup pracující s konceptem fuzzy cílů, pomocí kterého dochází k defuzzifikaci původního modelu s přispěním *maxmin* optimalizačního principu.

Fuzzy cíl pro minimalizační účelovou funkci se striktními koeficienty $f_j(\mathbf{x}), j \in J_{min}$, lze vyjádřit prostřednictvím pravostranného fuzzy čísla $\tilde{C}_{f_j(\mathbf{x})}$ s následující funkcí příslušnosti

$$\mu_{\tilde{C}_{f_j(\mathbf{x})}}(\mathbf{c}_j^T \mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \mathbf{c}_j^T \mathbf{x} \leq f_j^l \\ \frac{f_j^B - \mathbf{c}_j^T \mathbf{x}}{f_j^B - f_j^l} & f_j^l < \mathbf{c}_j^T \mathbf{x} < f_j^B \\ 0 & \mathbf{c}_j^T \mathbf{x} \geq f_j^B \end{cases} \quad j \in J_{min}. \quad (41)$$

Formálně lze jednostranné fuzzy číslo o funkci příslušnosti (41) zapsat jako $\tilde{C}_{f_j(\mathbf{x})} = (f_j^l, f_j^l, f_j^B)$, $j \in J_{min}$. Graficky lze jednostrannou trojúhelníkovou funkci prezentovat [Obrázkem 11](#).

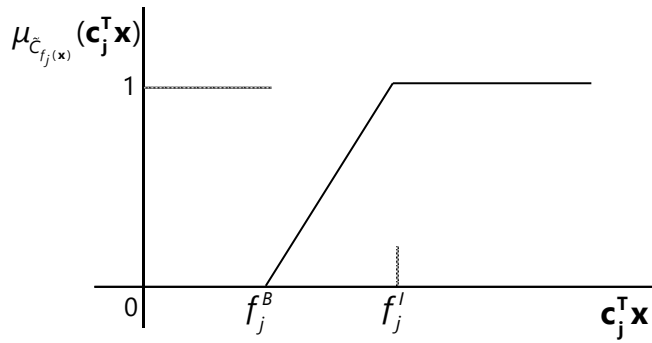


Obrázek 11 Funkce příslušnosti fuzzy cíle $\tilde{C}_{f_j(\mathbf{x})}$ minimalizační povahy (vlastní zpracování)

Fuzzy cíl pro maximalizační účelovou funkci se striktními koeficienty je definován obdobně, tentokrát však prostřednictvím levostranného trojúhelníkového fuzzy čísla $\tilde{C}_{f_j(\mathbf{x})}, j \in J_{max}$ s funkcí příslušnosti

$$\mu_{\tilde{C}_{f_j(\mathbf{x})}}(\mathbf{c}_j^T \mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \mathbf{c}_j^T \mathbf{x} \geq f_j^l \\ \frac{\mathbf{c}_j^T \mathbf{x} - f_j^B}{f_j^l - f_j^B} & f_j^B < \mathbf{c}_j^T \mathbf{x} < f_j^l \\ 0 & \mathbf{c}_j^T \mathbf{x} \leq f_j^B \end{cases} \quad j \in J_{max}. \quad (42)$$

Jednostranné fuzzy číslo s funkcí příslušnosti (42) lze formalizovat jako $\tilde{C}_{f_j(\mathbf{x})} = (f_j^B, f_j^l, f_j^l)$, $j \in J_{max}$. Pro vizuální expozici vizte pak [Obrázek 12](#).



Obrázek 12 Funkce příslušnosti fuzzy cíle $\tilde{C}_{f_j(x)}$ maximalizační povahy (vlastní zpracování)

V duchu výše představeného „rozkládacího“ mechanismu, při hledání extrémů fuzzy funkcí, budou pro ně konstruovány fuzzy cíle. Stejně jako u funkcí striktních, je žádoucí, aby hodnota kriteriální funkce s fuzzy koeficienty byla co nejblíže své ideální hodnotě $(f_j^{dl}, f_j^{sl}, f_j^{hl})$, respektive co nejdále od úrovně bazální $(f_j^{dB}, f_j^{sB}, f_j^{hB})$. Jelikož jsou extrémní hodnoty reprezentovány trojúhelníkovými fuzzy čísly, navrhuji specifikovat fuzzy cíl prostřednictvím kompilace třech dílčích fuzzy množin specifikovaných pro tři parametry (se svými extrémními hodnotami výše vypočítanými) reprezentujícího fuzzy čísla. Pro **minimalizační fuzzy kriteriální funkci** je tak definována trojice fuzzy množin $\tilde{C}_{f_j^d(x)}$, $\tilde{C}_{f_j^s(x)}$ a $\tilde{C}_{f_j^h(x)}$, $j \in \tilde{J}_{min}$, s následujícími jednostrannými (pravostrannými) trojúhelníkovými funkcemi příslušnosti

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{C}_{f_j^d(x)}}(c_j^{dT} x) &= \begin{cases} 1 & c_j^{dT} x \leq f_j^{dl} \\ \frac{f_j^{dB} - c_j^{dT} x}{f_j^{dB} - f_j^{dl}} & f_j^{dl} < c_j^{dT} x < f_j^{dB} \\ 0 & c_j^{dT} x \geq f_j^{dB} \end{cases} \\ \mu_{\tilde{C}_{f_j^s(x)}}(c_j^{sT} x) &= \begin{cases} 1 & c_j^{sT} x \leq f_j^{sl} \\ \frac{f_j^{sB} - c_j^{sT} x}{f_j^{sB} - f_j^{sl}} & f_j^{sl} < c_j^{sT} x < f_j^{sB} \\ 0 & c_j^{sT} x \geq f_j^{sB} \end{cases} . \\ \mu_{\tilde{C}_{f_j^h(x)}}(c_j^{hT} x) &= \begin{cases} 1 & c_j^{hT} x \leq f_j^{hl} \\ \frac{f_j^{hB} - c_j^{hT} x}{f_j^{hB} - f_j^{hl}} & f_j^{hl} < c_j^{hT} x < f_j^{hB} \\ 0 & c_j^{hT} x \geq f_j^{hB} \end{cases} . \end{aligned} \quad (43)$$

Stejný princip bude využit pro **maximalizační kritériální funkci s fuzzy koeficienty** prostřednictvím tripletu fuzzy množin $\tilde{C}_{f_j^d(\mathbf{x})}$, $\tilde{C}_{f_j^s(\mathbf{x})}$ a $\tilde{C}_{f_j^h(\mathbf{x})}$, $j \in \tilde{J}_{max}$, které vykazují následující, tentokrát levostranné trojúhelníkové funkce příslušnosti

$$\begin{aligned}\mu_{\tilde{C}_{f_j^d(\mathbf{x})}}(\mathbf{c}_j^{\mathbf{d}^T} \mathbf{x}) &= \begin{cases} 1 & \mathbf{c}_j^{\mathbf{d}^T} \mathbf{x} \geq f_j^{dl} \\ \frac{\mathbf{c}_j^{\mathbf{d}^T} \mathbf{x} - f_j^{dB}}{f_j^{dl} - f_j^{dB}} & f_j^{dB} < \mathbf{c}_j^{\mathbf{d}^T} \mathbf{x} < f_j^{dl} \\ 0 & \mathbf{c}_j^{\mathbf{d}^T} \mathbf{x} \leq f_j^{dB} \end{cases} \\ \mu_{\tilde{C}_{f_j^s(\mathbf{x})}}(\mathbf{c}_j^{\mathbf{s}^T} \mathbf{x}) &= \begin{cases} 1 & \mathbf{c}_j^{\mathbf{s}^T} \mathbf{x} \geq f_j^{sl} \\ \frac{\mathbf{c}_j^{\mathbf{s}^T} \mathbf{x} - f_j^{sB}}{f_j^{sl} - f_j^{sB}} & f_j^{sB} < \mathbf{c}_j^{\mathbf{s}^T} \mathbf{x} < f_j^{sl} \\ 0 & \mathbf{c}_j^{\mathbf{s}^T} \mathbf{x} \leq f_j^{sB} \end{cases} . \\ \mu_{\tilde{C}_{f_j^h(\mathbf{x})}}(\mathbf{c}_j^{\mathbf{h}^T} \mathbf{x}) &= \begin{cases} 1 & \mathbf{c}_j^{\mathbf{h}^T} \mathbf{x} \geq f_j^{hl} \\ \frac{\mathbf{c}_j^{\mathbf{h}^T} \mathbf{x} - f_j^{hB}}{f_j^{hl} - f_j^{hB}} & f_j^{hB} < \mathbf{c}_j^{\mathbf{h}^T} \mathbf{x} < f_j^{hl} \\ 0 & \mathbf{c}_j^{\mathbf{h}^T} \mathbf{x} \leq f_j^{hB} \end{cases} \end{aligned} \quad (44)$$

Spíše pro formu, potažmo rekapitulaci, lze jednostranná fuzzy čísla utvářející fuzzy cíl příslušné fuzzy kritériální funkce, formalizovat do následujících trojic

$$\begin{aligned}\tilde{C}_{f_j^d(\mathbf{x})} &= (f_j^{dl}, f_j^{dl}, f_j^{dB}), \tilde{C}_{f_j^s(\mathbf{x})} = (f_j^{sl}, f_j^{sl}, f_j^{sB}), \tilde{C}_{f_j^h(\mathbf{x})} = (f_j^{hl}, f_j^{hl}, f_j^{hB}) & j \in \tilde{J}_{min} \\ \tilde{C}_{f_j^d(\mathbf{x})} &= (f_j^{dB}, f_j^{dl}, f_j^{dl}), \tilde{C}_{f_j^s(\mathbf{x})} = (f_j^{sB}, f_j^{sl}, f_j^{sl}), \tilde{C}_{f_j^h(\mathbf{x})} = (f_j^{hB}, f_j^{hl}, f_j^{hl}) & j \in \tilde{J}_{max}\end{aligned} \quad (45)$$

Grafické zobrazení by bylo obdobné [Obrázku 11](#), respektive [Obrázku 12](#), akorát v „trojitě“ podobě. Vizualizace je tak již zbytná.

7.2.4 Krok 4: Model – prvotní řešení

Nyní je čas na formulaci fuzzy matematického modelu, respektive modelu fuzzy vícekritériálního programování, a to v následující podobě.

$$\begin{aligned}\text{"min" } f_j(\mathbf{x}) & \quad j \in J_{min} \\ \text{"max" } f_j(\mathbf{x}) & \quad j \in J_{max} \\ \text{"min" } \tilde{f}_j(\mathbf{x}) & \quad j \in \tilde{J}_{min} . \\ \text{"max" } \tilde{f}_j(\mathbf{x}) & \quad j \in \tilde{J}_{max} \\ \mathbf{x} & \in X\end{aligned} \quad (46)$$

Uvozovky evokují takřka nedostižnou simultánní optimalizaci všech kriteriálních funkcí. Naznačují snahu nalezení kompromisního řešení, tedy řešení s co možná nejlepší hodnotou všech k sledovaných charakteristik. V duchu Bellmanova přístupu vtěleného do (22), potažmo výše designovaného rozložení fuzzy elementů, je převeden fuzzy model (46) do následující striktní podoby

$$\begin{aligned}
& \max \alpha \\
& (1-v_j) \frac{f_j^B - c_j^T x}{f_j^B - f_j^I} \geq \alpha \quad j \in J_{\min} \\
& (1-v_j) \frac{c_j^T x - f_j^B}{f_j^I - f_j^B} \geq \alpha \quad j \in J_{\max} \\
& (1-v_j) \frac{f_j^{dB} - c_j^{dT} x}{f_j^{dB} - f_j^{dl}} \geq \alpha \quad (1-v_j) \frac{f_j^{sB} - c_j^{sT} x}{f_j^{sB} - f_j^{sl}} \geq \alpha \quad (1-v_j) \frac{f_j^{hB} - c_j^{hT} x}{f_j^{hB} - f_j^{hl}} \geq \alpha \quad j \in \tilde{J}_{\min}, \quad (47) \\
& (1-v_j) \frac{c_j^{dT} x - f_j^{dB}}{f_j^{dl} - f_j^{dB}} \geq \alpha \quad (1-v_j) \frac{c_j^{sT} x - f_j^{sB}}{f_j^{sl} - f_j^{sB}} \geq \alpha \quad (1-v_j) \frac{c_j^{hT} x - f_j^{hB}}{f_j^{hl} - f_j^{hB}} \geq \alpha \quad j \in \tilde{J}_{\max} \\
& x \in X \\
& 0 \leq \alpha \leq 1
\end{aligned}$$

kde α je „váženým“ průnikem všech množin v modelu přítomných. Respektive stanovuje konkrétní stupeň příslušnosti řešení vážený důležitostí sledovaných kritérií. Optimalizační princip *maximinu* se snaží nalézt takové řešení, které bude mít s ohledem na preference reflektující důležitost charakteristik co největší stupeň příslušnosti vyjádřený dle (13) následovně

$$\min_{1 \leq j \leq k} \left(\frac{f_j^B - c_j^T x}{f_j^B - f_j^I}, \frac{c_j^T x - f_j^B}{f_j^I - f_j^B}, \frac{f_j^{dB} - c_j^{dT} x}{f_j^{dB} - f_j^{dl}}, \frac{f_j^{sB} - c_j^{sT} x}{f_j^{sB} - f_j^{sl}}, \frac{f_j^{hB} - c_j^{hT} x}{f_j^{hB} - f_j^{hl}}, \frac{c_j^{dT} x - f_j^{dB}}{f_j^{dl} - f_j^{dB}}, \frac{c_j^{sT} x - f_j^{sB}}{f_j^{sl} - f_j^{sB}}, \frac{c_j^{hT} x - f_j^{hB}}{f_j^{hl} - f_j^{hB}} \right). \quad (48)$$

Integrace vah v modelu (47) je inspirována *minmax* modelem Laie a Hwanga (1996). V důsledku opačného optimalizačního principu však muselo dojít k integraci váhového doplňku do jedničky, aby hodnota správně a efektivně „tlačila“ na hodnotu funkcí příslušnosti. Mimochodem, opačný, tedy *maxmin* optimalizační princip je uživatelsky intuitivnější ve své interpretační podstatě. Navíc snaha o přiblížení se co nejlepšímu řešení je emocionálně pozitivnější než snaha o vzdálení se co nejvíce od řešení špatného.

Řešení modelu (47) v podobě $x^1 = (x_1^1, x_2^1, \dots, x_n^1)^T$ s hodnotami kriteriálních funkcí $f_j(x^1), j \in J_{\min} \cup J_{\max}$ a $\tilde{f}_j(x^1), j \in \tilde{J}_{\min} \cup \tilde{J}_{\max}$. Dostáváme tak prvotní řešení rozhodovacího procesu, které je potenciálním „spouštěčem“ následné procedury jeho vynucených úprav. Aby se tak případně stalo, spíše nesrozumitelná fuzzy podoba hodnoty vágních charakteristik by měla být transformována do jednohodnotové striktní podoby, a to pomocí připravené formulace (27). Pro fuzzy

kriteriální funkce je pak defuzzifikovaná hodnota $\tilde{f}_j^{def}(\mathbf{x}^1)$, $j \in \tilde{J}_{min} \cup \tilde{J}_{max}$, následující podoby

$$f_j^{def}(\mathbf{x}^1) = \frac{\mathbf{c}_j^d \mathbf{x}^1 + 4\mathbf{c}_j^s \mathbf{x}^1 + \mathbf{c}_j^h \mathbf{x}^1}{6} \quad j \in \tilde{J}_{min} \cup \tilde{J}_{max}. \quad (49)$$

Rozhodovatel má představu o hodnotách sledovaných proměnných i kriteriálních funkcích. Je tedy seznámen s prvotním řešením problému. Nyní mohou nastat následující situace:

- 1) Hodnoty všech sledovaných charakteristik, respektive kriteriálních funkcí, jsou rozhodovatelem akceptovatelné. Kompromisní řešení je nalezeno. Proces končí.
- 2) Hodnoty všech kriteriálních funkcí jsou rozhodovatelem neakceptovatelné. V duchu nedominovanosti získaného řešení není možné vylepšení hodnoty všech funkcí. Pro nalezení kompromisního řešení je třeba významné revize preferencí. Pokud se tak nestane, proces končí.
- 3) Hodnoty některých kriteriálních funkcí jsou akceptovatelné, jiné však nikoliv. Požadovaná vylepšení mohou být provedena za předpokladu akceptace zhoršení hodnot jiných kriteriálních funkcí. V takovém případě proces pokračuje interaktivní procedurou.

7.2.5 Krok 5: Interaktivní procedura – úprava řešení

Interaktivní procedura, respektive proces úpravy řešení, je inspirován metodou STEM, respektive její již několikrát zmiňovanou modifikací KSU-STEM. Detailněji však musel být diskutován princip integrace měnících se vah kritérií, potažmo reflexe vágních preferencí integrovaných prostřednictvím fuzzy množin. Koncept úpravy je veden v duchu *principu nedominovanosti* analyzovaných řešení. Tedy požadované vylepšení hodnoty vybrané kriteriální funkce musí být zákonitě vykoupeno zhoršením hodnoty jiné kriteriální funkce. Pro přehlednost bude v této proceduře oddělen striktní a fuzzy případ.

Kriteriální funkce se striktními koeficienty

V duchu závěru čtvrtého kroku vymežeme množiny indexů striktních minimalizačních, resp. maximalizačních kriteriálních funkcí s akceptovatelnou hodnotou J_{min}^A , resp. J_{max}^A , s neakceptovatelnou hodnotou J_{min}^N , resp. J_{max}^N , a hodnotou s jejím možným zhoršením J_{min}^Z , resp. J_{max}^Z .

Nyní započne dle dodatečně vyjádřených preferencí rozhodovatele nad aktuálním řešením adekvátní úprava modelu (47). U **funkcí**, jejichž **hodnota je v pořádku**, musí být zachována, případně může dojít k jejímu vylepšení. Toho lze docílit přidáním následujících podmínek

$$\begin{aligned} f_j(\mathbf{x}) &\leq f_j(\mathbf{x}^1) & j \in J_{min}^A \\ f_j(\mathbf{x}) &\geq f_j(\mathbf{x}^1) & j \in J_{max}^A \end{aligned} \quad (50)$$

Jelikož jsou hodnoty těchto funkcí rozhodovatelem akceptovány, následující omezení reflektující fuzzy cíle jsou tak zbytná.

$$\begin{aligned} (1-v_j) \frac{f_j^B - \mathbf{c}_j^T \mathbf{x}}{f_j^B - f_j^I} &\geq \alpha & j \in J_{min}^A \\ (1-v_j) \frac{\mathbf{c}_j^T \mathbf{x} - f_j^B}{f_j^I - f_j^B} &\geq \alpha & j \in J_{max}^A \end{aligned} \quad (51)$$

Tato eliminace je v duchu postupu metody STEM, resp. KSU-STEM, které váhu těchto kritériálních funkcí nulují. Stejný efekt by mělo zachování podmínek (51) s $v_j = 0, j \in J_{min}^A \cup J_{max}^A$. Jejich „omezující“ efekt v doprovodu (50) by vyprchal, protože hodnota stupně příslušnosti by nebyla omezující vůči hladině α . Takové podmínky nemá smysl v modelu držet, zvláště pokud může být revidovaný model poměrně rozsáhlý.

Dále musí být zajištěno zlepšení hodnot **kritériálních funkcí** se striktními koeficienty **s neakceptovatelnou hodnotou**, což zajišťují následující podmínky

$$\begin{aligned} f_j(\mathbf{x}) &< f_j(\mathbf{x}^1) & j \in J_{min}^N \\ f_j(\mathbf{x}) &> f_j(\mathbf{x}^1) & j \in J_{max}^N \end{aligned} \quad (52)$$

Na rozdíl od neostrých relací v metodě STEM, potažmo KSU-STEM, tyto podmínky explicitně zajišťují zlepšení hodnoty příslušné funkce. Na druhou stranu ostré nerovnosti v matematickém modelu nehrají v procesu hledání řešení příznivou roli. Jsou tak navrženy v následující upravené „neostré“ podobě

$$\begin{aligned} f_j(\mathbf{x}) &\leq f_j(\mathbf{x}^1) - 10^{-8} & j \in J_{min}^N \\ f_j(\mathbf{x}) &\geq f_j(\mathbf{x}^1) + 10^{-8} & j \in J_{max}^N \end{aligned} \quad (53)$$

Redukční konstanta je stanovena na takové úrovni malého kladného čísla, aby nebyla diskriminována prakticky jakákoliv pozitivní změna. Na rozdíl od minulého případu, následující podmínky vytyčující fuzzy cíle jsou zachovány

$$\begin{aligned} (1-v_j) \frac{f_j^B - \mathbf{c}_j^T \mathbf{x}}{f_j^B - f_j^I} &\geq \alpha & j \in J_{min}^N \\ (1-v_j) \frac{\mathbf{c}_j^T \mathbf{x} - f_j^B}{f_j^I - f_j^B} &\geq \alpha & j \in J_{max}^N \end{aligned} \quad (54)$$

Pak zůstává zachována i váhy těchto striktních kriteriálních funkcí v původní podobě, což je v souladu s postupem STEM, potažmo nesouladu s doprovodnou standardizací KSU-STEM. Zaprvé, k jednotkové součtové úpravě vah by přirozeně muselo dojít v kombinaci s fuzzy kriteriálními funkcemi s neakceptovatelnými hodnotami. Zadruhé, na rozdíl od algoritmů zmiňovaných metod jsou uvažovány nenulové váhy i striktních, potažmo fuzzy kriteriálních funkcí s možným zhoršením jejich hodnoty, aby byla reflektována vůle k této úpravě mimo vytyčené základní toleranční pásmo (více viz níže).

Mimochodem, úprava vah nemá vliv na relativní vztahy. Přirozeně se však modifikují absolutní difference mezi nimi. Není překvapením, jak nakonec dokládá empirická studie s podílovými fondy Conseq⁵⁹, úprava vah může mít nemalý vliv na podobu výsledku. Navíc přepočítávání vah je, i když malý, výpočetní krok navíc. V rámci navrženého algoritmu, v duchu výše zmíněného, úpravu vah vidím jako bezpředmětnou, až škodlivou.

U striktních účelových **funkcí s akceptovatelným zhoršením** jejich hodnot musí v první řadě uživatel o míře tohoto pohoršení rozhodnout. Tento proces však nemusí být vůbec jednoduchý, zejména pro méně zkušeného uživatele (např. investora). Významným vodítkem při formování preference může být povědomost o bazální a ideální hodnotě příslušné charakteristiky, které za původních podmínek vytyčují interval jejího pohybu. Přesto rozhodovatel nemusí být schopen striktně vyčíslit, jaké zhoršení by bylo akceptovatelné. Nakonec takové vyjádření mnohdy podat ani nechce, a to nejen z důvodu nedostatečné erudice, ale také z důvodu emocionálních pohnutek, intuice, potažmo zanechání určité přirozené rezervy. Taková vágní

⁵⁹ Nepublikovaná případová studie zaměřující se, mimo jiné, na analýzu dopadu rekalkulace vah na výsledné složení investičního portfolia. Studie byla vypracována pro edukativní účely v rámci mnou garantovaného kurzu *Optimalizace ve financích*.

preference může být vyjádřena prostřednictvím následující fuzzy relace, respektive omezení

$$\begin{aligned} f_j(\mathbf{x}) &\lesssim f_j(\mathbf{x}^1) + \Delta f_j(\mathbf{x}^1) & j \in J_{min}^Z \\ f_j(\mathbf{x}) &\gtrsim f_j(\mathbf{x}^1) - \Delta f_j(\mathbf{x}^1) & j \in J_{max}^Z \end{aligned} \quad (55)$$

kde $\Delta f_j(\mathbf{x}^1)$, $j \in J_{min}^Z \cup J_{max}^Z$ zastupuje hodnotu, o kterou se může přibližně zhoršit hodnota j -té vybrané minimalizační, respektive maximalizační kritériální funkce se striktními parametry. Myslím, že zejména osoba již mající nějakou zkušenost s investováním si dokáže představit, jak takové vyjadřování preferencí může vypadat: „Chtěl bych zvýšit očekávaný výnos. Tak zkusme zvednout rizikovost investice. Já nevím, dejme tomu o 0,2 p. b.⁶⁰, nebo 0,3 p. b. Nemohu se rozhodnout...” Ano, takto opravdu nějak může probíhat komunikace mezi investorem a analytikem, investičním poradcem/specialistou, respektive mírně neurovnané myšlenkové pochody investiční revize. Ke kvantitativnímu vyjádření této neurčitosti, vágnosti, poslouží zavedení určité tolerance změny $\Delta' f_j(\mathbf{x}^1)$, $j \in J_{min}^Z \cup J_{max}^Z$, která je vyjádřena buď samotným rozhodovatelem (investorem), nebo analytikem, či investičním specialistou na základě nejistých vyjádření investora. Maximální možné zhoršení hodnoty j -té kritériální funkce se striktními parametry pak vytyčují následující striktní podmínky

$$\begin{aligned} f_j(\mathbf{x}) &\leq f_j(\mathbf{x}^1) + \Delta f_j(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j(\mathbf{x}^1) & j \in J_{min}^Z \\ f_j(\mathbf{x}) &\geq f_j(\mathbf{x}^1) - \Delta f_j(\mathbf{x}^1) - \Delta' f_j(\mathbf{x}^1) & j \in J_{max}^Z \end{aligned} \quad (56)$$

resp. pro účely konstrukce příslušných fuzzy čísel níže v podobě

$$\begin{aligned} f_j(\mathbf{x}) - f_j(\mathbf{x}^1) &\leq \Delta f_j(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j(\mathbf{x}^1) & j \in J_{min}^Z \\ f_j(\mathbf{x}^1) - f_j(\mathbf{x}) &\leq \Delta f_j(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j(\mathbf{x}^1) & j \in J_{max}^Z \end{aligned} \quad (57)$$

Striktní omezení (56), resp. (57) slouží jen jako vodítko k vyjádření kvantitativní neurčitosti preference prostřednictvím konceptu fuzzy množin. Jejich explicitním zahrnutím do modelu by byla tato neurčitost, přibližnost ztracena. V duchu konceptu fuzzy rozhodnutí Bellmanova přístupu, vizte (19)-(21) a **Obrázek 7**, je fuzzy relace (omezení) integrována do modelu prostřednictvím jednostranného

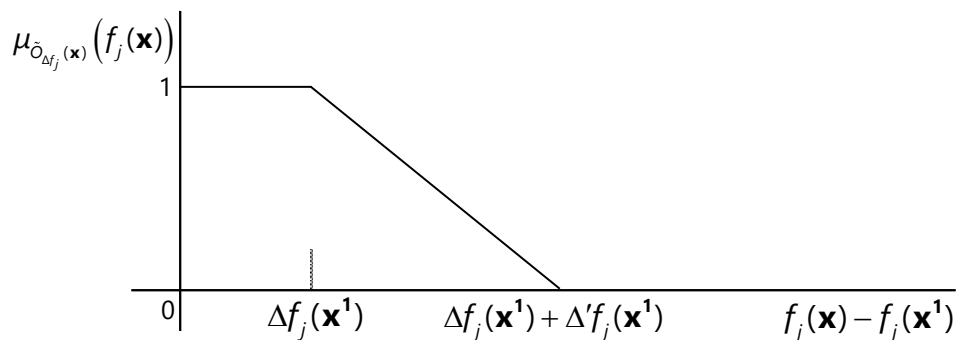
⁶⁰ p. b. $\approx$ procentní bod

trojúhelníkového fuzzy čísla, které reflektuje přirozenou linearitu v lidské nerozhodnosti.

Pro striktní minimalizační kriteriální funkci je konstruováno jednostranné trojúhelníkové fuzzy číslo $\tilde{O}_{\Delta f_j(\mathbf{x})}$, $j \in J_{min}^Z$, s následující funkcí příslušnosti⁶¹

$$\mu_{\tilde{O}_{\Delta f_j(\mathbf{x})}}(f_j(\mathbf{x})) = \begin{cases} 1 & f_j(\mathbf{x}) - f_j(\mathbf{x}^1) \leq \Delta f_j(\mathbf{x}^1) \\ \frac{\Delta f_j(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j(\mathbf{x}^1) - [f_j(\mathbf{x}) - f_j(\mathbf{x}^1)]}{\Delta' f_j(\mathbf{x}^1)} & \Delta f_j(\mathbf{x}^1) \leq f_j(\mathbf{x}) - f_j(\mathbf{x}^1) \leq \Delta f_j(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j(\mathbf{x}^1) \\ 0 & f_j(\mathbf{x}) - f_j(\mathbf{x}^1) \geq \Delta f_j(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j(\mathbf{x}^1) \end{cases} \quad (58)$$

Vágní preference lze také zobrazit graficky (Obrázek 13)⁶².



Obrázek 13 Vágní preference – striktní minimalizační kriteriální funkce (vlastní zpracování)

Integraci vágní preference do modelu pak logicky zajistí následující omezení

$$(1 - v_j) \frac{\Delta f_j(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j(\mathbf{x}^1) - [f_j(\mathbf{x}) - f_j(\mathbf{x}^1)]}{\Delta' f_j(\mathbf{x}^1)} \geq \alpha \quad j \in J_{min}^Z. \quad (59)$$

Reflektuje tak možné zvýšení hodnoty striktní minimalizační kriteriální funkce o stanovenou hodnotu $\Delta f_j(\mathbf{x}^1)$ s rezervní možností dalšího vzestupu o $\Delta' f_j(\mathbf{x}^1)$.

⁶¹ Oproti předchozím zápisům funkcí příslušnosti je funkce značena pomocí „f“, nikoliv skalárním součinem. Děje se tak z důvodu větší přehlednosti, potažmo názornosti zápisu, což se projeví zejména v případě kriteriálních funkcí s fuzzy koeficienty.

⁶² Toleranční pásmo je patrně určeno z pohledu reality disproporčně. Velký rozdíl mezi kritickými hodnotami je však volen z důvodu větší přehlednosti.

Odchýlení od $\Delta f_j(\mathbf{x}^1)$ však nese rozhodovatel s určitou mírou nelibosti, která se s přiblížením k toleranční hodnotě $\Delta'f_j(\mathbf{x}^1)$ stupňuje.

Nyní tedy již není primární snahou o minimalizaci hodnoty funkce v rámci vytyčeného intervalu mezi bazální a ideální úrovní. S hodnotou je rozhodovatel spokojen. Naopak dovoluje její zhoršení. Pak následující původní podmínka reflektující fuzzy cíl bude z modelu odstraněna

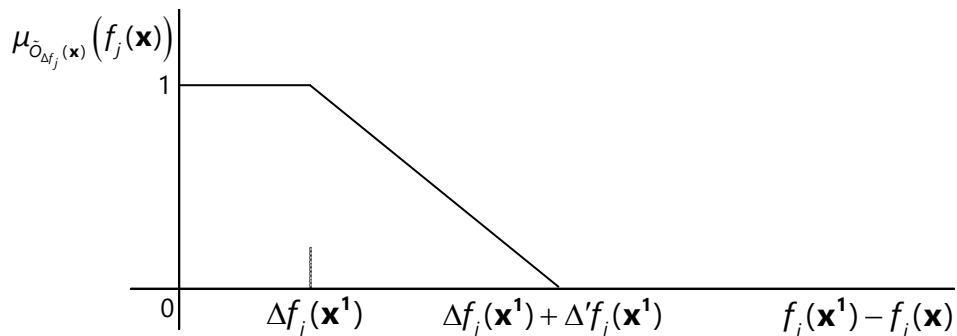
$$(1-v_j) \frac{f_j^B - \mathbf{c}_j^T \mathbf{x}}{f_j^B - f_j^I} \geq \alpha \quad j \in J_{min}^Z. \quad (60)$$

Zanecháním omezení (60) by prakticky docházelo k dublování podmínek pro hodnotu kriteriální funkce. Respektive by docházelo k nesourodemu zdvojení pravidel preference jejího nabytí. Je tak třeba neaktuální kvantifikační předpis (60) vyměnit za (59). Nutno připomenout, že v (59) jsou integrovány, oproti STEM či KSU-STEM, i nenulové váhy, jak bylo vysvětleno dříve. Je to právě zejména z důvodu možnosti vyjádřit důležitost, s jakou je reflektována nelibost odchýlení změny $\Delta f_j(\mathbf{x}^1)$ k toleranční úrovni $\Delta'f_j(\mathbf{x}^1)$.

Pro striktní maximalizační funkci s možným zhoršením její hodnoty je konstruováno také pravostranné trojúhelníkové fuzzy číslo $\tilde{O}_{\Delta f_j(\mathbf{x})}, j \in J_{max}^Z$, s následující funkcí příslušnosti

$$\mu_{\tilde{O}_{\Delta f_j(\mathbf{x})}}(f_j(\mathbf{x})) = \begin{cases} 1 & f_j(\mathbf{x}^1) - f_j(\mathbf{x}) \leq \Delta f_j(\mathbf{x}^1) \\ \frac{\Delta f_j(\mathbf{x}^1) + \Delta'f_j(\mathbf{x}^1) - [f_j(\mathbf{x}^1) - f_j(\mathbf{x})]}{\Delta'f_j(\mathbf{x}^1)} & \Delta f_j(\mathbf{x}^1) \leq f_j(\mathbf{x}^1) - f_j(\mathbf{x}) \leq \Delta f_j(\mathbf{x}^1) + \Delta'f_j(\mathbf{x}^1) \\ 0 & f_j(\mathbf{x}^1) - f_j(\mathbf{x}) \geq \Delta f_j(\mathbf{x}^1) + \Delta'f_j(\mathbf{x}^1) \end{cases} \quad (61)$$

Grafické znázornění bude obdobné jako v případě minimalizační funkce s rozdílnými diferencemi na vodorovné ose (Obrázek 14).



Obrázek 14 Vágní preference – striktní maximalizační kriteriální funkce (vlastní zpracování)

Následně je do modelu přidáno omezení

$$(1-v_j) \frac{\Delta f_j(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j(\mathbf{x}^1) - [f_j(\mathbf{x}^1) - f_j(\mathbf{x})]}{\Delta' f_j(\mathbf{x}^1)} \geq \alpha \quad j \in J_{max}^Z, \quad (62)$$

kteřé opět reflektuje možné zhoršení, tedy určité snížení hodnoty striktní maximalizační kriteriální funkce s tolerancí. Jednostranné trojúhelníkové fuzzy číslo opět vyjadřuje lineární vztah míry nevole vůči přibližování k toleranční úrovni $\Delta' f_j(\mathbf{x}^1)$ s přihlédnutím k důležitosti kritéria vnímané rozhodovatelem.

Nyní není již primárně snaha upřena na co nejlepší relativní pozici mezi bazální a ideální variantou. Stávající hodnota je nejen akceptovatelná, ale dokonce snese určitou negativní úpravu. V duchu tohoto projevu je třeba následující původní podmínku, stejně jako v případě minimalizační kriteriální funkce, eliminovat

$$(1-v_j) \frac{\mathbf{c}_j^T \mathbf{x} - f_j^B}{f_j^I - f_j^B} \geq \alpha \quad j \in J_{max}^Z. \quad (63)$$

Kriteriální funkce s fuzzy koeficienty

Předně je třeba konstatovat, že valná většina procesů je obdobou případu se striktními kriteriálními funkcemi. Interaktivní proces s kriteriálními funkcemi s fuzzy koeficienty opět započne definováním množin jejich indexů, které vychází z vyjádřených preferencí rozhodovatele o jejich hodnotách. Máme tak množiny indexů fuzzy minimalizačních, resp. maximalizačních kriteriálních funkcí s akceptovatelnou hodnotou $\tilde{J}_{min}^A$, resp. $\tilde{J}_{max}^A$, s neakceptovatelnou hodnotou $\tilde{J}_{min}^N$, resp. $\tilde{J}_{max}^N$, a hodnotou s jejím možným zhoršením $\tilde{J}_{min}^Z$, resp. $\tilde{J}_{max}^Z$.

Nejprve se zastavme u fuzzy **kriteriálních funkcí**, jejichž **hodnota** (defuzzifikovaná dle (49)) **je akceptovatelná**. Pro zachování alespoň stávající hodnoty musí být do modelu přidána následující omezení

$$\begin{aligned} \tilde{f}_j(\mathbf{x}) &\leq \tilde{f}_j(\mathbf{x}^1) & j &\in \tilde{J}_{min}^A \\ \tilde{f}_j(\mathbf{x}) &\geq \tilde{f}_j(\mathbf{x}^1) & j &\in \tilde{J}_{max}^A \end{aligned} \quad (64)$$

kde $\tilde{f}_j(\mathbf{x}) = (f_j^d(\mathbf{x}), f_j^s(\mathbf{x}), f_j^h(\mathbf{x}))$ a $\tilde{f}_j(\mathbf{x}^1) = (f_j^d(\mathbf{x}^1), f_j^s(\mathbf{x}^1), f_j^h(\mathbf{x}^1))$, $j \in \tilde{J}_{min}^A \cup \tilde{J}_{max}^A$. Na levé i pravé straně omezení jsou tak přítomna trojúhelníková fuzzy čísla. Jak praví kapitola 6.1.1, existuje řada porovnávacích technik trojúhelníkových fuzzy čísel, zejména založených na výpočtu různých defuzzifikačních koeficientů (za všechny např. Lavanya, 2017), které však prakticky nelze integrovat do matematických vztahů modelových struktur. Je tedy třeba se vydat jinou cestou, a to, navrhuji, kterou šli nejen pánové Wang a Liang (2005). Porovnání je zprostředkováno prostřednictvím soustavy třech striktních nerovnic. Pro příklad mějme dvě trojúhelníková fuzzy čísla $\tilde{F}_1 = (a_1, b_1, c_1)$ a $\tilde{F}_2 = (a_2, b_2, c_2)$. Pak platí

$$\begin{aligned} a_1 \geq a_2 \wedge b_1 \geq b_2 \wedge c_1 \geq c_2 &\Leftrightarrow \tilde{F}_1 \geq \tilde{F}_2 \\ a_1 \leq a_2 \wedge b_1 \leq b_2 \wedge c_1 \leq c_2 &\Leftrightarrow \tilde{F}_1 \leq \tilde{F}_2 \end{aligned} \quad (65)$$

Lze namítnout, že je tento přístup možná až příliš striktní, některé případy diskriminující. Na druhé straně naprosto jednoznačně vymezuje vztah dvou fuzzy čísel, což je zejména v matematickém modelu pro všechny další přidružené procesy velice cenné. Navržená fuzzy metoda se tak stane dalším konceptem, který tento koncept algoritmicky využije.

Do modelu se přidávají následující omezení

$$\begin{aligned} f_j^d(\mathbf{x}) \leq f_j^d(\mathbf{x}^1) & \quad f_j^s(\mathbf{x}) \leq f_j^s(\mathbf{x}^1) & \quad f_j^h(\mathbf{x}) \leq f_j^h(\mathbf{x}^1) & \quad j \in \tilde{J}_{min}^A \\ f_j^d(\mathbf{x}) \geq f_j^d(\mathbf{x}^1) & \quad f_j^s(\mathbf{x}) \geq f_j^s(\mathbf{x}^1) & \quad f_j^h(\mathbf{x}) \geq f_j^h(\mathbf{x}^1) & \quad j \in \tilde{J}_{max}^A \end{aligned} \quad (66)$$

Jelikož jsou v těchto kriteriálních funkcích naplněny hodnotové preference rozhodovatele, což je nakonec vztahy (66) provedeno, původní podmínky vytyčující fuzzy cíle těchto funkcí pozbývají smyslu. Tedy, následující podmínky jsou z modelu (47) eliminovány

$$\begin{aligned} (1-v_j) \frac{f_j^{dB} - \mathbf{c}_j^T \mathbf{x}}{f_j^{dB} - f_j^{dL}} \geq \alpha & \quad (1-v_j) \frac{f_j^{sB} - \mathbf{c}_j^T \mathbf{x}}{f_j^{sB} - f_j^{sL}} \geq \alpha & \quad (1-v_j) \frac{f_j^{hB} - \mathbf{c}_j^T \mathbf{x}}{f_j^{hB} - f_j^{hL}} \geq \alpha & \quad j \in \tilde{J}_{min}^A \\ (1-v_j) \frac{\mathbf{c}_j^T \mathbf{x} - f_j^{dB}}{f_j^{dL} - f_j^{dB}} \geq \alpha & \quad (1-v_j) \frac{\mathbf{c}_j^T \mathbf{x} - f_j^{sB}}{f_j^{sL} - f_j^{sB}} \geq \alpha & \quad (1-v_j) \frac{\mathbf{c}_j^T \mathbf{x} - f_j^{hB}}{f_j^{hL} - f_j^{hB}} \geq \alpha & \quad j \in \tilde{J}_{max}^A \end{aligned} \quad (67)$$

Stejně jako v případě kriteriálních funkcí se striktními koeficienty, váha těchto kriteriálních funkcí s fuzzy koeficienty je prakticky vynulována. Posun hodnoty ve směru jejich ideální úrovně není dále vyžadován. Na druhou stranu důležitost těchto kriteriálních funkcí je přítomna implicitně, a to skrz hodnotu $\tilde{f}_j(\mathbf{x}^1)$, $j \in \tilde{J}_{min}^A \cup \tilde{J}_{max}^A$, akceptovanou prostřednictvím (49).

Dále musí revidovaný model zajistit **zlepšení hodnot vybraných fuzzy kriteriálních funkcí**. Za tímto účelem jsou přidány podmínky

$$\begin{array}{ll} \tilde{f}_j(\mathbf{x}) < \tilde{f}_j(\mathbf{x}^1) & j \in \tilde{J}_{min}^N, \text{ resp. } \tilde{f}_j(\mathbf{x}) \leq \tilde{f}_j(\mathbf{x}^1) - 10^{-8} & j \in \tilde{J}_{min}^N \\ \tilde{f}_j(\mathbf{x}) > \tilde{f}_j(\mathbf{x}^1) & j \in \tilde{J}_{max}^N, \text{ resp. } \tilde{f}_j(\mathbf{x}) \geq \tilde{f}_j(\mathbf{x}^1) + 10^{-8} & j \in \tilde{J}_{max}^N \end{array} \quad (68)$$

kde 10^{-8} je „speciálním“ případem fuzzy čísla o velikosti $(10^{-8}, 10^{-8}, 10^{-8})$. Obecně není třeba udržovat nějaké proporční vztahy mezi parametry a počátkem souřadnicového systému, potažmo mezi sebou. A tak, i s ohledem na techniku komparace fuzzy čísel (65), není důvod nesáhnout po standardním, jednoznačném redukčním čísle. Pak jsou přidány další podmínky

$$\begin{array}{llll} f_j^d(\mathbf{x}) \leq f_j^d(\mathbf{x}^1) - 10^{-8} & f_j^s(\mathbf{x}) \leq f_j^s(\mathbf{x}^1) - 10^{-8} & f_j^h(\mathbf{x}) \leq f_j^h(\mathbf{x}^1) - 10^{-8} & j \in \tilde{J}_{min}^N \\ f_j^d(\mathbf{x}) \geq f_j^d(\mathbf{x}^1) + 10^{-8} & f_j^s(\mathbf{x}) \geq f_j^s(\mathbf{x}^1) + 10^{-8} & f_j^h(\mathbf{x}) \geq f_j^h(\mathbf{x}^1) + 10^{-8} & j \in \tilde{J}_{max}^N \end{array} \quad (69)$$

Vyjádření důležitosti vylepšení hodnot těchto vybraných funkcí je opět zachována prostřednictvím vah integrovaných do podmínek opisujících fuzzy cíle těchto kriteriálních funkcí.

Zbývá zahrnutí preferencí reflektujících **možné zhoršení hodnot vybraných kriteriálních funkcí** s fuzzy koeficienty. Rozhodovatel na základě defuzzifikované hodnoty (49) opět zadává přibližnou hodnotu, o kterou by se hodnota vybrané funkce mohla zhoršit. Vágnost preference, stejně jako v případě striktních kriteriálních funkcí, je podmíněna přílišnou neznalostí procesu, případně záměrem vytvoření určité toleranční rezervy. Matematicky může být preference vyjádřena následovně

$$\begin{array}{ll} \tilde{f}_j(\mathbf{x}) \leq \tilde{f}_j(\mathbf{x}^1) + \Delta \tilde{f}_j(\mathbf{x}^1) & j \in \tilde{J}_{min}^Z \\ \tilde{f}_j(\mathbf{x}) \geq \tilde{f}_j(\mathbf{x}^1) - \Delta \tilde{f}_j(\mathbf{x}^1) & j \in \tilde{J}_{max}^Z \end{array} \quad (70)$$

kde $\Delta \tilde{f}_j(\mathbf{x}^1) = (\Delta f_j^d(\mathbf{x}^1), \Delta f_j^s(\mathbf{x}^1), \Delta f_j^h(\mathbf{x}^1))$, $j \in \tilde{J}_{min}^Z \cup \tilde{J}_{max}^Z$, vyjadřuje přibližnou hodnotovou změnu j -té fuzzy kriteriální funkce prostřednictvím trojúhelníkového fuzzy čísla s parametry $\Delta f_j^d(\mathbf{x}^1)$, $\Delta f_j^s(\mathbf{x}^1)$, $\Delta f_j^h(\mathbf{x}^1)$ postupně udávající možnou striktní změnu parametrů fuzzy čísla j -tou funkcí vyjadřující.

Avšak, jak tyto „změnové“ parametry určit? Rozhodovatel totiž reaguje na pro něj srozumitelnější hodnotu charakteristiky dle (49), tedy podává možnou změnu ve

formě přesného čísla $\Delta f_j^{def}(\mathbf{x}^1)$. Avšak v omezení (70) je přirozeně změna vyjádřena trojúhelníkovým fuzzy číslem. Nyní je tedy, možná zdánlivě jednoduchým úkolem, převést preferenci vyjádřenou striktní hodnotou $\Delta f_j^{def}(\mathbf{x}^1)$ do vágní podoby $\Delta \tilde{f}_j(\mathbf{x}^1)$.

Prvotní úvaha jistě povede na ztotožnění všech třech parametrů na úrovni $\Delta f_j^{def}(\mathbf{x}^1)$.

Pak by tedy platilo $\Delta \tilde{f}_j(\mathbf{x}^1) = (\Delta f_j^{def}(\mathbf{x}^1), \Delta f_j^{def}(\mathbf{x}^1), \Delta f_j^{def}(\mathbf{x}^1))$. Tato úvaha je však lichá,

protože pokrývá relativní vztahy mezi parametry fuzzy čísel. Demonstrujme si na jednoduchém příkladu. Mějme výnos investice daný trojúhelníkovým fuzzy číslem $\tilde{p} = (3, 5, 13)\%$. Jeho defuzzifikovaná hodnota dle (49) je $\tilde{p}^{def} = \frac{3+4 \times 5+13}{6} = 6$ ⁶³. Investor

za účelem vylepšení jiných charakteristik investice akceptuje snížení výnosu o 1 p. b. Možná změna by pak byla vyjádřena dle výše zmíněné prvotní úvahy jako $\Delta \tilde{p} = (1, 1, 1)$.

Pokud by došlo k redukci výnosu o tuto hodnotu, pak by nová hodnota výnosu byla $\tilde{p}_{rev} = (3, 5, 13) - (1, 1, 1) = (2, 4, 12)$. Její defuzzifikovaná hodnota pak je

$\tilde{p}_{rev}^{def} = \frac{2+4 \times 4+12}{6} = 5$, což je v souladu s výše vyjádřenou preferencí. Pojdme se však

podívat na relativní vztahy mezi parametry původního $\tilde{p} = (3, 5, 13)$ a revidovaného výnosu $\tilde{p}_{rev} = (2, 4, 12)$. Platí $\frac{3}{2} = 1,5$, $\frac{5}{4} = 1,25$, $\frac{13}{12} = 1,08\bar{3}$. Dle očekávání jsou rozdílné,

s hodnotově se snižující tendencí. Jeden původní parametr je o 50 % větší, zatímco

jiný jen o 8,3 %. Tato disproporce však není žádoucí. Fuzzy vyjádření pak adekvátně

nereflektuje rovnoměrnost vyjádřené preference. Při úpravě fuzzy hodnoty se tak

musí brát v potaz poměr mezi akceptovatelnou změnou a aktuální hodnotou. Pak

by vektor změn vypadal takto $\Delta \tilde{p} = (\frac{1}{6} \times 3, \frac{1}{6} \times 5, \frac{1}{6} \times 13) = (0,5; 0,8\bar{3}; 2,1\bar{6})$. Revidovaná

hodnota výnosu by pak byla $\tilde{p}_{rev} = (3; 5; 13) - (0,5; 0,8\bar{3}; 2,1\bar{6}) = (2,5; 4,1\bar{6}; 10,8\bar{3})$. Pro

relativní vztahy mezi parametry $\tilde{p}$ a $\tilde{p}_{rev}$ pak platí $\frac{3}{2,5} = \frac{5}{4,1\bar{6}} = \frac{13}{10,8\bar{3}} = 1,2$. Výsledná

hodnota je nejen dle očekávání stejná, ale také na předpokládané, respektive

správné, úrovni, která byla předurčena poměrem mezi původní defuzzifikovanou

$\tilde{p}^{def} = 6$ a revidovanou hodnotou výnosu $\tilde{p}_{rev}^{def} = 5$. Netřeba snad ani dodávat, že

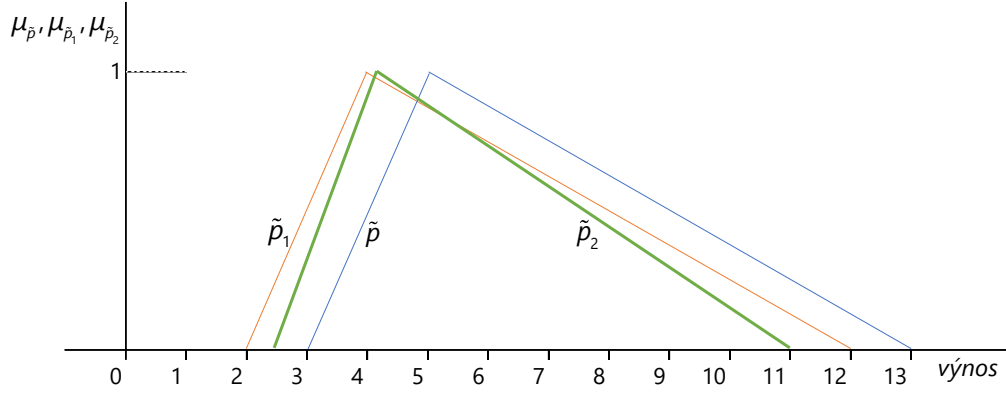
modifikovaný koncept přináší defuzzifikovanou hodnotu také na této úrovni, tedy

$\tilde{p}_{rev}^{def} = \frac{2,5+4 \times 4,1\bar{6}+10,8\bar{3}}{6} = 5$. Příklad demonstrující směr metodiky úpravy fuzzy hodnot je

pro názornost zakončen ilustrací (Obrázek 15) ukazující původní výnos $\tilde{p} = (3, 5, 13)$,

⁶³ U dalších výnosových hodnot nebudou pro zjednodušení zápisů uváděny jednotky (%).

jeho prvotní, zavádějící revizi $\tilde{p}_1 = (2, 4, 12)$, a koncepčně správný $\tilde{p}_2 = (2, 5; 4, 16; 10, 83)$.



Obrázek 15 Revize fuzzy výnosu (vlastní zpracování)

Nyní je třeba již jen navržený postup revize hodnoty kritériální funkce s fuzzy koeficienty formalizovat. Pak bude platit

$$\begin{aligned} \Delta \tilde{f}_j(\mathbf{x}^1) &= \left(\frac{\Delta f_j^{def}(\mathbf{x}^1)}{f_j^{def}(\mathbf{x}^1)} f_j^d(\mathbf{x}^1), \frac{\Delta f_j^{def}(\mathbf{x}^1)}{f_j^{def}(\mathbf{x}^1)} f_j^s(\mathbf{x}^1), \frac{\Delta f_j^{def}(\mathbf{x}^1)}{f_j^{def}(\mathbf{x}^1)} f_j^h(\mathbf{x}^1) \right) = \quad j \in \tilde{J}_{min}^Z \cup \tilde{J}_{max}^Z. \quad (71) \\ &= (\Delta f_j^d(\mathbf{x}^1), \Delta f_j^s(\mathbf{x}^1), \Delta f_j^h(\mathbf{x}^1)) \end{aligned}$$

Nelze však ještě opomenout, stejně jako v případě striktních kritériálních funkcí, toleranční faktor, tentokrát však v podobě trojúhelníkového fuzzy čísla $\Delta' \tilde{f}_j(\mathbf{x}^1)$, který se určí pomocí stejného konceptu jako (71). Pak platí

$$\begin{aligned} \Delta' \tilde{f}_j(\mathbf{x}^1) &= \left(\frac{\Delta' f_j^{def}(\mathbf{x}^1)}{f_j^{def}(\mathbf{x}^1)} f_j^d(\mathbf{x}^1), \frac{\Delta' f_j^{def}(\mathbf{x}^1)}{f_j^{def}(\mathbf{x}^1)} f_j^s(\mathbf{x}^1), \frac{\Delta' f_j^{def}(\mathbf{x}^1)}{f_j^{def}(\mathbf{x}^1)} f_j^h(\mathbf{x}^1) \right) = \quad j \in \tilde{J}_{min}^Z \cup \tilde{J}_{max}^Z. \quad (72) \\ &= (\Delta' f_j^d(\mathbf{x}^1), \Delta' f_j^s(\mathbf{x}^1), \Delta' f_j^h(\mathbf{x}^1)) \end{aligned}$$

Tento proces však ještě nemůžeme uzavřít. Je totiž třeba zdůraznit, že kvůli relativním vztahům eliminujícím zmíněné hodnotové disproporce, vztahy (71) a (72) platí za předpokladu kladnosti nebo zápornosti všech třech parametrů fuzzy čísel, formálně tedy

$$f_j^d(\mathbf{x}^1), f_j^s(\mathbf{x}^1), f_j^h(\mathbf{x}^1) > 0 \vee f_j^d(\mathbf{x}^1), f_j^s(\mathbf{x}^1), f_j^h(\mathbf{x}^1) < 0 \quad j \in \tilde{J}_{min}^Z \cup \tilde{J}_{max}^Z. \quad (73)$$

V ostatních případech při použití (71), resp. (72) dochází ke zkreslení relativních vztahů, případně až k získání výsledků jdoucích proti zdravé lidské intuici.

Východiskem by tak mohla být přeměna nekladných koeficientů na kladné, což lze docílit připočtením adekvátní konstanty⁶⁴. Pro takové případy je navrženo pro změnu a její toleranci následující

$$\begin{aligned}\Delta \tilde{f}_j(\mathbf{x}^1) &= \left(\frac{\Delta f_j^{def}(\mathbf{x}^1)}{f_j^{def}(\mathbf{x}^1) + T} [f_j^d(\mathbf{x}^1) + T], \frac{\Delta f_j^{def}(\mathbf{x}^1)}{f_j^{def}(\mathbf{x}^1) + T} [f_j^s(\mathbf{x}^1) + T], \frac{\Delta f_j^{def}(\mathbf{x}^1)}{f_j^{def}(\mathbf{x}^1) + T} [f_j^h(\mathbf{x}^1) + T] \right) \\ \Delta' \tilde{f}_j(\mathbf{x}^1) &= \left(\frac{\Delta' f_j^{def}(\mathbf{x}^1)}{f_j^{def}(\mathbf{x}^1) + T} [f_j^d(\mathbf{x}^1) + T], \frac{\Delta' f_j^{def}(\mathbf{x}^1)}{f_j^{def}(\mathbf{x}^1) + T} [f_j^s(\mathbf{x}^1) + T], \frac{\Delta' f_j^{def}(\mathbf{x}^1)}{f_j^{def}(\mathbf{x}^1) + T} [f_j^h(\mathbf{x}^1) + T] \right),\end{aligned}\quad (74)$$

kde T je inkriminovaná konstanta. Je třeba zmínit, že tento postup je lehce aproximativní k zachování relativních vztahů mezi parametry. Na druhou stranu je to úkol nelehký, a „tak trochu“ neřešitelný, protože původní záporné úrovně parametrů tento vztah značně znesnadňují vyjádřit, což se pak odráží i na vztahu mezi původně kladnými parametry. I proto je konstanta T volena na co nejnížší úrovni, aby bylo docíleno kladnosti všech parametrů inkriminovaných fuzzy čísel.

Za speciální případ je možné považovat situaci hodnoty fuzzy kriteriální funkce s parametry $f_j^d(\mathbf{x}^1) = -f_j^h(\mathbf{x}^1)$ a $f_j^s(\mathbf{x}^1) = 0$. V takovém případě je nesmyslné sledovat „neviditelný“ relativní vztah vůči nule. Hodnotová antagonie krajních parametrů pak umožňuje kvantifikovat změnu jednoduše takto

$$\Delta \tilde{f}_j(\mathbf{x}^1) = (\Delta f_j^{def}(\mathbf{x}^1), \Delta f_j^{def}(\mathbf{x}^1), \Delta f_j^{def}(\mathbf{x}^1)) = (\Delta f_j^d(\mathbf{x}^1), \Delta f_j^s(\mathbf{x}^1), \Delta f_j^h(\mathbf{x}^1)). \quad (75)$$

Všechny tři parametry jsou tentokrát skutečně stejné, ač v předchozím ilustrativním příkladu jsme tento přístup vyloučili. Speciální případ však tento koncept při zachování relativních vztahů mezi krajními parametry fuzzy čísel popisujících stávající a revidovanou úroveň příslušné charakteristiky umožňuje efektivně využít. Nutno podotknout, že se skutečně jedná o extrémní situaci, která se i v investiční praxi jen těžko naskytne.

Vztahy (71), (72), (74) a (75) tak pokrývají všechny případy akceptovatelného hodnotového zhoršení vybraných kriteriálních funkcí s fuzzy koeficienty.

⁶⁴ Obdobně by bylo možné postupovat přeměnou nezáporných hodnot parametrů na záporné prostřednictvím vhodně zvolené konstanty.

Můžeme tak vyjádřit maximální možné zhoršení fuzzy kriteriálních funkcí následovně

$$\begin{aligned} \tilde{f}_j(\mathbf{x}) &\leq \tilde{f}_j(\mathbf{x}^1) + \Delta \tilde{f}_j(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j(\mathbf{x}^1) & j \in \tilde{J}_{min}^Z \\ \tilde{f}_j(\mathbf{x}) &\geq \tilde{f}_j(\mathbf{x}^1) - \Delta \tilde{f}_j(\mathbf{x}^1) - \Delta' f_j(\mathbf{x}^1) & j \in \tilde{J}_{max}^Z \end{aligned} \quad (76)$$

respektive

$$\begin{aligned} \tilde{f}_j(\mathbf{x}) - \tilde{f}_j(\mathbf{x}^1) &\leq \Delta \tilde{f}_j(\mathbf{x}^1) + \Delta' \tilde{f}_j(\mathbf{x}^1) & j \in \tilde{J}_{min}^Z \\ \tilde{f}_j(\mathbf{x}^1) - \tilde{f}_j(\mathbf{x}) &\leq \Delta \tilde{f}_j(\mathbf{x}^1) + \Delta' \tilde{f}_j(\mathbf{x}^1) & j \in \tilde{J}_{max}^Z \end{aligned} \quad (77)$$

Prostřednictvím již použité techniky k porovnání trojúhelníkových fuzzy čísel (65) jsou konstruována doprovodná následující omezení

$$\begin{aligned} f_j^d(\mathbf{x}) - f_j^d(\mathbf{x}^1) &\leq \Delta f_j^d(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j^d(\mathbf{x}^1) & j \in \tilde{J}_{min}^Z \\ f_j^s(\mathbf{x}) - f_j^s(\mathbf{x}^1) &\leq \Delta f_j^s(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j^s(\mathbf{x}^1) & j \in \tilde{J}_{min}^Z \\ f_j^h(\mathbf{x}) - f_j^h(\mathbf{x}^1) &\leq \Delta f_j^h(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j^h(\mathbf{x}^1) & j \in \tilde{J}_{min}^Z \\ f_j^d(\mathbf{x}^1) - f_j^d(\mathbf{x}) &\leq \Delta f_j^d(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j^d(\mathbf{x}^1) & j \in \tilde{J}_{max}^Z \\ f_j^s(\mathbf{x}^1) - f_j^s(\mathbf{x}) &\leq \Delta f_j^s(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j^s(\mathbf{x}^1) & j \in \tilde{J}_{max}^Z \\ f_j^h(\mathbf{x}^1) - f_j^h(\mathbf{x}) &\leq \Delta f_j^h(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j^h(\mathbf{x}^1) & j \in \tilde{J}_{max}^Z \end{aligned} \quad (78)$$

Za účelem zanechání vyjádření přibližné preference samozřejmě tato omezení nebudou zahrnuta v původní podobě do modelu. Pravostranné trojúhelníkové fuzzy číslo opět poslouží k vyjádření této preference. Po vzoru případu striktní kriteriální funkce (58), resp. (62), definujeme, tentokrát však, tři fuzzy čísla $\tilde{O}_{\Delta f_j^d(\mathbf{x})}, \tilde{O}_{\Delta f_j^s(\mathbf{x})}, \tilde{O}_{\Delta f_j^h(\mathbf{x})}, j \in \tilde{J}_{min}^Z \cup \tilde{J}_{max}^Z$ s následujícími funkcemi příslušnosti pro minimalizační⁶⁵

⁶⁵ Grafická zobrazení jsou obdobná jako v případě striktních kriteriálních funkcí, viz [Obrázek 11](#) a [Obrázek 12](#).

$$\begin{aligned}
\mu_{\tilde{O}_{\Delta f_j^d(\mathbf{x})}}(f_j^d(\mathbf{x})) &= \begin{cases} 1 & f_j^d(\mathbf{x}) - f_j^d(\mathbf{x}^1) \leq \Delta f_j^d(\mathbf{x}^1) \\ \frac{\Delta f_j^d(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j^d(\mathbf{x}^1) - [f_j^d(\mathbf{x}) - f_j^d(\mathbf{x}^1)]}{\Delta' f_j^d(\mathbf{x}^1)} & \Delta f_j^d(\mathbf{x}^1) \leq f_j^d(\mathbf{x}) - f_j^d(\mathbf{x}^1) \leq \Delta f_j^d(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j^d(\mathbf{x}^1) \\ 0 & f_j^d(\mathbf{x}) - f_j^d(\mathbf{x}^1) \geq \Delta f_j^d(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j^d(\mathbf{x}^1) \end{cases} \\
\mu_{\tilde{O}_{\Delta f_j^s(\mathbf{x})}}(f_j^s(\mathbf{x})) &= \begin{cases} 1 & f_j^s(\mathbf{x}) - f_j^s(\mathbf{x}^1) \leq \Delta f_j^s(\mathbf{x}^1) \\ \frac{\Delta f_j^s(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j^s(\mathbf{x}^1) - [f_j^s(\mathbf{x}) - f_j^s(\mathbf{x}^1)]}{\Delta' f_j^s(\mathbf{x}^1)} & \Delta f_j^s(\mathbf{x}^1) \leq f_j^s(\mathbf{x}) - f_j^s(\mathbf{x}^1) \leq \Delta f_j^s(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j^s(\mathbf{x}^1) \\ 0 & f_j^s(\mathbf{x}) - f_j^s(\mathbf{x}^1) \geq \Delta f_j^s(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j^s(\mathbf{x}^1) \end{cases} \quad , \quad (79) \\
\mu_{\tilde{O}_{\Delta f_j^h(\mathbf{x})}}(f_j^h(\mathbf{x})) &= \begin{cases} 1 & f_j^h(\mathbf{x}) - f_j^h(\mathbf{x}^1) \leq \Delta f_j^h(\mathbf{x}^1) \\ \frac{\Delta f_j^h(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j^h(\mathbf{x}^1) - [f_j^h(\mathbf{x}) - f_j^h(\mathbf{x}^1)]}{\Delta' f_j^h(\mathbf{x}^1)} & \Delta f_j^h(\mathbf{x}^1) \leq f_j^h(\mathbf{x}) - f_j^h(\mathbf{x}^1) \leq \Delta f_j^h(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j^h(\mathbf{x}^1) \\ 0 & f_j^h(\mathbf{x}) - f_j^h(\mathbf{x}^1) \geq \Delta f_j^h(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j^h(\mathbf{x}^1) \end{cases}
\end{aligned}$$

respektive maximalizační fuzzy kritériální funkci

$$\begin{aligned}
\mu_{\tilde{O}_{\Delta f_j^d(\mathbf{x})}}(f_j^d(\mathbf{x})) &= \begin{cases} 1 & f_j^d(\mathbf{x}^1) - f_j^d(\mathbf{x}) \leq \Delta f_j^d(\mathbf{x}^1) \\ \frac{\Delta f_j^d(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j^d(\mathbf{x}^1) - [f_j^d(\mathbf{x}^1) - f_j^d(\mathbf{x})]}{\Delta' f_j^d(\mathbf{x}^1)} & \Delta f_j^d(\mathbf{x}^1) \leq f_j^d(\mathbf{x}^1) - f_j^d(\mathbf{x}) \leq \Delta f_j^d(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j^d(\mathbf{x}^1) \\ 0 & f_j^d(\mathbf{x}^1) - f_j^d(\mathbf{x}) \geq \Delta f_j^d(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j^d(\mathbf{x}^1) \end{cases} \\
\mu_{\tilde{O}_{\Delta f_j^s(\mathbf{x})}}(f_j^s(\mathbf{x})) &= \begin{cases} 1 & f_j^s(\mathbf{x}^1) - f_j^s(\mathbf{x}) \leq \Delta f_j^s(\mathbf{x}^1) \\ \frac{\Delta f_j^s(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j^s(\mathbf{x}^1) - [f_j^s(\mathbf{x}^1) - f_j^s(\mathbf{x})]}{\Delta' f_j^s(\mathbf{x}^1)} & \Delta f_j^s(\mathbf{x}^1) \leq f_j^s(\mathbf{x}^1) - f_j^s(\mathbf{x}) \leq \Delta f_j^s(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j^s(\mathbf{x}^1) \\ 0 & f_j^s(\mathbf{x}^1) - f_j^s(\mathbf{x}) \geq \Delta f_j^s(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j^s(\mathbf{x}^1) \end{cases} \quad . \quad (80) \\
\mu_{\tilde{O}_{\Delta f_j^h(\mathbf{x})}}(f_j^h(\mathbf{x})) &= \begin{cases} 1 & f_j^h(\mathbf{x}^1) - f_j^h(\mathbf{x}) \leq \Delta f_j^h(\mathbf{x}^1) \\ \frac{\Delta f_j^h(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j^h(\mathbf{x}^1) - [f_j^h(\mathbf{x}^1) - f_j^h(\mathbf{x})]}{\Delta' f_j^h(\mathbf{x}^1)} & \Delta f_j^h(\mathbf{x}^1) \leq f_j^h(\mathbf{x}^1) - f_j^h(\mathbf{x}) \leq \Delta f_j^h(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j^h(\mathbf{x}^1) \\ 0 & f_j^h(\mathbf{x}^1) - f_j^h(\mathbf{x}) \geq \Delta f_j^h(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j^h(\mathbf{x}^1) \end{cases}
\end{aligned}$$

Možné zvýšení, respektive snížení hodnoty minimalizační, respektive maximalizační fuzzy kritériální funkce bude, v duchu striktního případu (59), respektive (62), integrováno do modelu dle následujících podmínek

$$\begin{aligned}
(1-v_j) \frac{\Delta f_j^d(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j^d(\mathbf{x}^1) - [f_j^d(\mathbf{x}) - f_j^d(\mathbf{x}^1)]}{\Delta' f_j^d(\mathbf{x}^1)} &\geq \alpha & j \in \tilde{J}_{min}^Z \\
(1-v_j) \frac{\Delta f_j^s(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j^s(\mathbf{x}^1) - [f_j^s(\mathbf{x}) - f_j^s(\mathbf{x}^1)]}{\Delta' f_j^s(\mathbf{x}^1)} &\geq \alpha & j \in \tilde{J}_{min}^Z, \\
(1-v_j) \frac{\Delta f_j^h(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j^h(\mathbf{x}^1) - [f_j^h(\mathbf{x}) - f_j^h(\mathbf{x}^1)]}{\Delta' f_j^h(\mathbf{x}^1)} &\geq \alpha & j \in \tilde{J}_{min}^Z
\end{aligned} \tag{81}$$

respektive

$$\begin{aligned}
(1-v_j) \frac{\Delta f_j^d(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j^d(\mathbf{x}^1) - [f_j^d(\mathbf{x}^1) - f_j^d(\mathbf{x})]}{\Delta' f_j^d(\mathbf{x}^1)} &\geq \alpha & j \in \tilde{J}_{max}^Z \\
(1-v_j) \frac{\Delta f_j^s(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j^s(\mathbf{x}^1) - [f_j^s(\mathbf{x}^1) - f_j^s(\mathbf{x})]}{\Delta' f_j^s(\mathbf{x}^1)} &\geq \alpha & j \in \tilde{J}_{max}^Z. \\
(1-v_j) \frac{\Delta f_j^h(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j^h(\mathbf{x}^1) - [f_j^h(\mathbf{x}^1) - f_j^h(\mathbf{x})]}{\Delta' f_j^h(\mathbf{x}^1)} &\geq \alpha & j \in \tilde{J}_{max}^Z
\end{aligned} \tag{82}$$

Opět je při revizi snahou o co nejmenší odchýlení od stanovené úrovně $\Delta \tilde{f}_j(\mathbf{x}^1) = (\Delta f_j^d(\mathbf{x}^1), \Delta f_j^s(\mathbf{x}^1), \Delta f_j^h(\mathbf{x}^1))$ v rámci tolerančního pásma vytyčeném $\Delta \tilde{f}_j(\mathbf{x}^1) = (\Delta' f_j^d(\mathbf{x}^1), \Delta' f_j^s(\mathbf{x}^1), \Delta' f_j^h(\mathbf{x}^1))$, a to navíc s individuální mírou důležitosti reflektovanou prostřednictvím zachovalého konceptu vah.

Dodatečné preference eliminují, jako v případě striktních funkcí, primární snahu o co možná nejlepší hodnotovou pozici v rámci intervalu vytyčeného bazální a ideální hodnotou. Aktuální hodnota nejen saturovala představu rozhodovatele, ale dokonce ji předčila, což se projevuje v akceptovatelném zhoršení její hodnoty. Z modelu (47) jsou tak, po vzoru striktních koeficientů (60) a (63), eliminovány následující původní podmínky

$$\begin{aligned}
(1-v_j) \frac{f_j^{dB} - \mathbf{c}_j^{\mathbf{d}\mathbf{T}} \mathbf{x}}{f_j^{dB} - f_j^{dl}} &\geq \alpha & (1-v_j) \frac{f_j^{sB} - \mathbf{c}_j^{\mathbf{s}\mathbf{T}} \mathbf{x}}{f_j^{sB} - f_j^{sl}} &\geq \alpha & (1-v_j) \frac{f_j^{hB} - \mathbf{c}_j^{\mathbf{h}\mathbf{T}} \mathbf{x}}{f_j^{hB} - f_j^{hl}} &\geq \alpha & i \in \tilde{J}_{min}^Z \\
(1-v_j) \frac{\mathbf{c}_j^{\mathbf{d}\mathbf{T}} \mathbf{x} - f_j^{dB}}{f_j^{dl} - f_j^{dB}} &\geq \alpha & (1-v_j) \frac{\mathbf{c}_j^{\mathbf{s}\mathbf{T}} \mathbf{x} - f_j^{sB}}{f_j^{sl} - f_j^{sB}} &\geq \alpha & (1-v_j) \frac{\mathbf{c}_j^{\mathbf{h}\mathbf{T}} \mathbf{x} - f_j^{hB}}{f_j^{hl} - f_j^{hB}} &\geq \alpha & i \in \tilde{J}_{max}^Z.
\end{aligned} \tag{83}$$

Další úpravy

Jsou výše zmíněné úpravy jediné možné? Určitě si dokážeme představit i razantněji se vyvíjející preference investora v průběhu procesu tvorby portfolia, a to nejen na

základě hodnot příslušných charakteristik, ale také samotných podílů aktiv. Přestože na počátku procesu nastavil nějaké limity na výši podílů, potažmo počet položek v portfoliu, například předkládané portfolio se mu může intuitivně zdát málo různorodé, nebo naopak příliš košaté, nesourodé. Ač na počátku vybral investiční instrumenty, potenciálně vhodné pro vytvoření portfolio, stále k nim může chovat odlišné sympatie, a to z pohledu skladby jejich investic, osoby portfolio manažera, bezprostředně aktuální situace na trhu apod. A co když předkládané portfolio zrovna obsahuje poměrně ve značném podílů takový „méně sympatický“ fond? Ač to může být technicky poměrně razantní krok, lze interaktivně vlastně měnit i samotnou množinu X^{66} , a to v duchu vyžadovaných úprav limitních podílů a dalších vlastností.

A nakonec ještě jedna důležitá záležitost, úzce s výše uvedeným související. Hodnota (váženého) stupně příslušnosti α modelu (47) může vycházet pro různou skladbu portfolio velice podobně. Ano, model (47) má patrně jedno unikátní optimální řešení. Ale není vyloučeno, že existuje skladba portfolio jiná, s odlišnými podíly či fondy, která má (vážený) stupeň příslušnosti jen nepatrně menší, například v řádech setin. Taková portfolio, nedominovaná řešení, může být, zejména v duchu možného výše zmíněného vývoje preferencí, inspirativní sledovat.

Nakonec, jak ještě shrne diskuse v kapitole 8.7 předkládaná řešení jsou inspirací, námětem k dalšímu přemýšlení o investici, tříbení preferencí investora. Výsledné rozhodnutí tak nemusí být kopií řešení předloženého, může být podrobena dodatečnému „mimooptimalizačnímu“ procesu. Algoritmické navození směru těchto úvah je však metodicky nezastupitelné.

Revidovaný model – cesta k dalšímu řešení

Původní model (47) tak je upraven do následující podoby

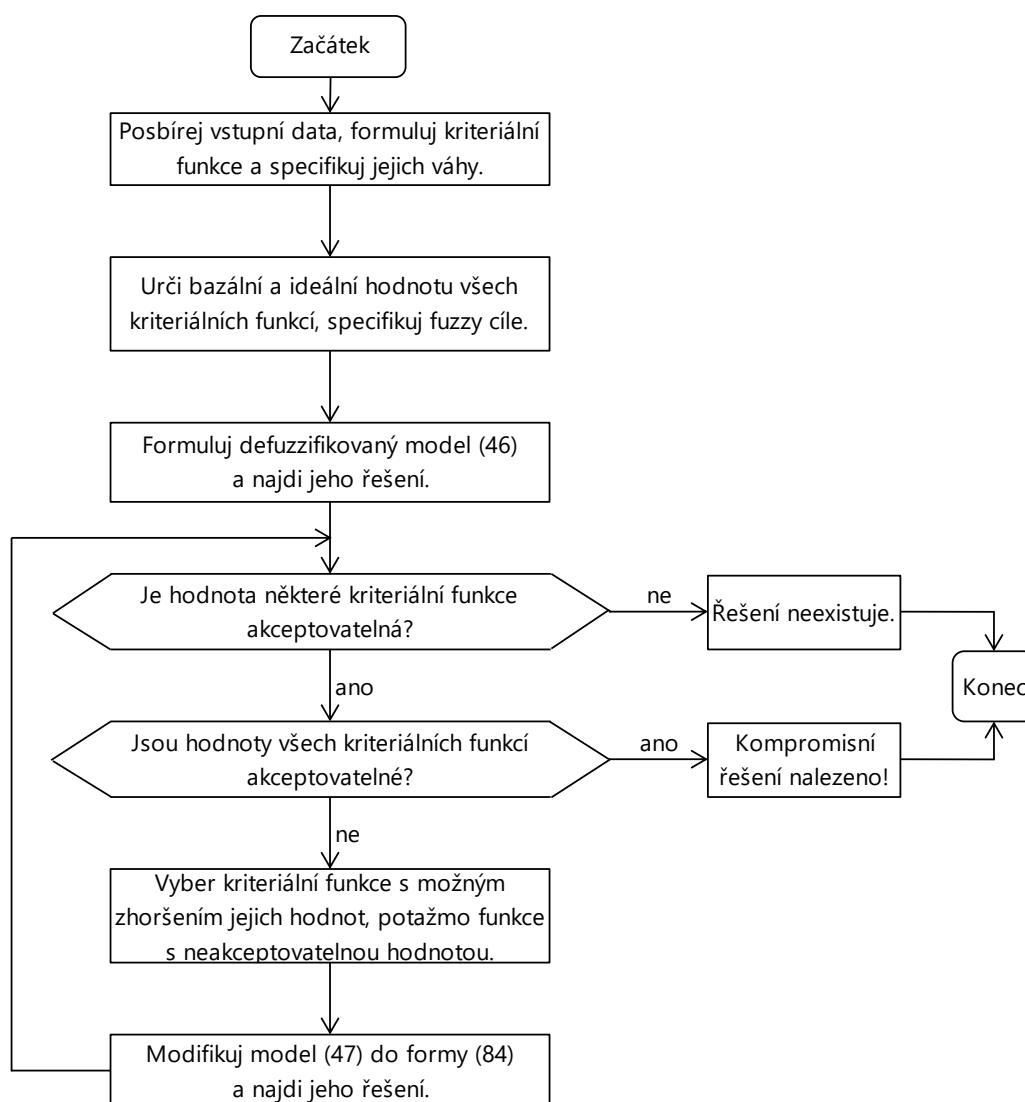
⁶⁶ Formálně není v níže uvedeném modifikovaném modelu (84), potažmo schématu algoritmu na Obrázku 16 zohledněno. V případě praktické potřeby však není problém úpravu učinit.

$$\begin{aligned}
& \max \alpha \\
& (1-v_j) \frac{f_j^B - \mathbf{c}_j^T \mathbf{x}}{f_j^B - f_j^I} \geq \alpha \quad j \in J_{min}^N \\
& (1-v_j) \frac{\mathbf{c}_j^T \mathbf{x} - f_j^B}{f_j^I - f_j^B} \geq \alpha \quad i \in J_{max}^N \\
& (1-v_j) \frac{f_j^{dB} - \mathbf{c}_j^{dT} \mathbf{x}}{f_j^{dB} - f_j^{dl}} \geq \alpha \quad (1-v_j) \frac{f_j^{sB} - \mathbf{c}_j^{sT} \mathbf{x}}{f_j^{sB} - f_j^{sl}} \geq \alpha \quad (1-v_j) \frac{f_j^{hB} - \mathbf{c}_j^{hT} \mathbf{x}}{f_j^{hB} - f_j^{hl}} \geq \alpha \quad i \in \tilde{J}_{min}^N \\
& (1-v_j) \frac{\mathbf{c}_j^{dT} \mathbf{x} - f_j^{dB}}{f_j^{dl} - f_j^{dB}} \geq \alpha \quad (1-v_j) \frac{\mathbf{c}_j^{sT} \mathbf{x} - f_j^{sB}}{f_j^{sl} - f_j^{sB}} \geq \alpha \quad (1-v_j) \frac{\mathbf{c}_j^{hT} \mathbf{x} - f_j^{hB}}{f_j^{hl} - f_j^{hB}} \geq \alpha \quad i \in \tilde{J}_{max}^N \\
& f_j(\mathbf{x}) \leq f_j(\mathbf{x}^1) - 10^{-8} \quad j \in J_{min}^N \\
& f_j(\mathbf{x}) \geq f_j(\mathbf{x}^1) + 10^{-8} \quad j \in J_{max}^N \\
& f_j^d(\mathbf{x}) \leq f_j^d(\mathbf{x}^1) - 10^{-8} \quad f_j^s(\mathbf{x}) \leq f_j^s(\mathbf{x}^1) - 10^{-8} \quad f_j^h(\mathbf{x}) \leq f_j^h(\mathbf{x}^1) - 10^{-8} \quad j \in \tilde{J}_{min}^N \\
& f_j^d(\mathbf{x}) \geq f_j^d(\mathbf{x}^1) + 10^{-8} \quad f_j^s(\mathbf{x}) \geq f_j^s(\mathbf{x}^1) + 10^{-8} \quad f_j^h(\mathbf{x}) \geq f_j^h(\mathbf{x}^1) + 10^{-8} \quad j \in \tilde{J}_{max}^N \\
& f_j(\mathbf{x}) \leq f_j(\mathbf{x}^1) \quad j \in J_{min}^A \\
& f_j(\mathbf{x}) \geq f_j(\mathbf{x}^1) \quad j \in J_{max}^A \\
& f_j^d(\mathbf{x}) \leq f_j^d(\mathbf{x}^1) \quad f_j^s(\mathbf{x}) \leq f_j^s(\mathbf{x}^1) \quad f_j^h(\mathbf{x}) \leq f_j^h(\mathbf{x}^1) \quad j \in \tilde{J}_{min}^A \\
& f_j^d(\mathbf{x}) \geq f_j^d(\mathbf{x}^1) \quad f_j^s(\mathbf{x}) \geq f_j^s(\mathbf{x}^1) \quad f_j^h(\mathbf{x}) \geq f_j^h(\mathbf{x}^1) \quad j \in \tilde{J}_{max}^A \\
& (1-v_j) \frac{\Delta f_j(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j(\mathbf{x}^1) - [f_j(\mathbf{x}) - f_j(\mathbf{x}^1)]}{\Delta' f_j(\mathbf{x}^1)} \geq \alpha \quad j \in J_{min}^Z \\
& (1-v_j) \frac{\Delta f_j(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j(\mathbf{x}^1) - [f_j(\mathbf{x}^1) - f_j(\mathbf{x})]}{\Delta' f_j(\mathbf{x}^1)} \geq \alpha \quad j \in J_{max}^Z \\
& (1-v_j) \frac{\Delta f_j^d(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j^d(\mathbf{x}^1) - [f_j^d(\mathbf{x}) - f_j^d(\mathbf{x}^1)]}{\Delta' f_j^d(\mathbf{x}^1)} \geq \alpha \quad j \in \tilde{J}_{min}^Z \\
& (1-v_j) \frac{\Delta f_j^s(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j^s(\mathbf{x}^1) - [f_j^s(\mathbf{x}) - f_j^s(\mathbf{x}^1)]}{\Delta' f_j^s(\mathbf{x}^1)} \geq \alpha \quad j \in \tilde{J}_{min}^Z \\
& (1-v_j) \frac{\Delta f_j^h(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j^h(\mathbf{x}^1) - [f_j^h(\mathbf{x}) - f_j^h(\mathbf{x}^1)]}{\Delta' f_j^h(\mathbf{x}^1)} \geq \alpha \quad j \in \tilde{J}_{min}^Z \\
& (1-v_j) \frac{\Delta f_j^d(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j^d(\mathbf{x}^1) - [f_j^d(\mathbf{x}^1) - f_j^d(\mathbf{x})]}{\Delta' f_j^d(\mathbf{x}^1)} \geq \alpha \quad j \in \tilde{J}_{max}^Z \\
& (1-v_j) \frac{\Delta f_j^s(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j^s(\mathbf{x}^1) - [f_j^s(\mathbf{x}^1) - f_j^s(\mathbf{x})]}{\Delta' f_j^s(\mathbf{x}^1)} \geq \alpha \quad j \in \tilde{J}_{max}^Z \\
& (1-v_j) \frac{\Delta f_j^h(\mathbf{x}^1) + \Delta' f_j^h(\mathbf{x}^1) - [f_j^h(\mathbf{x}^1) - f_j^h(\mathbf{x})]}{\Delta' f_j^h(\mathbf{x}^1)} \geq \alpha \quad j \in \tilde{J}_{max}^Z \\
& \mathbf{x} \in X \\
& 0 \leq \alpha \leq 1
\end{aligned} \tag{84}$$

Řešení modelu (84) reprezentuje další řešení problému získaného na základě dodatečně vyjádřených preferencí rozhodovatele. Dostáváme tak další řešení v podobě $\mathbf{x}^2 = (x_1^2, x_2^2, \dots, x_n^2)^T$ s hodnotami kriteriálních funkcí $f_j(\mathbf{x}^2), j \in J_{\min} \cup J_{\max}$ a $\tilde{f}_j(\mathbf{x}^2), j \in \tilde{J}_{\min} \cup \tilde{J}_{\max}$. Pokud je řešení, respektive hodnoty všech kriteriálních funkcí akceptovatelné, rozhodovatel našel kompromisní řešení. V opačném případě pokračuje ve výše zmíněném duchu interaktivní procedura dalších revizí. Opakování posledního kroku končí, jakmile rozhodovatel získává akceptovatelné řešení.

7.3 Schéma průběhu navrženého algoritmu

Pro větší přehlednost je níže algoritmus navržené metody schematicky zobrazen (viz



Obrázek 16 Schéma algoritmu navržené fuzzy interaktivní metody vícekriteriální optimalizace (vlastní zpracování)

7.4 Řešitelnost modelů

Ještě je třeba se zamyslet nad hledáním řešení výše uvedených modelů. V (35), (36) by se totiž mohlo stát, že by případně nebyl příslušný extrém funkce na množině X k nalezení, a to z důvodu neomezené množiny X ve směru hledaného extrému, či nesplnitelných podmínek v podobě prázdné množiny X . V případě investičního problému, pro který je metoda primárně navržena, není třeba se těchto skutečností obávat. Podmínky jsou tvořeny racionálně, případně postupně vyprofilovány pro nalezení uspokojivého řešení. Prostor přípustných řešení je omezen podmínkami nezápornosti proměnných, potažmo „portfolio podmínkou“ reflektující jednotkovou sumu podílů aktiv v portfoliu. Navíc, v případě lineárních vztahů, může být velice efektivně (např. pomocí simplexové metody) nalezen vázaný globální extrém sledované funkce. Všechny modely, tedy i (47) a (84), mohou být „zatíženy“ celočíselnými procesy souvisejícími s dalšími požadavky či podmínkami problému. V takovém případě zajistí hledání řešení například metodika založená na principu větvení a mezí. Nelineární vztahy, respektive funkce, mohou úlohu učinit nekonvexní, což by mohlo vyústit v nalezení pouze lokálního extrému příslušné funkce. V takovém případě by o to více chtělo vážit použití adekvátních metod nelineární optimalizace (metoda vnitřního bodu apod.).

8 Vytváření portfolia z ESG podílových fondů

Kapitola 8 má za úkol naplnit v kapitole 2.2.3 specifikovaný podpůrný, resp. doprovodný cíl, tedy demonstrovat aplikační sílu výše navržené metodiky pro vytváření investičního portfolia, konkrétně udržitelných otevřených podílových fondů. Prvně je představena investiční politika prostřednictvím, nejen na české poměry, na jednu stranu typického investičního profilu, na druhou stranu však s nadčasovou ideou. Na této bázi jsou vybrány udržitelné investiční instrumenty, o kterých jsou sesbírána všechna potřebná dostupná data, na jejichž základě jsou reflektovány sledované investiční charakteristiky. Následně bude sestaveno fondové portfolio dle investorových preferencí. Výsledky jsou následně detailněji analyzovány, zejména pak ve světle přesahu do investiční praxe. Nakonec je navržená metodika konfrontována se svými aplikačními specifiky, potažmo nedostatky.

8.1 Investiční politika – (a)typický pohled českého investora

V duchu úvodního slova je snahou se přiblížit co nejvíce tržní realitě vytváření investičního portfolia. K tomu by měly významně dopomoci moje investiční zkušenosti, a to nejen s vybranými investičními instrumenty, ale také personální v jedné z největších bank působících v České republice. Jakožto dlouholetý (investiční) klient České spořitelny, s poněkud netradičními poznámkami, připomínkami či dotazy, jsem, díky nim, mohl nahlédnout i do práce investičního poradce, specialisty či bankéře. Zúročím také unikátní příležitost skvělé aktuálně probíhající spolupráce s mým investičním bankéřem, který mi předává své osobní zkušenosti, odkrývá obrázek typického českého investora, s jeho individuálními potřebami, nastiňuje nastupující trendy investování mezi klientelou v ČR. Kombinace těchto zkušeností, znalostí, vjemů, věřím, povede k představení o to reálnějšího investičního případu, který se významně děje do popředí investičního dění na kapitálovém trhu (nejen) s otevřenými podílovými fondy.

Kapitola 3.7 okázale demonstrovuje v poslední době důležitost udržitelných investic. Masivně rostoucí poptávku po těchto instrumentech ve světě, a zatím o něco skromněji, avšak na poměry České republiky významně, akcelerující, potvrzuje i můj osobní bankéř. Otevřené podílové fondy se těší již tak velké oblibě, nabídka jejich udržitelných forem tento stav ještě prohlubuje.

Jak potvrzuje i můj osobní bankéř, nejfrekventovanější investiční strategií v ČR je opatrnější, konzervativní, potažmo vybalancovaná strategie. Jedná se tak o osoby, které jsou sice duchem spíše opatrní, avšak mají „mysl otevřenou“ i pro „lehce odvážnější“ návrhy. V tomto duchu, s přihlédnutím na tradiční klasifikaci investičních strategií, resp. investorů (Peníze.cz, 2024b; Amundi, 2024), bude pro hlavní proud empirické analýzy specifikován, řekněme, **vyvážený**⁶⁷ investor.

A jaký je pro takového investora základní zastřešující rámec jeho investiční politiky? Zaprvé, sledovaný investiční horizont bude spíše delší, povětšinou deset a více let. Standardně se tak jedná o dlouhodobou, ať už jednorázovou či pravidelnou, investici s účelem finančního zajištění v důchodovém věku. V době nejisté budoucnosti českého důchodového systému, potažmo prodlužování věku odchodu do důchodu, je tento záměr, zejména v mladším věku, pochopitelný. Jak potvrzuje i osobní bankéř, dalším velmi častým záměrem dlouhodobé investice, u střední generace, je finanční zajištění dětí, zejména v jejich rané fázi dospělosti. Investor není horlivě zapálený do dění na kapitálovém trhu. Jedná se spíše o osobu s malou či žádnou investiční zkušeností, která je však otevřena k investiční cestě vedoucí k potenciálnímu zhodnocení finančních prostředků. Nemá tak striktní preference investic do konkrétních investičních instrumentů typu akcie či dluhopis. Nejedná se o spekulanta vydělávajícího na intradenních změnách kurzů více či méně obvyklých aktiv, vytrvale tak čekajícího na výnosovou příležitost reflektující nějakou senzační informaci či neočekávanou událost. Explicitní prioritu ani neklade na ekonomický segment investice, který je však implicitně utvářen jeho ohleduplným postojem k životnímu prostředí, potažmo zájmem o sociálně-společenské dění. Chce se tak zaměřit na udržitelnost investice. Tento fenomén je stále více akcentován v západním světě. K nám však postupně, jak praví investiční zkušenost moje či odborných pracovníků, potažmo výše zmíněné průzkumy, také dochází. Jeho nezkušenost se odráží v nesmělém přístupu na kapitálový trh. Není s to se příliš angažovat v pátrání po investičních příležitostech, „co“, „kde“ a „jak“ lze nakupovat. Cesta k investici by měla být snadná, nejlépe přes jeho domovskou banku, kde má veden běžný účet, případně další bankovní produkty, za což je ochoten uvážlivě zaplatit. Správa portfolia bude probíhat spíše pasivně, což může být praktikováno nepravidelnou revizí dle aktuálních potřeb (nenadálá zásadní změna na trhu, změna

⁶⁷ Povětšinou, když nebude třeba typ investiční strategie akcentovat, bude osloven jako *investor*.

preferencí investora apod.), či pravidelnou revizí s nižší, např. roční/tříletou/pětiletou⁶⁸ mírou frekvence v duchu zamýšlené dlouhodobosti.

Vyvážený investor se pak snaží, ve světle výše uvedených požadavků a priorit, o dosažení slušného výnosu, jehož očekávání ho však potenciálně nevystaví neúměrné obavě z jeho nenaplnění. Ač, jak uvedeno výše, není aktivním správcem svého portfolia, situaci v ekonomice, s dopadem na kapitálový trh, vnímá. Mimořádné situace, respektive významné propady, ale i vzestupy, cen investičních instrumentů, alespoň okrajově registruje. I z důvodu nedostatečných zkušeností může mít tendenci, ve světle zjitřených emocí, k překotným, neuváženým rozhodnutím. Na druhou stranu má „hlavu otevřenou“, a nechá si zejména v méně nepřehledných situacích poradit. Preferuje tak investici s potenciálně stabilním, klidně o něco nižším, výnosem ve sledovaném delším časovém horizontu. Na této cestě by se rád vyvaroval dramatickým (krátkodobým) negativním výkyvům, avšak pro posílení faktoru udržitelnosti investice je ochoten jim alespoň částečně čelit. Výkon investice by měl nejen porážet inflaci, ale také přinést „něco navíc“. Vyvážený investor patrně nebude investovat své prostředky v době hlubší finanční krize. Nehledá investiční „skulinky“, spíše investuje „na jisto“, tedy v dobách příznivější finanční, potažmo ekonomické situace.

Výše zformovaná investiční politika, se specifickým investičním vyprofilováním, nahrává investicím fondovým, které nabízejí, za určitou úplatu, profesionální správu investované částky. A hlavně, představují snadno dostupnou investiční příležitost, a to do různorodých investičních nástrojů různých tržních segmentů po celém světě. Pojdme se tedy vnořit do role jednoho z přibližně 4,6 milionu klientů České spořitelny ([Česká spořitelna, 2024c](#)), jakožto reprezentativního (investičního) charakteru, a vytvořme pro něj portfolio udržitelných otevřených podílových fondů.

8.2 Sentiment analýza a další doprovodná kritéria na pozadí aktuálních tržních podmínek a skutečností

Jelikož bych rád prakticky předvedl celý investiční rozhodovací proces, tedy i s případnou reoptimalizací portfolia, jsem nucen ve sběru dat jíti dále do historie za účelem získání „dostatečně“ dlouhého revizního období. Stanovme tedy toto

⁶⁸ Záleží na typu klienta, potažmo stylu práce bankovního specialisty, osobního bankéře, pokud je využíván. Můj osobní bankéř většinou iniciuje schůzku s klientem každých půl roku.

období na jeden rok, tudíž si představme rozhodujícího se investora v polovině roku 2023, více viz následující [kapitola 8.3](#). V té době zkoumá indicie formujícího ještě investiční rozhodování, avšak v duchu jeho investičnímu naturelu méně zkušeného investora. Často taková osoba vyhledá pomoc investičního poradce, specialisty, případně se chopí uživatelsky přívětivé aplikace. Ta však slouží často zejména jen k vypořádání obchodu, bez rozvinutějších možností analýz. Takovou má samozřejmě i Česká spořitelna, a to s názvem George ([Česká spořitelna, 2024d](#)). Mimochodem, jak má osobní zkušenost s Českou spořitelnou praví, prodej, nákup či výměnu podílových listů lze velice efektivně provést přes George za významné pomoci investičního poradce, či osobního bankéře, který všechny příkazy, operace, připraví ke schválení klienta.

Investor v rámci výše vytyčené investiční strategie obvykle zmapuje aktuální situaci, náladu, sentiment, na trhu. V polovině roku, tedy na konci června, 2023, byl například indikátor *VIX* na úrovni přibližně 13,6 ([Investing.com, 2024](#)). Tato hodnota je, v kontextu historického vývoje indexu, velice příznivá pro investování. Indikuje poměrně nízkou nervozitu, potažmo volatilitu na trhu. Indikátor *AAll investorský sentiment* již tak pozitivní není. Dne 29. 6. 2023 převažuje medvědí pohled (41,93 %) nad býčím (27,47 %). Výhled na vývoj v dalších šesti měsících, tedy do konce roku 2023, tak nevypadá z pohledu tohoto ukazatele příliš dobře. Indikátor však berme spíše jako doplňující, podávající informaci o krátkodobém vývoji, který však v duchu výše nastavené investiční politiky není tak podstatný. Nutno podotknout, že o měsíc dříve, tedy na konci května 2023, byl podíl opačný ([AAll, 2024a](#)). Je tedy záhodno, jako obvykle, sledovat komplexnější časový kontext. Investici podporuje také *CNN Fear and Greed index* na úrovni takřka 80 ([MacroMicro, 2024](#)).

Ač výše zmíněné sentiment indikátory jsou většinou zaměřeny na americký akciový trh, jak praví [kapitola 6.5](#), v dnešním provázaném světě při vůdčím finančním i ekonomickém postavení Spojených států amerických, lze chování připodobnit i v dalších částech světa, zejména pak v evropském, případně asijském měřítku. Navíc, investice prostřednictvím ESG otevřených podílových fondů jsou z nemalé části situovány právě na americký, potažmo evropský trh. Přesto je zajímavý i obrázek národního ekonomického sentimentu podávaný souhrnným indikátorem důvěry, potažmo dílčími pro spotřebitele a podnikatele. *Souhrnný indikátor důvěry* v ČR v polovině roku 2023 nabýval hodnotu přibližně 91, což i v kontextu historického indikuje ekonomickou „pohodu“ ([ČSÚ, 2024](#)). I tento fakt může mít na investora pozitivní vliv, protože se může cítit obecně bezpečněji.

Investiční rozhodování též mohly ovlivňovat soudobé odborné články s investiční tematikou, které dle slov mého osobního bankéře jsou pro něj jedním z podpůrných zdrojů při investičním rozhodování. Tyto články s roční odmlkou jsou však již těžko k nalezení. Každopádně lze říci, že byly vesměs pozitivně naladěny. Jejich vysoce frekventovanou náplní byla doznívající éra inflace, která o to více vybízela k investování za účelem umírnění poklesu reálné hodnoty ušetřených peněžních prostředků. S tím souvisí i opakované doporučení k odklonu od spořicíh produktů pro chřadnoucí úrokovou mírou.

Výsledek sentiment analýzy je pro investora příznivý. Podporuje ho v jeho záměru své volné prostředky investičně zhodnotit, a to prostřednictvím podílových fondů. Nabízí se však řada dalších hledisek, ze kterých by investor mohl svůj záměr vnímat, potažmo dle kterých by ho mohl dle potřeby korigovat. Avšak se ukazuje, že jejich vliv nebude značný. Jak popisuje kapitola 6.4, jedním z takových faktorů může být *likvidita*. Investor ví o zákonných lhůtách délky trvání, vypořádání obchodů s podílovými listy. Také je seznámen s tím, že v rámci vybraných podílových fondů nabízené Českou spořitelnou, jsou reálné lhůty většinou podstatně menší. Transakce trvající jednotky dnů však nenahrává spekulativním, intradenním obchodům, což však ani není investičním záměrem. V rámci dlouhodobé investiční strategie kritérium likvidity ztrácí na významu. Snad by mohlo nabýt na důležitosti v situaci, kdy by vylekaný investor z nenadálého neblahého vývoje na kapitálovém trhu měl tendence v panice dělat překotná prodejní rozhodnutí. Pak by ho „delší“ časová lhůta mohla stresovat, ba co více, mohla by sehrát velice negativní roli v hodnotě jeho investice v době prodeje. Snahou je však těmto situacím předejít adekvátním složením portfolia právě v duchu těchto tendencí. Ale samozřejmě, investor je „jen“ člověk, se svými momentálními pocity, vjemy, náladami.

Dalším faktorem nehodného zřetele je *minimální investovaná částka*. Jedná se o „standardní“ podílové fondy, u kterých se pohybuje minimální částka v řádech několika stokorun českých, což není v investici nikterak omezující. Nemají to tak úplně všechny fondy, za příklad lze uvést fondy kvalifikovaných investorů, avšak níže vybrané ESG otevřené podílové fondy do této skupiny nepatří. Navíc částka investovaná do podílových fondů je prakticky nekonečně dělitelná. Není tak nutné pořizovat jen celé podílové listy, což sestavování investičního portfolia potenciálně zjednodušuje. Zaměření na *styl správy portfolia* je také patrně zbytnou aktivitou. Často se ve statutu podílového fondu píše o jeho aktivní správě, kdy se portfolio manažer snaží o revizi portfolia dle aktuálních tržních podmínek, zejména pokud se

jedná o fondy s převažující akciovou složkou. Převládající dluhopisová složka tuto aktivitu přirozeně umírňuje svou termínovanou povahou.

Nakonec by se investor mohl zaměřit na *měnu*, ve které se obchoduje, s tím související *lokalitu* investice, případně její *segmentovou* příslušnost. Měna, ve které se obchoduje podílový list, je většinou česká koruna. To však neeliminuje případné měnové riziko. Portfolio manažer fondu totiž investuje prostředky na různých trzích, v různých měnách. Zajištěním rizik cizích měn vůči měně fondu však není většinou provedeno. Kolísání měnového kurzu tak může ovlivnit cenu podílového fondu, potažmo jeho výnosnost. Investorovi nezbyvá než tuto skutečnost vzít jako fakt. Níže vybrané ESG fondy investují zejména v USA a Evropě. Jen v jednom fondu, konkrétně Erste Stock EM Global, je převládající investiční lokalita na asijském trhu (Čína, Indie, Taiwan, Jižní Korea). V portfoliu fondů nenajdeme investice na problematických trzích (ruský apod.), což nakonec i nepřímo vychází z jejich ESG zaměření. Častým segmentovým zaměřením fondů jsou informační technologie, biotechnologie, zdravotnické či finanční služby. V segmentové orientaci má investor volné pole působnosti. Důraz na některé oblasti zájmu mohou být ovlivněny aktuálním děním v jednotlivých tržních segmentech. I méně zkušený investor může mít k nějaké věcné oblasti, potažmo lokalitě, silnějších vztah, a to ve světle jeho původu, zájmů či profese.

Suma sumárum, likvidita, velikost investované částky, měna, či styl správy portfolia z podstaty nastavení (uvažovaných) podílových fondů, a/nebo ve světle preferencí výše specifikovaného investora, nehraje v rozhodování roli. Přesto nelze říci, že by bylo zamyšlení nad těmito faktory zbytečné. Naopak, komplexní rozhodovací proces by měl uvažovat všechny aspekty, které by mohly investiční rozhodnutí utvářet. Vymezení těchto vlivů, ať už s pozitivním, neutrálním, či negativním výsledkem, je velice podstatné pro získání důvěryhodného řešení. Zaměření na konkrétní trh či jeho segment může být i pro méně zkušeného investora důležité, což se může projevit adekvátním předvýběrem investičních instrumentů, či kladením podmínek utvářejících unikátní strukturu matematického modelu optimalizujícího investiční portfolio.

8.3 Fondy a jejich esenciální charakteristiky – datová základna

V kapitole 8.2 byly nastíněny spíše obecnější skutečnosti, postoje, k investování (nejen) do ESG otevřených podílových fondů. Další, pro rozhodování, potažmo

vytváření investičního portfolia, podstatnější kritéria, již však s vybranou fondovou základnou úzce souvisí. Nyní je tedy ten správný čas představit si udržitelné otevřené podílové fondy, které samozřejmě v nabídce tak velkého bankovního domu nemohou chybět. Dle webu [Investičního centra ČS \(2024h\)](#), pod označením ESG bylo k mání 15 otevřených podílových fondů⁶⁹. Jedná se o tři fondy dluhopisové, devět akciových a tři smíšené. Jmenovitě šlo o následující:

Dluhopisové Erste Bond Euro Corporate, Erste Bond Europe High Yield, Erste Responsible Bond

Akciové Erste Future Invest, Erste Responsible Stock America, Erste Responsible Stock Europe, Erste Responsible Stock Global, Erste Stock Biotech, Erste Stock Commodities, Erste Stock EM Global, Erste Stock Global, Erste WWF Stock Environment

Smíšené ESG Mix 10, ESG Mix 30, ESG Mix 50

U podílových fondů jsou stěžejními charakteristikami výnos, riziko a náklady. Lehce speciální postavení pak má faktor udržitelnosti, který investor také velice citlivě vnímá. Zatímco faktory a aspekty investice analyzované v [kapitole 8.2](#) se promítly zejména do prvotního výběru podílových fondů potenciálně vhodných k investici, níže uvedené aspekty investice se žádoucně profilují přímo do optimalizačního procesu.

K vypočtení výnosu a rizika je třeba historických dat o cenách podílových listů. Za tímto účelem musí být, velice uvážlivě, stanoveno období v minulosti, které co nejlépe napomůže k odhadu těchto charakteristik na stanovené investiční období. Zvolil jsem osmileté období od července 2015 do června 2023. Toto období pojímá jak časy velmi zlé, březen/duben 2020 při celosvětovém vypuknutí nemoci COVID-19, tak bezprostředně navazující období velice pozitivní. Ve vytyčeném období jsou však zaznamenána i klidnější místa, s mírně fluktuujícím vývojem, a to zejména v období před vypuknutím později vyhlášené pandemie virového onemocnění. Asi nejklidnější období je zaznamenáno v letech 2015-2016, kdy byly výkyvy na světových trzích spíše zanedbatelné. V duchu navrženého konceptu nestabilní dynamiky, je sledované období rozděleno na dílčí čísta. Pro zachování reprezentativního očekávání dlouhodobého vývoje jsou tato dílčí období dostatečné délky. Dlouhodobá investice se většinou chápe na pět a více let. Subobdobí je tak

⁶⁹ Po mém zásahu byla nabídka redukována na 13 fondů, více informací níže.

stanovené jako pětileté, které se bude klouzavě pohybovat vstříc současnosti o jeden měsíc. Měsíční frekvence je nejen rozumná z pohledu kalkulace výpočtu sledovaných charakteristik, ale také z pohledu usedlé, nespekulativní investiční strategie. Délka subobdobí, potažmo velikost posunu, je naprosto stěžejní pro zachycení nestability dynamického chování v dlouhodobém investičním horizontu. Závěrem nutno podotknout, že ukončení historické periody v červnu 2023 slouží ke spíše demonstrativnímu účelu reoptimalizace portfolia, která může po prvním roce investice, v červnu/červenci 2024, přijít. Jedná se však spíše o ilustraci, roční období v kontextu investiční strategie je poněkud krátké.

Sada sedm a třiceti částečně se překrývajících pětiletých období, počínaje „červenec 2015–červen 2020“ a konče „červenec 2018–červen 2023“, efektivně poslouží ke kalkulaci v investování zcela samozřejmých charakteristik, tedy (měsíčního fuzzy) **výnosu** dle (23)–(26) a jeho **rizika** (28)–(29). Dle stanoviska kapitoly 6.3 jsou **náklady** spojené s investováním do podílových fondů rozděleny na vstupní poplatek a ostatní, které jsou reprezentovány ukazatelem TER. Investor tak nejen vnímá prvotní ponížení investované částky, ale také každoroční redukci výnosu. Poplatky jsou chápány jako statický, striktní element. Jejich historický vývoj nelze veřejně dohledat. Má investičně pozorovatelská zkušenost potvrzuje jejich nevýznamnou hodnotovou měnlivost. Navíc při dlouhodobější investici se spíše menším potenciálem k revizi investice je nejdůležitější aktuální úroveň vstupního poplatku. Důležitost vývoje ostatních poplatků částečně tlumí jejich případné takřka proporcionální navyšování přes všechny podílové fondy.

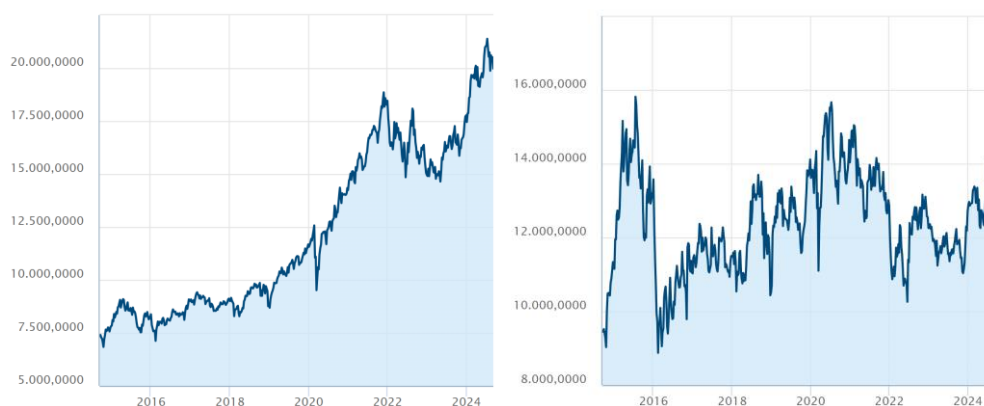
Aspekt **udržitelnosti** je vnímán velice citlivě. Investor nechce vkládat své volné prostředky do aktiv emitentů chovajících se nedůstojně vůči přírodě, člověku. Ve skupině ESG podílových fondů České spořitelny jsou sice zahrnuty investice podléhající ESG měřítkům, avšak míra jejich naplnění v rámci ESG klasifikace může být různorodá. Proto, a s ohledem na důležitost, je rozumné z hlediska ESG fondy rozlišovat. Dle stanovené investiční politiky výše, nelze očekávat, že investor bude studovat úroveň desítek dílčích ESG kritérií. Potřebuje tak dobově aktuální reprezentativní, souhrnný indikátor, který přichází ve formě MSCI, potažmo ESGenius score. Prvně zmiňovaný přináší hodnocení na mezinárodní sedmi úrovně ratingové škále. Interní skóre podává „jemnější“ informaci o naplňování ESG hledisek na škále od 0 do 100. Historické úrovně těchto údajů nejsou zveřejňovány, respektive případně ve výročních zprávách se objevuje hodnota aktuální a předešlá. Aktualizace je na roční bázi. Poslední hodnotová aktualizace ukazatele je tak logicky pro investora zásadní.

Ceny podílových fondů, stejně tak poplatky, byly získány prostřednictvím [Investičního centra ČS \(2024i\)](#). Hodnoty MSCI byly odezřeny na webu [MSCI \(2024c\)](#). Nakonec úroveň ESGenius score, povětšinou také s datováním ke květnu 2023, byla vyčtena z výroční zprávy příslušného podílového fondu, získané prostřednictvím [Investičního centra ČS \(2024i\)](#) nebo [Erste Asset Management \(2024e\)](#). Souhrnně lze pozorovat charakteristiky vybraných ESG otevřených podílových fondů v [Tabulce 1](#).

Tabulka 1 Charakteristiky ESG podílových fondů ([Investiční centrum ČS, 2024i](#); [Erste Asset Management, 2024e](#); [MSCI, 2024c](#); vlastní zpracování/výpočty)

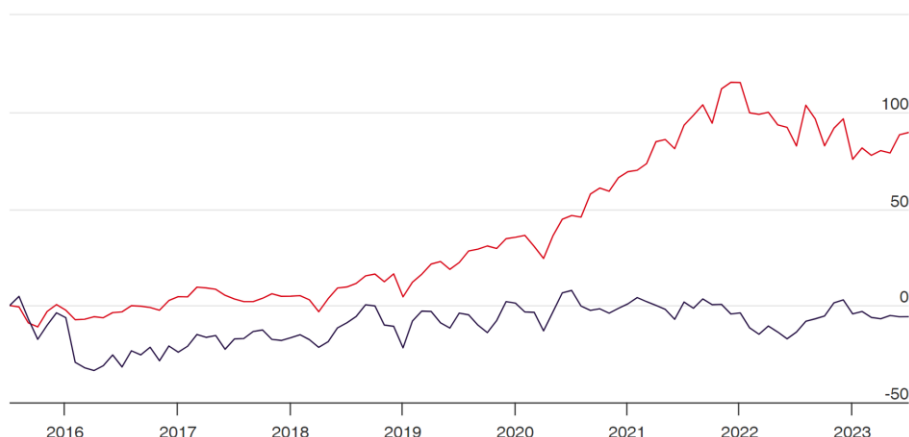
Podílový fond	Výnos [%]	Riziko [%]	Náklady [%] vstupní; TER	MSCI	ESGenius score
Erste Bond Euro Corporate	(-2,16; 0,08; 1,9)	0,27	1; 0,74	AA	65,01
Erste Bond Europe High Yield	(-2,06; -0,02; 2,12)	0,28	1; 1,18	A	59,58
Erste Responsible Bond	x	x	1; 0,84	AA	73,14
Erste Future Invest	x	x	3; 1,75	AA	71,5
Erste Responsible Stock America	(-5,75; 1; 6,99)	0,22	3; 2,03	AA	69,55
Erste Responsible Stock Europe	x	x	3; 1,77	AA	68
Erste Responsible Stock Global	(-7,24; 0,74; 7,3)	0,62	3; 1,79	AA	69
Erste Stock Biotech	(-7,83; 0,17; 10,78)	0,79	3; 2,07	A	56
Erste Stock Commodities	(-8,51; 0,36; 8,95)	0,18	3; 2,08	A	x
Erste Stock EM Global	(-6,62; 0,29; 6,91)	0,24	3; 2,13	A	x
Erste Stock Global	(-6,45; 0,69; 7,28)	0,3	3; 2,09	A	64,21
Erste WWF Stock Environment	(-8,64; 1,33; 10,91)	0,63	3; 1,78	AA	83
ESG Mix 10	(-1,14; 0,04; 1,39)	0,09	1; 1,21	AA	74
ESG Mix 30	(-2,46; 0,06; 2,26)	0,28	1,5; 1,66	AA	71
ESG Mix 50	(-3,68; 0,09; 3,05)	0,32	1,5; 2,47	AA	69

Tato tabulka si zaslouží několikero komentářů. Určitě mohou čtenáře na první pohled udivit některé hodnoty charakteristiky rizika, reflektující nestabilitu parametrů fuzzy čísla výnos opisující. Uvedme jeden příklad za všechny, a to dvojici akciových podílových fondů Erste Responsible Stock America a Erste Stock Biotec. Jak praví [Investiční centrum ČS \(2024i\)](#), hodnota ukazatele SRRI indexu kvantifikující riziko je totožná, a to na úrovni pět. Proč tedy dle mého konceptu vychází pro Erste Responsible Stock America daleko menší hodnota rizika (0,22 % vs. 0,79 %)? Fuzzy výnos je velice solidní, v defuzzifikované podobě lehce vyčíslitelný, dle (27), na úrovni 0,88 %, resp. 0,61 % pro Erste Responsible Stock America, resp. Erste Stock Biotec. Jelikož sledujeme dlouhodobý investiční horizont (pět a více let), pojdme se podívat na následující vývoj ceny podílového listu obou podílových fondů ([Obrázek 17](#)).



Obrázek 17 Vývoj ceny (v Kč) podílového listu fondu Erste Responsible Stock America (vlevo) a Erste Stock Biotec (vpravo) ([Investiční centrum ČS, 2024i](#))

Jedná se o období posledních deseti let. Velice snadno, ač lehce přibližně, můžeme nalézt vývoj i v naší sledované historické periodě od července 2015 do června 2023, po pětiletých cyklech. Bez delších studií je zřejmé, vývoj ceny podílového listu Erste Responsible Stock America je stabilnější, trendově vzestupný. Dovolím si tvrdit, že první varianta evokuje v dlouhodobém investičním horizontu (podstatně) nižší míru rizikovosti. Erste Stock Biotec sice také dokáže generovat nemalé zisky (v rámci sledovaných pětiletých období), ale také je dokáže značně (průběžně) ztrácet, což u akciového fondu zaměřujícího se na americký trh prakticky nenastává. Výkonnost pak musí jednoznačně být na straně Erste Responsible Stock America, jak nakonec dokládá [Obrázek 18](#), který zobrazuje (relativní) výkonnost přesně ve sledovaném období.



Obrázek 18 Vývoj výkonnosti (v %) podílového listu fondu Erste Responsible Stock America (červeně) a Erste Stock Biotec (černě) od července 2015 do června 2023 (Investiční centrum ČS, 2024i)

Jak vidno, pětiletá období, zejména počínaje měsíci roku 2016, jsou výkonnostně pozitivní nejen u fondu Erste Responsible Stock America, ale také u Erste Stock Biotec. Právě díky řadě pozitivních výkonností ve sledovaných dílčích pětiletých subobdobích má tento fond poměrně pozitivní výnos (viz [Tabulka 1](#)). Avšak jednotlivé parametry fuzzy výnosu tohoto fondu vykazují značnou negativní volatilitu, která indikuje nemalou nestabilitu dynamického chování ceny, potažmo výnosu fondu. Není tak ani překvapením, že po osmi letech je cena podílového listu nižší než na počátku. Naopak fond Erste Responsible Stock America vykazuje daleko nižší riziko spojené s měnlivostí parametrů fuzzy výnosu indikující stabilnější, významné trendové chování v delším časovém horizontu. Výnosová očekávání v podobě vágních elementů, reflektující dynamiku a neurčitost jeho vývoje, jsou pak robustnější, poskytující vyšší míru možnosti jejich naplnění. Nakonec červená křivka tomu dává zapravdu. Vývoj je trendově, dynamicky stabilnější. Navíc výkonnost je vysoce pozitivní.

Kladu si tedy naprosto flagrantní otázku. Proč je míra rizikovosti dle konceptu SRRI, tedy v duchu dlouhodobějšího držení (nejméně 6 let) na stejné úrovni? Není to pro sledovaného investora zavádějící? Odpověď se zdá být neochvějná. Přesto jsem dal k dispozici grafy nezaujaté osobě, se zanedbatelnou zkušeností s investováním, s otázkou, jaký fond v ní evokuje vyšší riziko. Intuitivní odpověď byla potvrzující tendenci, samozřejmě Erste Stock Biotech. Tento závěr reflektuje nejen záporný výnos za celé osmileté období, ale hlavně nestabilní dynamika vývoje, bez známek silnějšího trendového chování. Taková investice přirozeně vzbuzuje významnější rozpaky než stabilnější, kontinuálně se opakující pozitivní vývoj. Na tomto příkladu,

a na dalších ve zkoumaném datasetu, ne nutně se záporným celkovým výnosem, se ukazuje síla navrženého konceptu nestabilní dynamiky výnosu. Vyjádření výnosu prostřednictvím fuzzy výnosu dle (26), potažmo (27), reflektuje neurčitost, potažmo dynamiku jeho vývoje. Zejména defuzzifikovaná hodnota (27), srozumitelná investorovi, odráží očekávání v odrazu nejistoty prostřednictvím extrémních hodnot (25), které jsou v jednom ukazateli sofistikovaně zahrnuty prostřednictvím trojúhelníkového fuzzy čísla. V druhé fázi, riziko spojené s nestabilitou fuzzy výnosu, tedy jeho parametrů, dotváří obrázek prostřednictvím míry nenaplnění (fuzzy) očekávání o výnosově-rizikovém profilu fondu, potažmo investice. Navržená míra rizika (29), ač možná věcně netradiční, avšak interpretačně obvyklá, se tak ukazuje vhodným nástrojem.

Vstupní poplatky jsou obdobné v rámci jednotlivých kategorií. Ostatní poplatky se pak již více či méně odlišují. Pro oba druhy poplatků lze konstatovat, že s rostoucí akciovou složkou ve fondu se zvyšují.

MSCI indikátor je k dispozici na webu [MSCI \(2024c\)](#) pro všechny Erste podílové fondy, tedy pro všechny uvažované vyjma třech smíšených. ESGenius score je u většiny fondů uvedeno ve výroční zprávě. Z této tabulky vyplývá několikero otázek. Zaprvé, proč nikde není nalezena hodnota ESGenius score u akciových otevřených podílových fondů Erste Stock Commodities a Erste Stock EM Global? Po detailnějším ohledání zjišťuji, že u těchto fondů není zveřejněna obvyklá informace o *Narízení SFRD*, ani dokument *Informace související s udržitelností*, jako je to u všech ostatních ESG podílových fondů, vizte [Investiční centrum ČS \(2024e, 2024f\)](#). Zohlednění ekologicky udržitelných ekonomických aktivit, potažmo hlavních nepříznivých dopadů na udržitelnost vyvrací i popis fondů na [Erste Asset Management \(2024a, 2024b\)](#). Analýza dle metodiky MSCI poukazuje ve fondu Erste Stock Commodities na kontroverzní případy společností týkající se životního prostředí, lidských práv či správy a řízení ([MSCI, 2024a](#)). Navíc tento fond investičně cílí do ropného a plynářského průmyslu, což rozhodně není v souladu s ESG záměrem České spořitelny, potažmo Erste Group. Fond Erste Stock EM Global k výše zmíněnému u předešlého fondu ještě přidává nepříjemnou účast v tabákovém průmyslu ([MSCI, 2024b](#)). Obratem jsem se po těchto zjištěních obrátil na mého osobního bankéře, který potvrdil, na základě interních zkoumání, mou domněnku, že zařazení těchto dvou podílových fondů do skupiny ESG je z pohledu aktuálního neplnění stanovených kritérií nepatřičné. Česká spořitelna tak rozhodla o jejich vyřazení ze skupiny ESG podílových fondů. Úprava byla provedena i na jejím webu. Z případové studie byly tyto podílové fondy taktéž eliminovány.

Dalším pozoruhodným zjištěním je prvotní marné hledání hodnoty skóre ESGenius pro fond Erste WWF Stock Environment. Tento fond lze označit za speciální v kategorii ESG, protože jako jediný investuje přímo do podniků v odvětví ochrany životního prostředí, s akcentem na úpravu vody a její zásobování, recyklace a nakládání s odpady či zdroje obnovitelné energie ([Investiční centrum ČS, 2024g](#)). Je tedy s podivem, že by zrovna tento fond neměl k dispozici hodnotu ESGenius ukazatele. Každopádně MSCI Rating napovídá, že bude velice solidní, zcela jistě, a patrně i významně, nad 70 body. Přes svého osobního bankéře se nakonec dostávám k dalšímu zdroji, vlastnímu webu fondu ([Erste Asset Management, 2024f](#)), kde je hledaná hodnota indikátoru zaznamenána.

Nakonec se datová základna musí vypořádat ještě s jedním, velice častým fenoménem, a to chybějícími daty, které jsou způsobeny krátkým životem některých fondů. Nato jak to může být častým jevem, se tomu stávající odborná literatura přímo či nepřímo vyhýbá, a to často právě prostřednictvím ilustrativních příkladů již dříve vzpomínaných autorů [Li a kol. \(2010\)](#), [Liu a Zhang \(2019\)](#) a dalších. Takové „studie“ volí investiční instrumenty, potažmo data, taková, aby k tomuto jevu nedocházelo. Investiční realita je však od akademického konstruktu jiným příběhem. V případě ESG podílových fondů se jedná o Erste Responsible Bond, Erste Future Invest a Erste Responsible Stock Europe, které se obchodují na trhu teprve od roku 2020, respektive 2021. Ano, po vzoru jiných studií můžeme investiční instrumenty s nedostatečnou datovou základnou eliminovat. Skutečně je nejlepší řešení aktiva s nedostatečnou či dokonce žádnou historií „odepsat“? Nemůže se investor připravit o zajímavou příležitost? Samozřejmě že může. Navíc tři zmíněné fondy již několik let na trhu kolektivního investování figurují.

A o jaké fondy bychom se vlastně a priori připravili? Všechny jsou obdařeny druhým nejvyšším MSCI ratingem AA. Jak naznačuje níže prezentovaný kurzový vývoj, volatilita není zanedbatelná. Dluhopisový fond Erste Responsible Bond utrpěl od svého uvedení na trh v době prvního roku pandemie nemalou ztrátu na svém majetku. Na druhou stranu v polovině roku 2022 má za sebou situaci dvojitého dna⁷⁰, která by z hlediska ideje technické analýzy měla odrážet potenciální vzestup ceny podílového listu. Fond je navíc obdařen takřka nejnižšími poplatky ([Investiční centrum ČS, 2024c](#)). Akciový Erste Future Invest je optikou poloviny roku 2023 poměrně prodělečný. Po značném vzestupu ceny podílového listu od jeho uvedení

⁷⁰ Více o tomto konceptu vizte (např.) [Kalvoda \(2015\)](#).

na trh následoval pád o přibližně 30 %. V první polovině roku pak nastalo poklidnější období se spíše drobnější fluktuací ceny, které by i technicky mohlo naznačovat přicházející období vzestupu. ESG charakteristiky, včetně ESGenius score, jsou však znamenité. Navíc fond investuje do velice perspektivních oblastí, jako zdraví a poskytování zdravotní péče, životní styl, technologie, inovace, či životní prostředí ([Investiční centrum ČS, 2024b](#)). Akciový podílový fond Erste Responsible Stock Europe se teprve v polovině roku 2023 odráží od prodělaného dvojitého dna, což by optikou technické analýzy potenciálně avizovalo vzestup ceny. Složení portfolia je poměrně unikátní přítomností výhradně akcií evropských společností, které uplatňují přístup odpovědného a udržitelného rozvoje ([Investiční centrum ČS, 2024d](#)).

Všechny tři podílové fondy tak představují patrně zajímavou investiční příležitost, která však ještě není příliš prověřená reálným životem. Jak tedy tyto často investiční „renegáty“ potenciálně integrovat do portfolia, respektive do procesu jeho vytváření? Na základě vzpomínané zkušenosti mne nepřekvapuje, že odborné články zjednodušeně pojímající investiční realitu způsob nenabízejí. Navrhují přistupovat k investici odděleně. Portfolio z investičních instrumentů s historicky měřitelnými charakteristikami bude optimalizováno, a to pomocí fuzzy metody vícekritériální optimalizace. Výsledné portfolio pak bude tvořit stěžejní část investice. Aktiva, resp. podílové fondy bez patřičné historie, tedy základního opěrného bodu pro kalkulaci jejich charakteristik, pak budou investici, lehce experimentálně, doplňovat. Z důvodu neměřitelnosti příslušných charakteristik metodicky stanoveným způsobem by jednotná optimalizace podávala zkreslené výsledky. Z optimalizačního procesu investor obdrží doporučenou kompilaci podílových fondů, do které vloží většinu svých volných prostředků. Menší část, s podíly subjektivně stanovenými na základě doplňující analýzy, pak vkládá do všech či některých „doplňkových“ fondů. Konkrétní strategie se třemi výše uvedenými podílovými fondy bude odhalena v následující [kapitole 8.4](#). A jak přistoupit k případné revizi investice? V případě dostupnosti dat se bude jednat o reoptimalizační proces aktuálních podílů všech otevřených podílových fondů participujících na investici. V opačném případě se opět bude jednat o oddělené procesy. Mimochodem, jak je konstatováno například na webu [Investice \(2024\)](#), portfolií s různým zaměřením a účelem, potažmo cílem může mít jedinec několik.

Po všech úpravách [Tabulka 2](#) nabízí kompletní přehled o ESG otevřených podílových fondech vybraných pro sestavení, resp. optimalizaci investičního portfolia, nabízené Českou spořitelnou, a to s uvažovanými esenciálními charakteristikami. Oproti [Tabulce 1](#) jsou vyloučeny dva podílové fondy vychylující se ESG zaměření, dále pak

tři vzpomínané fondy s neúplnými daty ke stanovení zásadních charakteristik. Jakožto ESG charakteristika bude využita interní míra ESGenius skóre, která dokáže v rámci ratingu MSCI ještě jemněji ESG dopady společností souhrnně kvantifikovat.

Tabulka 2 Sledované charakteristiky vybraných ESG podílových fondů (Investiční centrum ČS, 2024i; Erste Asset Management, 2024e, vlastní zpracování/výpočty)

Podílový fond	Výnos [%]	Riziko [%]	Náklady [%] vstupní; TER	ESG ⁷¹
Erste Bond Euro Corporate	(-2,16; 0,08; 1,9)	0,27	1; 0,74	65,01
Erste Bond Europe High Yield	(-2,06; -0,02; 2,12)	0,28	1; 1,18	59,58
Erste Responsible Stock America	(-5,75; 1; 6,99)	0,22	3; 2,03	69,55
Erste Responsible Stock Global	(-7,24; 0,74; 7,3)	0,62	3; 1,79	69
Erste Stock Biotech	(-7,83; 0,17; 10,78)	0,79	3; 2,07	56
Erste Stock Global	(-6,45; 0,69; 7,28)	0,3	3; 2,09	64,21
Erste WWF Stock Environment	(-8,64; 1,33; 10,91)	0,63	3; 1,78	83
ESG Mix 10	(-1,14; 0,04; 1,39)	0,09	1; 1,21	74
ESG Mix 30	(-2,46; 0,06; 2,26)	0,28	1,5; 1,66	71
ESG Mix 50	(-3,68; 0,09; 3,05)	0,32	1,5; 2,47	69

8.4 Preferenční postoj investora

V předchozích kapitolách jsou vytyčena všechna hlediska, charakteristiky, faktory, které ovlivňují, potažmo utvářejí chování, rozhodování investora. Některá kritéria determinují předvýběr investičních instrumentů, jiná se přímo podílí na optimalizaci portfolia. Každé hledisko má v investičním rozhodovacím procesu nezastupitelnou roli. Už samotný předvýběr vhodných investičních kandidátů, potažmo nastavení investiční politiky, „něco říká“ o preferencích investora. Nejsou to však jediné projevy představ, vůle, informovanosti investující osoby.

⁷¹ ESG ≈ ESGenius score

Kritéria, vytyčená v kapitole 8.3, ovlivňující složení tvořícího se investičního portfolia, většinou nemají pro investora totožnou důležitost. Jak již víme, navržená fuzzy metoda reflektuje tuto skutečnost prostřednictvím konceptu vah. Jejich stanovení může po investorovi vyžadovat značnou participaci, která povětšinou spočívá v hodnotové kvantifikaci důležitosti kritérií či dokonce preferenčního vztahu mezi nimi. Toto břímě může být významně odlehčeno prostřednictvím lingvisticky vyjádřené preference. Na slovní škále několika předem stanovených termů stačí preferenci o důležitosti kritérií vyslovit, a následně pomocí vhodné metodiky převést do podoby vah. Za tímto účelem bude využit koncept lingvistické proměnné, viz kapitola 5.2.5, se kterým pracuje fuzzy metoda odhadu vah navržená autorem této habilitační práce Borovičkou (2019). Pro vyjádření preferencí o kritériích bude použita škála pěti slovních významů stupňujících míru jejich důležitosti – *velmi nízká, nízká, střední, vysoká, velmi vysoká*. Dle mého názoru je pětistupňová škála adekvátním nástrojem. Použití pouze tří stupňů by mohlo investora zbytečně omezovat v dostatečně „jemném“ preferenčním vymezení. Na druhou stranu škála o sedmi či zejména více termech by již mohla býti příliš podrobnou, na které by investor, zejména s omezenými investičními zkušenostmi, nemusel být schopen své preference rozlišit. Nakonec využitý koncept o pěti slovních vyjádření je v souladu s obecně uznávaným konceptem Likertovy škály vytvořené takřka před sto lety americkým psychologem R. Likertem (SurveyMonkey, 2024). Tabulka 3 ukazuje slovní vyjádření investora ohledně důležitosti sledovaných kritérií. Odráží tak nejen mou osobní investiční zkušenost, mé investiční postoje, ale také pohled a zkušenosti investičních specialistů, či osobních bankéřů spořitelny. Lingvistické hodnocení také ovlivňuje v kapitole 6.4 zmíněný můj osobní průzkum o vnímání investičních charakteristik, potažmo další v této práci uvedená šetření, zejména o udržitelnosti v kapitole 3.7, a vnímání investičních aktivit v kapitole 2.

Tabulka 3 Slovní vyjádření důležitosti kritérií (vlastní zpracování)

Kritérium	Důležitost
Výnos	vysoká
Riziko	velmi vysoká
Vstupní poplatek	nízká
TER	velmi nízká
ESG	velmi vysoká

Výnos je esenciální charakteristikou investice, ač se prakticky jedná o jakkoli nastaveného investora. Jeho význam se však může lehce lišit v kontextu dalších uvažovaných kritérií. Vyvážený investor citlivěji vnímá riziko, což se odráží v jeho o něco větší důležitosti než výnos, vyjádřeno nejvyšším preferenčním stupněm. Ve stanovení preference o poplatcích se lehce dovolím, ale spíše jen zdánlivě, vydat proti výstupu vzpomínaného průzkumu mezi mými kolegy a studenty VŠE, kde byla řada odpovědí reflektující poměrně značnou důležitost nákladového hlediska. Je třeba však rozlišit kontext odpovědí. V průzkumu se jednalo o „obecného“ investora, ještě v typu investičního instrumentu nevyhraněného, pro kterého je náklad ponížující reálný výnos investice podstatný. V této případové studii však máme investory, kteří jsou již rozhodnutí investovat do vytipovaných ESG podílových fondů. S nemalými náklady jsou ztotožnění. V kontextu rizikově-výnosového profilu tak již nehrají tak silnou roli. Na druhou stranu, zejména pro jejich výši, nejsou bezvýznamným elementem, který by bylo záhodno ignorovat. Investor ještě rozlišuje míru důležitosti mezi vstupním poplatkem a ostatními náklady. Dokládám tak mou představu o opatrnější, méně zkušené, osobě. Na rozdíl od krystalicky jasné podstaty vstupních nákladů explicitně redukující vstupní investici, průběžné náklady (TER) jsou pro něj spíše vzdálené, poměrně snadno opomenutelné pro svou zdánlivou „neviditelnost“. Pochopitelně jim pak nevěnuje takovou pozornost. Naopak pozornost významnou upírá na kritérium udržitelnosti, které je stěžejní pro vyjádření, řekněme, životního postoje, přesvědčení. Potenciálně pak i malé rozdíly v této charakteristice mohou rozhodnutí nemálo ovlivnit.

Jak demonstruje [Tabulka 4](#), lingvistická informace pak může být velice efektivně, v souladu s preferencemi, transformována do potřebné podoby vah prostřednictvím vzpomínané Borovičkovy fuzzy metody⁷².

⁷² Proces odhadu vah není s to habilitační práce pojmut. Více informací je tak k nalezení v odborném článku [Borovičky \(2019\)](#), či k tomuto konkrétnímu případu prostřednictvím osobní konzultace s autorem práce.

Tabulka 4 Váhy kritérií (vlastní výpočty)

Kritérium	Váha
Výnos	0,234
Riziko	0,321
Vstupní poplatek	0,093
TER	0,031
ESG	0,321

Stanovením vah proces vyjádření preferencí v první fázi ještě nekončí. Investor může mít doprovodné požadavky na portfolia, kterými mohou být (např.) omezení na minimální/maximální podíl aktiva v portfoliu, upřednostňování některých fondů před jinými, například z pohledu investičního zaměření, míry udržitelnosti apod.

Množina prvotních preferencí investora však ještě není kompletní. Zastavme se tak nyní u problematiky diverzifikace portfolia, a s tím souvisejícího omezení na počet podílových fondů v portfoliu. Jak praví, například, [Heinz \(2022\)](#), neubráníme se informace jdoucí „ze všech“ stran týkající se důležitosti diverzifikace. Toto sdělení spočívá v „zásobování“ portfolia dostatečným počtem výnosově nekorelujících aktiv. Často slyšíme, čím více aktiv v portfoliu, tím vlastně z pohledu diverzifikace lépe. Méně časté hlasy zaznívají o riziku přílišné diverzifikace, která může neadekvátně oslabovat výkonnost investice. Je však poměrně zásadní otázkou, kolik fondů vlastně chceme v portfoliu držet. Stačí dva či tři, nebo je příhodnější daleko větší počet? Odpověď nemusí být jednoznačná. Možná bude nejrozměšnější, když si vyslechneme názor některých soudobých investičních velikánů. Tak třeba Peter Lynche zastává názor, že by investor měl držet libovolný počet pro něj zajímavých investičních instrumentů, které by však měl býti schopen průběžně monitorovat. V případě malých portfolií však klidně stačí mezi třemi a deseti akciemi, potažmo fondy. Warren Buffett varuje před nesmyslností přílišné diverzifikace, která může vést k iracionální snaze zajištění portfolia na všechny eventuality investováním do širokého odvětvového i lokálního spektra aktiv, o kterém investor přirozeně ztrácí monitorovací schopnost. W. Buffett je znám svým „vysokopodílovým“ investováním. Jeho portfolio, nutno dodat, o mnoha milionové dolarové hodnotě, obsahuje jen několik desítek akcií. V některých společnostech (např. Coca-Cola) vlastní nemalý podíl ([Heinz, 2022](#)). Ve výčtu názorů na diverzifikaci, resp. adekvátní počet aktiv v portfoliu, lze jistě pokračovat. Můj pohled je spíše nakloněn k držení menšího počtu aktiv v portfoliu, o kterých má investor, i když nepříliš aktivní ve správě své

investice, základní přehled. Méně zkušeného investora by mohl velký počet aktiv v portfoliu zbytečně stresovat. Jak nakonec naznačuje i Peter Lynch, počet aktiv určitě závisí i na velikosti investované částky. Zejména při menší investované částce, ať už jednorázové či pravidelné, se spíše nabízí užší složení portfolia. Navíc, již samotná investice do konkrétního podílového fondu zaujímá určitý stupeň diverzifikace, který je spojen s tvorbou portfolia v rámci podílového fondu ([Investice iDnes.cz, 2024](#)). Nakonec tento přístup je i mou osobní zkušeností s investičním poradenstvím České spořitelny.

Po kritickém uvážení, bude pro portfolio platit omezující podmínka na počet podílových fondů mezi třemi a pěti. Aby portfolio toliko „nesázelo na jednu kartu“, nebude dovolen většinový podíl jednoho fondu. Na druhé straně nechce investor „drobit“ investici po zanedbatelných částkách, proto je stanovena dolní mez na 15 %. Tato hranice je nastavena také s ohledem na požadovaný počet fondů v portfoliu.

Investor by mohl mít, jak již bylo výše zmíněno, určité preference na investiční segment fondu, což může být zohledněno explicitně minimálním podílem podílových listů fondů na tento ekonomický segment se investičně zaměřujících. Jelikož je investoř profilován jako osoba šetrná k přírodnímu i duševnímu bohatství, imponuje mu unikátní zaměření podílového fondu Erste WWF Stock Environment, který celosvětově investuje přímo do podniků v odvětví ochrany životního prostředí. Toto je hlavní argument, společně s pozitivní výnosovou charakteristikou, vzdor vyšší míře rizika, pro požadavek investora na participaci tohoto fondu v portfoliu, a to ve výši alespoň výše deklarovaných 15 %. Přesvědčení o investici do tohoto fondu je tak přirozené, do značné míry výsledkem zásadovosti a intuice. Určení přesně hodnoty minimálního podílu je tak spíše neexaktní, logicky určeno minimální vyžadovanou hranicí.

Nežřídky kdy se dle stanovené investiční strategie upne pozornost na konkrétní podíly zastoupení podílových fondů zaměřených na konkrétní aktiva, zejména tedy akcie a dluhopisy. Já se však tímto směrem nevydám, protože si myslím, že by se jednalo o nepřiměřené dublování vyjádřených preferencí, které jsou již řádně etablovány zejména ve stanovených vahách jednotlivých charakteristik. A navíc, tímto apriorním rozdělením se může investor připravit o zajímavou investici. Ne vždycky totiž platí otřepané „vyšší riziko-vyšší výnos“. Avšak přeci jen jedné aktivity se v tomto duchu dopustím, a to návratem ke třem „renegátním“ fondům vzpomínaným v [kapitole 8.3](#). Pro připomenutí, navrhl jsem k těmto fondům přistupovat separátně. Investor tak intuitivně určuje část volných prostředků (např.

5 %), které do těchto fondů „bez historie“ investuje. I v duchu diskutované úlohy diverzifikace, resp. počtu fondů v portfoliu, by bylo zvláštní, kdyby tato malá část prostředků byla rozprostřena do všech třech podílových fondů. Investor se tak rozhoduje pro jeden z nich. Vybírám jediný fond dluhopisový, tedy Erste Responsible Bond, který je svou investiční podstatou, jak nakonec ukazuje i datový výstup v [Tabulce 1](#), potenciálně méně rizikový, což jde v duchu nastavení investičního profilu.

8.5 Tvorba, optimalizace investičního portfolia a jeho revize

Po stanovení investiční politiky, potažmo vyjádření všech preferencí a postojů, následném výběru vhodných ESG otevřených podílových fondů, lze přistoupit k samotné tvorbě investičního portfolia. K tomuto účelu poslouží představená fuzzy interaktivní metoda vícekritériální optimalizace, jejíž postup bude demonstrován prostřednictvím několika empiricky názorných kroků vytyčených v [kapitole 7.2](#).

8.5.1 Kritériální funkce a jejich váhy

V rámci procesu optimalizace portfolia mají přímý vliv avizovaný výnos, riziko, poplatky a udržitelnost. Pět kritérií determinuje vytvoření pěti kritériálních funkcí následující podoby

$$\begin{aligned}\tilde{f}_1(\mathbf{x}) &= \tilde{\mathbf{p}}^T \mathbf{x} = (\mathbf{p}^d{}^T \mathbf{x}, \mathbf{p}^s{}^T \mathbf{x}, \mathbf{p}^h{}^T \mathbf{x}), \\ f_2(\mathbf{x}) &= \mathbf{r}^T \mathbf{x}, \quad f_3(\mathbf{x}) = \mathbf{e}^T \mathbf{x}, \quad f_4(\mathbf{x}) = \mathbf{o}^T \mathbf{x}, \quad f_5(\mathbf{x}) = \mathbf{u}^T \mathbf{x}\end{aligned}\quad (85)$$

kde $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_{10})^T$ je vektor podílů podílových fondů v pořadí dle [Tabulky 2](#), tj. od x_1 pro Erste Bond Euro Corporate po x_{10} pro ESG Mix 50, které bude logicky reflektováno ve všech ostatních vektorech v účelových funkcích se nacházejících. $\tilde{\mathbf{p}}^T = (\tilde{p}_1, \tilde{p}_2, \dots, \tilde{p}_{10})$ tak reprezentuje vektor fuzzy výnosů podílových fondů, kde $\tilde{p}_i = (p_i^d, p_i^s, p_i^h)$, $i = 1, 2, \dots, 10$, jejichž parametry se koncentrují do vektorů $\mathbf{p}^d{}^T = (p_1^d, p_2^d, \dots, p_{10}^d)$, $\mathbf{p}^s{}^T = (p_1^s, p_2^s, \dots, p_{10}^s)$ a $\mathbf{p}^h{}^T = (p_1^h, p_2^h, \dots, p_{10}^h)$. $\mathbf{r}^T = (r_1, r_2, \dots, r_{10})$ pak reflektuje riziko spojené s nežádoucí nestabilitou jejich úrovní. Vektor $\mathbf{e}^T = (e_1, e_2, \dots, e_{10})$, resp. $\mathbf{o}^T = (o_1, o_2, \dots, o_{10})$ poskytuje informaci o úrovni vstupního

poplatku, resp. všech ostatních (TER) s investicí do podílových fondů spojených. Konečně reprezentantem míry udržitelnosti (ESG) je vektor $\mathbf{u}^T = (u_1, u_2, \dots, u_{10})$.

Podobu vektoru vah definovaných kriteriálních funkcí $\mathbf{v}^T = (v_1, v_2, \dots, v_5)$ určuje pro investora výstup [Tabulky 4](#), a to v pořadí od $\tilde{f}_1(\mathbf{x})$ k $f_5(\mathbf{x})$.

8.5.2 Ideální a bazální hodnota kriteriálních funkcí

Extrémy všech kriteriálních funkcí budou hledány na množině X reflektující všechny podmínky a požadavky na investiční portfolio kladené. Množina vypadá následovně

$$\begin{aligned} 0,15y_i &\leq x_i \leq 0,5y_i \quad i = 1, 2, \dots, 10 \\ 3 &\leq \mathbf{1}^T \mathbf{y} \leq 5 \\ x_7 &\geq 0,15 \\ \mathbf{1}^T \mathbf{x} &= 1 \\ \mathbf{x} &\geq \mathbf{0} \\ \mathbf{y} &\in \{0, 1\}^{10} \end{aligned} \quad (86)$$

První sada deseti podmínek zajišťuje minimální, respektive maximální podíl, pokud se do daného podílového fondu investuje. Další podmínka zajišťuje rozpětí v počtu podílových fondů v portfolio mezi třemi a pěti. Dolní mez pro proměnnou x_7 odráží důvodný požadavek na přítomnost fondu Erste WWF Stock Environment v portfolio. Portfolio podmínka ve formě jednotkového součtu, za formálního příspěví vektoru samých jedniček $\mathbf{1}^T$, nesmí chybět. Nakonec jsou vymezeny hodnoty „podílových“ proměnných, stejně tak doprovodných proměnných situovaných ve vektoru $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_{10})^T$, které svým binárním charakterem vyjadřují (ne)přítomnost příslušného i -tého fondu v portfolio, tj. $y_i = (0)1, i = 1, 2, \dots, 10$. Požadavkem participace podílového fondu Erste WWF Stock Environment je samozřejmě proměnná předurčena k jednotkové hodnotě, tedy platí $y_7 = 1$.

Pomocí dílčích optimalizačních úloh, v duchu (35), resp. (36), bude nalezená ideální úroveň striktní, resp. fuzzy kriteriální funkce v prostoru vytyčeném X .

Na tomto místě si dovolím drobnou vsuvku o softwarové podpoře. Do této chvíle jsme si vystačili s programy podporující zpracování dat (zejména MS Excel, případně R a podobně). Nyní je třeba ještě zvolit vhodné „programovací“ prostředí k hledání řešení všech optimalizačních úloh. I s ohledem na typ potenciálně formulovaných úloh, jsem se rozhodl použít profesionální systém na podporu modelování LINGO.

Tento software nabízí přehledné prostředí, srozumitelný modelovací jazyk, výkonné řešitele i patřičnou komunikaci s externími zdroji (Lindo, 2024). Jedná se o nástroj, který mi je funkčně vlastní, a licenčně dostupný. Vedle řady dalších profesionálních optimalizačních systémů (AMPL, MPL for Windows, AIMMS či GAMS), by bylo, zejména v případě finanční nedostupnosti, možné přistoupit k produktům i optimalizační procesy podporujícím, např. R či Python. Lingo, jako vysoce specializovaný software, ve spolupráci s „excelovským“ sešitem, naprosto dostatečně a efektivně poslouží k dosažení sledovaného cíle, respektive k provedení všech potřebných optimalizačních úkolů.

Vracíme se zpět k meritu druhého kroku procesu, kdy prostřednictvím modelu v Lingo, formulačně viz Příloha 1, budou vyčísleny ideální, a jednoduchým dopočtem (v MS Excel) prostřednictvím (38)–(40) i bazální hodnoty kriteriálních funkcí. Hodnoty jsou vyobrazeny v Tabulce 5.

Tabulka 5 Ideální a bazální hodnoty kriteriálních funkcí (vlastní výpočty)

Kriteriální funkce	Ideální	Bazální
Výnos [%]	(-2,59; 1,13; 10,32)	(-8,15; 0,15; 3,07)
Riziko [%]	0,21	0,68
Vstupní poplatek [%]	1,3	3
TER [%]	1,05	1,88
ESG	78,05	65,81

Pozn.: V defuzzifikované podobě dle (49) je ideální, resp. bazální hodnota výnosu 2,04 %, resp. -0,74 %.

8.5.3 Fuzzy cíle

Pro maximalizační fuzzy funkci popisující neurčitý výnos bude vyjádřen fuzzy cíl ve formě třech dílčích fuzzy množin specifikovaných pro tři parametry dotčeného trojúhelníkového fuzzy čísla. Jedná se tak o trojici fuzzy množin $\tilde{C}_{f_1^d}(\mathbf{x})$, $\tilde{C}_{f_1^s}(\mathbf{x})$ a $\tilde{C}_{f_1^h}(\mathbf{x})$ s následujícími jednostrannými (levostrannými) trojúhelníkovými funkcemi příslušnosti po vzoru (44)

$$\begin{aligned}
\mu_{\tilde{C}_{f_1^d(x)}}(\mathbf{p}^d \mathbf{x}) &= \begin{cases} 1 & \mathbf{p}^d \mathbf{x} \geq -2.59 \\ \frac{\mathbf{p}^d \mathbf{x} - (-8.15)}{-2.59 - (-8.15)} & -8.15 < \mathbf{p}^d \mathbf{x} < -2.59 \\ 0 & \mathbf{p}^d \mathbf{x} \leq -8.15 \end{cases} \\
\mu_{\tilde{C}_{f_1^s(x)}}(\mathbf{p}^s \mathbf{x}) &= \begin{cases} 1 & \mathbf{p}^s \mathbf{x} \geq 1.13 \\ \frac{\mathbf{p}^s \mathbf{x} - 0.15}{1.13 - 0.15} & 0.15 < \mathbf{p}^s \mathbf{x} < 1.13 \\ 0 & \mathbf{p}^s \mathbf{x} \leq 0.15 \end{cases} \\
\mu_{\tilde{C}_{f_1^h(x)}}(\mathbf{p}^h \mathbf{x}) &= \begin{cases} 1 & \mathbf{p}^h \mathbf{x} \geq 10.32 \\ \frac{\mathbf{p}^h \mathbf{x} - 3.07}{10.32 - 3.07} & 3.07 < \mathbf{p}^h \mathbf{x} < 10.32 \\ 0 & \mathbf{p}^h \mathbf{x} \leq 3.07 \end{cases}
\end{aligned} \quad (87)$$

Fuzzy cíl pro kriteriální funkce se striktními parametry minimalizační, resp. maximalizační povahy bude určen pravostranným, resp. levostranným trojúhelníkovým fuzzy číslem s funkcí příslušnosti dle (41), resp. (42), a to v pořadí pro riziko $\tilde{C}_{f_2(x)}$, vstupní poplatek $\tilde{C}_{f_3(x)}$, TER $\tilde{C}_{f_4(x)}$ a udržitelnost (ESG) $\tilde{C}_{f_5(x)}$ následovně

$$\begin{aligned}
\mu_{\tilde{C}_{f_2(x)}}(\mathbf{r}^T \mathbf{x}) &= \begin{cases} 1 & \mathbf{r}^T \mathbf{x} \leq 0,21 \\ \frac{0,68 - \mathbf{r}^T \mathbf{x}}{0,68 - 0,21} & 0,21 < \mathbf{r}^T \mathbf{x} < 0,68 \\ 0 & \mathbf{r}^T \mathbf{x} \geq 0,68 \end{cases} \\
\mu_{\tilde{C}_{f_3(x)}}(\mathbf{e}^T \mathbf{x}) &= \begin{cases} 1 & \mathbf{e}^T \mathbf{x} \leq 1,3 \\ \frac{3 - \mathbf{e}^T \mathbf{x}}{3 - 1,3} & 1,3 < \mathbf{e}^T \mathbf{x} < 3 \\ 0 & \mathbf{e}^T \mathbf{x} \geq 3 \end{cases} \\
\mu_{\tilde{C}_{f_4(x)}}(\mathbf{o}^T \mathbf{x}) &= \begin{cases} 1 & \mathbf{o}^T \mathbf{x} \leq 1,05 \\ \frac{1,88 - \mathbf{o}^T \mathbf{x}}{1,88 - 1,05} & 1,05 < \mathbf{o}^T \mathbf{x} < 1,88 \\ 0 & \mathbf{o}^T \mathbf{x} \geq 1,88 \end{cases} \\
\mu_{\tilde{C}_{f_5(x)}}(\mathbf{u}^T \mathbf{x}) &= \begin{cases} 1 & \mathbf{u}^T \mathbf{x} \geq 78,05 \\ \frac{\mathbf{u}^T \mathbf{x} - 65,81}{78,05 - 65,81} & 65,81 < \mathbf{u}^T \mathbf{x} < 78,05 \\ 0 & \mathbf{u}^T \mathbf{x} \leq 65,81 \end{cases}
\end{aligned} \quad (88)$$

8.5.4 Model – prvotní řešení

Pro nalezení prvotního řešení, respektive výchozí skladby portfolia otevřených podílových fondů bude dle (47) formulován následující matematický model

$$\begin{aligned}
& \max \alpha \\
& 0,766 \frac{\mathbf{p}^{\mathbf{d}^T} \mathbf{x} + 8.15}{5,56} \geq \alpha \\
& 0,766 \frac{\mathbf{p}^{\mathbf{s}^T} \mathbf{x} - 0.15}{0,98} \geq \alpha \\
& 0,766 \frac{\mathbf{p}^{\mathbf{h}^T} \mathbf{x} - 3.07}{7,25} \geq \alpha \\
& 0,679 \frac{0,68 - \mathbf{r}^T \mathbf{x}}{0,47} \geq \alpha \\
& 0,907 \frac{3 - \mathbf{e}^T \mathbf{x}}{1,7} \geq \alpha \\
& 0,969 \frac{1,88 - \mathbf{o}^T \mathbf{x}}{0,83} \geq \alpha \\
& 0,679 \frac{\mathbf{u}^T \mathbf{x} - 65,81}{12,24} \geq \alpha \\
& 0,15y_i \leq x_i \leq 0,5y_i \quad i = 1,2,\dots,10 \\
& 3 \leq \mathbf{1}^T \mathbf{y} \leq 5 \\
& x_7 \geq 0,15 \\
& \mathbf{1}^T \mathbf{x} = 1 \\
& \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \\
& \mathbf{y} \in \{0,1\}^{10} \\
& 0 \leq \alpha \leq 1
\end{aligned} \tag{89}$$

Řešení modelu (89) v Lingu (kód viz [Příloha 2](#)) podává informaci o následujícím složení investičního portfolia ([Tabulka 6](#)).

Tabulka 6 Složení prvotního portfolia (vlastní výpočty)

Podílový fond	Podíl [%]
Erste Bond Europe Corporate	15
Erste Responsible Stock America	15
Erste WWF Stock Environment	45,63
ESG Mix 10	24,37

[Tabulka 7](#) pak ukazuje hodnoty jednotlivých charakteristik. Dále ukazuje relativní „naplnění“ fuzzy cíle každé charakteristiky, a to ve vážené i prosté podobě. Zejména vypovídající je hodnota v prosté podobě, vlastně stupeň příslušnosti, který demonstruje relativní vzdálenost od ideální hodnoty kritéria.

Tabulka 7 Hodnota charakteristik a jejich relativní postavení (vlastní výpočty)

Kritérium	Hodnota	Vážený stupeň	Prostý stupeň
Výnos	(-5,41; 0,76; 6,65)	(0,378; 0,474; 0,378)	(0,493; 0,618; 0,493)
Riziko	0,38	0,438	0,645
Vstupní poplatek	2,21	0,420	0,463
TER	1,52	0,419	0,433
ESG	76,09	0,571	0,840

Pozn.: Hodnota stupně pro výnos není ve formě fuzzy čísla. Hodnoty jsou postupně navázány na dolní, střední a horní parametr fuzzy výnosu.

Jak bylo možné předpokládat, míra rizika, potažmo hodnota ESG bude ideální úrovni při simultánní optimalizaci všech kritérií nejbližší. Na opačném konci jsou naopak charakteristiky nákladovosti, které jsou svou úrovní blíže hodnotě bazální. Nejnížší vážený stupeň udává hodnotu kritériální funkce modelu (89), tedy $\alpha = 0,378$.

Zpět však ke složení portfolia, které může být, spíše na první pohled, lehce překvapující. Takřka čtvrtinový podíl smíšeného podílového fondu se spíše zanedbatelnou akciovou složkou (do 10 %) jistě překvapením není, reflektuje důraz na vysokou míru udržitelnosti (ESG) a nízkou míru rizikovosti. Údiv může vzbudit dominující akciová složka portfolia, která je zastoupena participací podílového fondu Erste responsible Stock America a Erste WWF Stock Environment, u kterého je vynucen minimální podíl na úrovni 15 %. Podíl tohoto fondu je však daleko větší, což lze vysvětlit suverénně nejlepší hodnotou ESG parametru, stejně tak úrovní výnosu. Vysoká kolektivní důležitost těchto dvou charakteristik přebíjí neméně podstatnou, avšak solitérní pozici rizikovosti. Značná míra neurčitosti výnosu tohoto fondu, navíc velice časově měnlivá, zejména skrz relativně nízký spodní parametr fuzzy čísla reflektující významnější negativní extrémní výnosové výchylky, zabraňuje dosažení maximální povolené úrovně podílu. Akciový podílový fond, který očividně nemá bez razantnější preferenční změny šanci podílet se na portfoliu, je Erste Stock Biotech. Ač se jedná o fond investující do perspektivního odvětví biotechnologií, vzbuzující solidní výkonnostní očekávání, jeho pozice je v porovnání s ostatními akciovými fondy nevalná. Důvodem je značná neurčitost, nestabilní dynamika vývoje ceny podílového listu, jak nakonec dokládá [Obrázek 17](#), potažmo [Obrázek 18](#). Jeho nevýhodná pozice je umocněna vysokými poplatky, a hlavně nejnížší hodnotou faktoru udržitelnosti.

Vylepšení stupně příslušnosti spodního parametru výnosu portfolia, resp. relativní pozice vůči jeho ideální hodnotě, a tedy i celého řešení, zajišťuje dluhopisový fond

Erste Bond Euro Corporate. Jeho ESG faktor není tak vysoký jako u ostatních participantů, dokonce některé fondy ani nepřevyšuje mírou rizikovosti. Jeho pozice je však podpořena právě hodnotou spodního parametru fuzzy výnosu, ukazatele možného negativního vývoje za extrémních podmínek, která je sama o sobě lepší než ideální hodnota dosažitelná simultánně za stanovených podmínek. Pozitivní, ač malý, vliv hraje nejnižší míra nákladovosti. Přes tuto skutečnost se nabízí myšlenka, proč tento fond není upozaděn například vyšším podílem již etablovaného smíšeného fondu ESG Mix 10, který na první pohled vykazuje lepší hodnotu dvou nejdůležitějších charakteristik, rizika a ESG. Opět v tom figuruje výnos a jeho neurčitost. Dolní parametr fuzzy výnosu je sice suverénně nejméně záporný ze všech, což však negativně kompenzuje nejnižší hodnota horního. Vyšší podíl v portfoliu tohoto výnosově umírněného fondu na úkor ostatních by vedl k řešení s nižším stupněm příslušnosti, hodnota horního parametru by se vzdalovala významněji od ideálu. Obdobný příběh píše akciový fond Erste responsible Stock America, který vykazuje, stejně jako ESG Mix 10, avšak ne tak výrazně, lepší hodnoty rizikovosti a ESG faktoru. Brzdou pro větší podíl je opět rozložení neurčitosti jeho výnosu.

Technicky, z pohledu rozložení neurčitosti výnosu, solidní hodnoty rizika a ESG doplněné o rekordně nízké poplatky, vysvětlují zapojení dluhopisového fondu do portfolia. Ale co z pohledu čistě investiční strategie? Jak je v investičních kruzích zaryto, konzervativnější, potažmo balancovaný investor, by přeci měl mít významnou složku portfolia v potenciálně rizikově umírněnějších dluhopisových fondech. Nejnižší možná nenulová úroveň podílu určitě neevokuje neochvějnou pozici fondu. Spíše indikuje fakt, že se podílí na vylepšení řešení zanedbatelně. Patrně se tedy nabízí, co kdyby váha tohoto fondu byla nulová? Při zahrnutí této podmínky $x_1 = 0$ do modelu (89) nastává patrně očekávatelná situace spočívající v navýšení podílů smíšeného fondu ESG 10 prakticky o oněch 15 procentních bodů. Nové složení portfolia pak vykazuje (vážený) stupeň příslušnosti, tedy simultánní agregovanou relativní vzdálenost od charakterového ideálu jen o několik tisícín menší než u prvotně předloženého řešení. Podobný výsledek dostáváme i v situaci přidáním požadavku na vyšší podíl v předchozím odstavci diskutovaných fondů Erste responsible Stock America či ESG Mix 10. Například, co udělá s hodnotou účelové funkce modelu (89) přidáním podmínky na minimální požadovaný výnos 35 % u ESG Mix 10 za jinak stejných podmínek? Takřka nic, snížení opět řádově o tisíciny. Změna se samozřejmě projevuje v úrovních jednotlivých charakteristik. Při takové změně se některá z nejdůležitějších charakteristik zlepší, jiné zase zhorší. Dluhopisový fond Erste Bond Euro Corporate však z portfolia mizí. Jeho role však nemusí být tak

podružná. Pokud bychom vynutili vyšší podíl druhého vzpomínaného fondu Erste Responsible Stock America, akceleruje to zvýšení podílu právě inkriminovaného dluhopisového fondu. Proč? I přes nižší míru rizika a vyšší ESG faktor, akciový fond je významněji disproporční v neurčitosti svého výnosu. Absolutní rozdíl mezi středním a dolním parametrem je podstatně větší než mezi středním a horním (6,75 vs. 5,99), což potenciálně daleko významněji oslabuje hodnotu kritériální funkce upraveného modelu. Dluhopisový fond tuto negativní neurčitost svým fuzzy výnosem vylepšuje. Bez participace dluhopisového fondu by tak stupeň příslušnosti takového řešení byl přibližně 0,32, což je oproti výše zmíněným 0,378 prvotního řešení výrazně horší. Znamená to sice snížení rizika (z 0,38 % na 0,31 %), které je však doprovázeno snížením výnosnosti (z 0,71 % na 0,63 %) a faktoru udržitelnosti (z 76,09 na 71,10). Po eliminaci podmínky nulového podílu dluhopisového fondu Erste Bond Euro Corporate se stupeň příslušnosti vrací blíže k původní hodnotě (0,368 vs. 0,378). Sice dochází k navýšení rizika (z 0,31 % na 0,37 %), ale také výnosu (z 0,63 % na 0,67 %) a ESG faktoru (z 71,10 na 72,50).

Jak je to tedy s přítomností notoricky zaryté dluhopisové složky v portfoliu nadčasové vyvážené strategie s důrazem na udržitelnost investice? Na jednu stranu je evidentní, že dluhopisový fond tlumí značnou neurčitost výnosové charakteristiky akciových fondů. Na druhé straně jeho dynamika, respektive měnlivost parametrů jeho výnosu, je v porovnání s některými akciovými fondy větší. Poplatky jsou suverénně nejnižší. ESG faktor za nejlepšími pokulhává. Prvotní portfolio tento fond obsahuje v minimálním možném nenulovém podílu, což důležitost rozboru nutné přítomnosti čistě dluhopisové složky ještě umocňuje. Podívejme se ve sledovaném osmiletém období na výkonnost fondu Erste Bond Euro Corporate ([Obrázek 19](#)).



Obrázek 19 Vývoj výkonnosti (v %) podílového listu fondu Erste Bond Euro Corporate od července 2015 do června 2023 ([Investiční centrum ČS, 2024a](#))

Tento průběh objasňuje poměrně nelichotivý očekávaný výnos, který je ve své defuzzifikované podobě dokonce nepatrně záporný. To je určitě jeden ze zásadních faktorů, proč by investor váhal s investicí do takového produktu. Dluhopisový podílový fond přeci má s poměrně malým rizikem vytrvale přinášet nižší procenta zisku. Taková očekávání jsou v případě tohoto fondu oslabena poměrně značným výkonnostním pádem v průběhu roku 2022, což se na úrovni výkonnosti ve sledovaném období v dynamicky pohyblivých pětiletých cyklech negativně odráží. A přestože fond v prvotním portfoliu kvůli nižší neurčitosti výnosu figuruje, potenciální investice vzbuzuje otázky. Ty by možná mohly být oslabeny pohledem na výkonnost fondu za celou dobu jeho existence, viz [Obrázek 20](#).



Obrázek 20 Vývoj výkonnosti (v %) podílového listu fondu Erste Bond Euro Corporate od července 2003 do srpna 2024 ([Investiční centrum ČS, 2024a](#))

V delším časovém horizontu, konkrétně více než dvaceti let, lze odezřít spíše mírnější vzestupný trend, který se v námi sledovaném osmiletém období nevyskytuje, a to zejména díky pádu v roce 2022. Jak si lze povšimnout, za poslední rok byla značná ztráta z roku 2022 částečně smazána. Dle dílčí technické analýzy lze konstatovat, že v delším časovém horizontu, deset a více let, může tento dluhopisový fond bez opakujících se dramatických výkyvů působit pozitivně na výkonnost celého investičního portfolia. Jeho pozice, jak by se pro konzervativnější strategii slušelo, však není neochvějná.

Příliš jsme si nevšímalí druhého dluhopisového fondu, tj. Erste Bond Europe High Yield, který vykazuje sice podobný výnos jako jeho soupeř, s jen nepatrně horší mírou rizika, avšak významněji nižší úrovní ESG faktoru, potažmo ukazatele celkových poplatků. Jeho potenciál na participaci v portfoliu je tak o poznání horší.

Závěrem se sluší lehce zmírnit kritiku schopnosti konkurence dluhopisových fondů, a to prostřednictvím očividně významné participace smíšeného podílového fondu ESG Mix 10. Tento fond je tvořen akciovou složkou pouze deseti procenty. Podstatnější expozice má dokonce na peněžních (24 %), potažmo dluhopisových trzích (66 %). Tento fond svým mixem dokáže ve společnosti akciových fondů významně obstát. Toto již nelze tvrdit o dalších dvou smíšených fondech, které sice přináší potenciálně vyšší výnos, avšak s významnější úrovní neurčitosti a její nestability, potažmo nižší úrovní ESG faktoru a vyššími poplatky.

8.5.5 Interaktivní procedura – úprava ve směru doprovodných preferencí

Ač nyní přistoupím k určité hypotetické variantě revize portfolia, a to i z důvodu navržené revoluční myšlenky postupné úpravy na základě se dynamicky vyvíjejících preferencí, stále bude snahou zůstat, dle vlastních či převzatých zkušeností, pevně na investiční zemi. Cílem doprovodné interaktivní procedury je potenciální vylepšení řešení, tedy přiblížení složení portfolia preferenčním představám investora. Nebojím se říci, že je tato procedura až vzrušující. Odpoví totiž na otázku z předchozí analýzy v kapitole 8.5.4, jestli je pro vyváženou strategii skutečně nutná dogmatická dluhopisová složka.

Pro potenciální vyjádření dodatečných preferencí z důvodů nespokojenosti s některými vlastnostmi navrženého portfolia podílových fondů si pojďme v Tabulce 8 připomenout charakteristiky a jejich ideální a bazální hodnoty.

Tabulka 8 Hodnoty charakteristik prvotního portfolia a jejich extrémní úrovně (vlastní výpočty)

Kritérium	Hodnota	Ideální	Bazální
Výnos [%]	(-5,41; 0,76; 6,65)	(-2,59; 1,13; 10,32)	(-8,15; 0,15; 3,07)
Def. výnos [%]	0,71	2,04	-0,75
Riziko [%]	0,38	0,21	0,68
Vstupní poplatek [%]	2,21	1,3	3
TER [%]	1,52	1,05	1,88
ESG	76,09	78,05	65,81

Ač je riziko významněji blíže, respektive dále ideální, resp. od bazální hodnoty, zaměřením spíše opatrnější investor by rád jeho úroveň ještě snížil, aby částečně zahnal nejistotu, která je spojena s výkonnostním očekáváním reflektovaným

interpretačně srozumitelnou defuzzifikovanou formou dle (49). Výnos⁷³ je takřka v polovině intervalu vytyčeném extrémními hodnotami, lehce se přehupuje k úrovni ideální. Investor by, pokud by bylo třeba, dokázal část výnosu oželeť. Může však být pro něj těžké říci *kolik*? Posun samozřejmě nemůže být příliš dramatický, mohl by potenciálně znamenat i negativní výkonnostní výhled, což je naprosto nežádoucí. Akceptuje tak případné snížení o 0,1 procentního bodu, čímž by se hodnota výnosu přehoupala lehce do druhé poloviny vytyčeného intervalu. Proto uvažuje snížení o 0,05 p. b. za akceptovatelné, s případnou možností ještě dalšího ponížení o stejnou část. Tento „toleranční polštář“ dělá proces revize flexibilnější, pro poznání možné podoby portfolia inspirativnější. ESG faktor je sice dosti vysoký, bude však držet poměrně striktní pozici v otázce vlivu investice na životní prostředí, potažmo sociálně-společenské dění. Poplatky jsou spíše blíže bazální hodnotě, nebojí se však jejich hodnotu dle potřeby ještě zhoršit. Přeci jen nehrají v rozhodování takovou roli. Jak bylo v charakteru investora poznamenáno, „neviditelný“ soubor poplatků vtělený do TER zejména méně znalého investora příliš nebolí. Je tedy ochoten posunout jeho hodnotu o další 0,2 p. b. s tolerančním faktorem 0,1. Tolerance už se takřka dotýká nejhorší hodnoty, není tedy divu, že toto přiblížení mu již také nemusí být po chuti. Za účelem docílení nižší úrovně rizikovosti investice je však ochoten s lineární mírou nelibosti k této úpravě přistoupit. Intenzivněji investor vnímá poplatek vstupní, který se očividně odráží ve snížení investované částky. Zejména při vyšší investici se pak může jednat o nemalou absolutní sumu. Uvažuje tedy, s ohledem na možné hodnoty faktoru (viz [Tabulka 8](#)), střídme potenciální zhoršení tohoto poplatku o 0,1 p. b. se stejnou mírou tolerance. [Tabulka 9](#) všechny vyjádřené preference přehledně shrnuje.

Tabulka 9 Dodatečné preference k úpravě portfolia (vlastní zpracování)

Kritérium	Změna	Hodnota	Tolerance
Def. výnos [%]	zhoršení	0,05	0,05
Riziko [%]	zlepšení	x	x
Vstupní poplatek [%]	zhoršení	0,1	0,1
TER [%]	zhoršení	0,2	0,1
ESG	nezhoršení	x	x

⁷³ Výnos je na měsíční bázi. Kdyby bylo třeba, například na přání investora, defuzzifikovaný údaj není problém na roční či jinou bázi převést.

Následně je třeba vyjádření preference integrovat do modelu (89). Nejprve se zaměříme na výnos, kde je proces nejsložitější. Nejprve se musí hodnoty tolerovaných změn převést do původní fuzzy podoby, což se provede pomocí navržené formule (74) s fuzzy výsledkem (0,0008; 0,0504; 0,0978). Dále se definuje pro vyjádření výkonnostní preference trojice pravostranných fuzzy čísel $\tilde{O}_{\Delta f_1^d(\mathbf{x})}, \tilde{O}_{\Delta f_1^s(\mathbf{x})}, \tilde{O}_{\Delta f_1^h(\mathbf{x})}$ s následujícími funkcemi příslušnosti dle (80)

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{O}_{\Delta f_1^d(\mathbf{x})}}(\mathbf{p}^d \mathbf{x}) &= \begin{cases} 1 & -5,41 - \mathbf{p}^d \mathbf{x} \leq 0,0008 \\ \frac{0,0008 + 0,0008 - [-5,41 - \mathbf{p}^d \mathbf{x}]}{0,0008} & 0,0008 \leq -5,41 - \mathbf{p}^d \mathbf{x} \leq 0,0008 + 0,0008 \\ 0 & -5,41 - \mathbf{p}^d \mathbf{x} \geq 0,0008 + 0,0008 \end{cases} \\ \mu_{\tilde{O}_{\Delta f_1^s(\mathbf{x})}}(\mathbf{p}^s \mathbf{x}) &= \begin{cases} 1 & 0,76 - \mathbf{p}^s \mathbf{x} \leq 0,0504 \\ \frac{0,0504 + 0,0504 - [0,76 - \mathbf{p}^s \mathbf{x}]}{0,0504} & 0,0504 \leq 0,76 - \mathbf{p}^s \mathbf{x} \leq 0,0504 + 0,0504 \\ 0 & 0,76 - \mathbf{p}^s \mathbf{x} \geq 0,0504 + 0,0504 \end{cases} \quad (90) \\ \mu_{\tilde{O}_{\Delta f_1^h(\mathbf{x})}}(\mathbf{p}^h \mathbf{x}) &= \begin{cases} 1 & 6,65 - \mathbf{p}^h \mathbf{x} \leq 0,0978 \\ \frac{0,0978 + 0,0978 - [6,65 - \mathbf{p}^h \mathbf{x}]}{0,0978} & 0,0978 \leq 6,65 - \mathbf{p}^h \mathbf{x} \leq 0,0978 + 0,0978 \\ 0 & 6,65 - \mathbf{p}^h \mathbf{x} \geq 0,0978 + 0,0978 \end{cases} \end{aligned}$$

Do modelu se následně integrují tři podmínky dle (82). Původní podmínky související s fuzzy cíli jsou z modelu (89) eliminovány. Akceptovatelné zvýšení poplatků si vyžaduje konstrukci jednostranného trojúhelníkového fuzzy čísla pro vstupní náklad $\tilde{O}_{\Delta f_3(\mathbf{x})}$, resp. TER $\tilde{O}_{\Delta f_4(\mathbf{x})}$ s následující funkcí příslušnosti dle (58)

$$\mu_{\tilde{O}_{\Delta f_3(\mathbf{x})}}(\mathbf{e}^T \mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \mathbf{e}^T \mathbf{x} - 2,21 \leq 0,1 \\ \frac{0,1 + 0,1 - [\mathbf{e}^T \mathbf{x} - 2,21]}{0,1} & 0,1 \leq \mathbf{e}^T \mathbf{x} - 2,21 \leq 0,1 + 0,1, \\ 0 & \mathbf{e}^T \mathbf{x} - 2,21 \geq 0,1 + 0,1 \end{cases} \quad (91)$$

resp.

$$\mu_{\tilde{O}_{\Delta f_4}(\mathbf{x})}(\mathbf{o}^T \mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \mathbf{o}^T \mathbf{x} - 1,52 \leq 0,2 \\ \frac{0,2+0,1-\lceil \mathbf{o}^T \mathbf{x} - 1,52 \rceil}{0,1} & 0,2 \leq \mathbf{o}^T \mathbf{x} - 1,52 \leq 0,2 + 0,1. \\ 0 & \mathbf{o}^T \mathbf{x} - 1,52 \geq 0,2 + 0,1 \end{cases} \quad (92)$$

Do modelu pak budou přidány podmínky po vzoru (59). Původní podmínky spojené s fuzzy cíli budou opět eliminovány. Pro zachování dosažené hodnoty faktoru udržitelnosti ESG bude přidána striktní podmínka dle (50). Omezení popisující fuzzy cíl bude eliminováno. Za účelem požadovaného snížení rizikovosti investice bude do modelu přidáno omezení v duchu podmínky (53). Fuzzy cíl tohoto kritéria, respektive podmínka s ním spojená, je v původní podobě ponechána. Nyní lze po vzoru (84), v duchu všech výše zmíněných úprav, reformulovat model (89) do následující podoby

$$\begin{aligned} & \max \alpha \\ & 0,679 \frac{0,68 - \mathbf{r}^T \mathbf{x}}{0,47} \geq \alpha \\ & \mathbf{r}^T \mathbf{x} \leq 0,38 - 10^{-8} \\ & \mathbf{u}^T \mathbf{x} \geq 76,09 \\ & 0,766 \frac{0,0016 - \lceil -5,41 - \mathbf{p}^d{}^T \mathbf{x} \rceil}{0,0008} \geq \alpha \\ & 0,766 \frac{0,1008 - \lceil 0,76 - \mathbf{p}^s{}^T \mathbf{x} \rceil}{0,0504} \geq \alpha \\ & 0,766 \frac{0,1956 - \lceil 6,65 - \mathbf{p}^h{}^T \mathbf{x} \rceil}{0,0978} \geq \alpha \\ & 0,907 \frac{0,2 - \lceil \mathbf{e}^T \mathbf{x} - 2,21 \rceil}{0,1} \geq \alpha \\ & 0,969 \frac{0,3 - \lceil \mathbf{o}^T \mathbf{x} - 1,52 \rceil}{0,1} \geq \alpha \\ & 0,15y_i \leq x_i \leq 0,5y_i \quad i = 1,2,\dots,10 \\ & 3 \leq \mathbf{1}^T \mathbf{y} \leq 5 \\ & x_7 \geq 0,15 \\ & \mathbf{1}^T \mathbf{x} = 1 \\ & \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \\ & \mathbf{y} \in \{0,1\}^{10} \\ & 0 \leq \alpha \leq 1 \end{aligned} \quad (93)$$

Řešením modelu (93), kód v Lingu viz [Příloha 3](#), dostáváme další portfolio skládajících se z otevřených podílových fondů, jejichž podíly jsou zobrazeny v následující tabulce ([Tabulka 10](#)).

Tabulka 10 Složení upraveného portfolia (vlastní výpočty)

Podílový fond	Podíl [%]
Erste Responsible Stock America	28,34
Erste WWF Stock Environment	37,23
ESG Mix 10	34,43

[Tabulka 11](#) zobrazuje vlastnosti portfolia reflektované jeho charakteristikami.

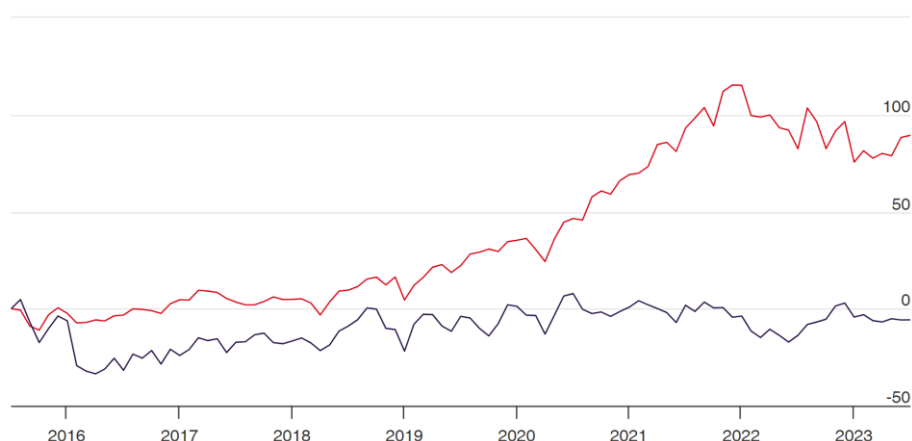
Tabulka 11 Charakteristiky upraveného portfolia (vlastní výpočty)

Kritérium	Hodnota
Výnos [%]	(-5,24; 0,8; 6,52)
Def. výnos [%]	0,74
Riziko [%]	0,33
Vstupní poplatek [%]	2,31
TER [%]	1,65
ESG	76,09

Nová skladba může na jednu stranu šokovat, na druhou stranu naplňovat některá očekávání. Šokem může být eliminace složky dluhopisových fondů, respektive posílení participace fondů akciových, což bychom u balancované strategie neočekávali. Na druhou stranu je nemálo zvýšen podíl smíšeného fondu ESG Mix 10, který dvě třetiny svého majetku investuje právě do dluhopisů, a takřka čtvrtinu do ještě méně rizikovějších instrumentů peněžního trhu. Reálně tak v portfoliu zabírá dluhopisová složka přibližně čtvrtinu, respektive složka konzervativněji zaměřená skoro třetinu, což je však dle zajetých zvyklostí pro balancovanou strategii spíše slabá expozice.

Stran očekávání je zvýšení podílu smíšeného fondu ESG Mix 10, který tlačí úroveň klíčové charakteristiky rizikovosti dolů. Takřka celý podíl dluhopisového fondu převzal fond akciový Erste responsible Stock America. A důvod? Akceptace možného zhoršení výnosu, tedy snížení hodnot všech třech parametrů fuzzy výnosu. Tento fond pak i přes již výše vzpomínanou vyšší míru neurčitosti může zvyšovat svůj podíl na úkor dluhopisové složky, protože přináší nižší míru rizikovosti svým stabilním

trendově růstovým chováním v doprovodu velice slušné úrovně charakteristiky udržitelnosti. Technicky je tento posun naprosto srozumitelný. Avšak není přeci jen pro „umírněnějšího“ investora lehce bláznivý? Připomeňme si vývoj výkonnosti ve sledovaném osmiletém období dluhopisového fondu Erste Bond Euro Corporate a Erste Responsible Stock America prostřednictvím následujícího obrázku (Obrázek 21).



Obrázek 21 Vývoj výkonnosti (v %) podílového listu fondu Erste Bond Euro Corporate (černě) a Erste responsible Stock America (červeně) od července 2015 do června 2023 (Investiční centrum ČS, 2024a)

Do jakého fondu byste v dlouhodobém horizontu radši investovali? Do fondu, který sic disponuje menší neurčitostí výnosu, avšak přináší plus mínus nulový, možná, vzdor historicky abnormální výchylce v roce 2022, lehce pozitivní výnos. Nebo byste radši investovali část svých prostředků do fondu, který sice může krátkodobě vykazovat větší výkonnostní výchylky, avšak dlouhodobě se cena jeho podílového listu vyvíjí stabilně pozitivně. Model, respektive algoritmická procedura navržené fuzzy metody vícekritériální optimalizace, navrhuje, dle mého úsudku zcela správně, druhou možnost. Ač dluhopisový fond oplývá hodnotou rizika, dle metodiky SRRI, 3, zatímco akciový fond 5, skutečnost je v dlouhodobém investičním horizontu opačná. Střetává se totiž fond s neurovnanou dynamikou bez hmatatelnějšího trendu s fondem se stabilním růstově trendovým dynamickým chováním. Tato situace je flagrantní demonstrací síly navrženého konceptu fuzzy výnosu doplněného patřičnou mírou rizika. Kombinace těchto dvou metrik tak efektivně reflektuje mnohem komplexnější pohled na výnosově-rizikový profil investice. Dle standardních konceptů měř rizika by byl akciový fond patrně zatracen, či významně upozaděn. Dle navržené metodiky však má své místo i v konzervativnější strategii. Zcela zaslouženě!

Možná bychom však měli věnovat větší pozornost jinému akciovému fondu, a to Erste WWF Stock Environment. V první chvíli je investor, jehož srdeční záležitostí je „dělat svět lepším pro život“ prostřednictvím ohleduplného chování k přírodě, životnímu prostředí, lidem, šťastný z jeho nemalé expozice. Velice si přál tento fond mít v portfoliu. Dokonce to bylo podmínkou. Úroveň ESG faktoru je oslňující. Ač je neurčitost výnosu značná, výkonnostní očekávání je velké, a to zejména z důvodu většího vychýlení horního parametru od středního fuzzy výnosu. Váha pozitivního defuzzifikovaného výnosu a ESG faktoru pak spolehlivě přebíjí všechny ostatní charakteristiky, včetně rizika. A právě rizikovost je alarmující. Hodnota, společně s vysokou mírou neurčitosti vyplývající z rozložení fuzzy hodnoty, ukazuje na velice nestabilní dynamicky se vyvíjející cenu jeho podílového listu. Horní parametr fuzzy čísla evokuje ve sledovaném období velmi významný vzestup ceny, který je však doprovázen také nemalými, avšak ne tak razantními pády. Nakonec pojďme se na průběh výkonnosti akciového fondu Erste WWF Stock Environment podívat prostřednictvím následujícího grafického zobrazení (Obrázek 22).



Obrázek 22 Vývoj výkonnosti (v %) podílového listu fondu Erste WWF Stock Environment od července 2015 do června 2023 (Investiční centrum ČS, 2024g)

Všechny výše zmíněné aspekty vývoj výnosnosti jasně demonstruje. Hodnota majetku fondu extrémně skokově narostla v době propuknutí pandemie nemoci COVID-19. Na přelomu roku 2021/2022 však započal pád, s pozitivními výchyly, který působí až do konce sledovaného období, tedy do června 2023. Jakoby se fond koncem roku po drtivém vzestupu „vyčerpal“, a od roku 2022 započal spíše „konzumační“ mód. Samozřejmě v dynamicky postupujících pětiletých cyklech v rámci osmiletého sledovaného období dochází prakticky vždy ke kladnému zhodnocení. I osmiletý výnos je stále značně pozitivní.

Krátkodobější sestupný trend trvající přibližně 1,5 roku je však patrný. Je tedy otázka, jestli do složení portfolia nezasáhnout, protože i na základě poměrně atypického vývoje je budoucí výkonnost tohoto fondu nemálo nejistá. Aktuální výsledek samozřejmě můžeme vzít, a již na základě dalších, technicko-intuitivních procesů aktuální podíly fondů upravit. Jedná se o naprosto legitimní postup, se kterým nakonec navržená rozhodovací procedura počítá. Já však nabízím ještě jiný pohled. Vyšší podíl tohoto fondu drží do značné míry jeho velice vysoká hodnota ESG faktoru. Ač je pro investora toto hledisko velice podstatné, mohl by z aktuálně vynikající hodnoty slevit. Navrhuji tak model (93) ještě rozšířit o podmínku, která by možné snížení hodnoty reflektovala. Pak pro kritériální funkci pojednávající o ESG faktoru bude definováno pravostranné trojúhelníkové fuzzy číslo $\tilde{O}_{\Delta f_5(\mathbf{x})}$, které bude dle (61) vykazovat následující funkci příslušnosti

$$\mu_{\tilde{O}_{\Delta f_5(\mathbf{x})}}(f_5(\mathbf{x})) = \begin{cases} 1 & 76,09 - f_5(\mathbf{x}) \leq 1 \\ \frac{1+1-[76,09-f_5(\mathbf{x})]}{1} & 1 \leq 76,09 - f_5(\mathbf{x}) \leq 1+1. \\ 0 & 76,09 - f_5(\mathbf{x}) \geq 1+1 \end{cases} \quad (94)$$

Se zápisu (94) je explicitně patrné, že je přeci jen ESG orientovaný investor opatrný na snížení udržitelnosti investice. Akceptuje tak, i s ohledem na rozložení extrémních hodnot, snížení o jeden bod se stejným tolerančním pásmem. Do modelu (93) se tak po vzoru (62) přidá následující podmínka

$$0,679(2 - [76,09 - \mathbf{u}^T \mathbf{x}]) \geq \alpha. \quad (95)$$

Řešením modelu (93) rozšířeného o podmínku (95), kódem v Příloze 4, dostáváme další portfolio, které se skládá z podílových fondů s mírou participace demonstrující Tabulka 12.

Tabulka 12 Složení dalšího portfolia (vlastní výpočty)

Podílový fond	Podíl [%]
Erste Responsible Stock America	36,18
Erste WWF Stock Environment	31,33
ESG Mix 10	32,49

Jednotlivé charakteristiky portfolia jsou pak zobrazeny Tabulkou 13.

Tabulka 13 Charakteristiky dalšího portfolia (vlastní výpočty)

Kritérium	Hodnota
Výnos [%]	(-5,15; 0,8; 6,4)
Def. výnos [%]	0,74
Riziko [%]	0,30
Vstupní poplatek [%]	2,35
TER [%]	1,69
ESG	75,21

Dle očekávání se snížila expozice inkriminovaného fondu Erste WWF Stock Environment, a to ve prospěch druhého akciového fondu. Pokles ESG, v akceptovatelné míře, skutečně nastává. Výnos je mírně, přibližně o 0,007 p. b., nižší, což je způsobeno redistribucí podílů společně se smíšeným fondem, jehož podíl se mírně snižuje. Díky možnému snížení ESG faktoru bylo docíleno nižší úrovně rizika (0,3 %). Změna poplatků je spíše zanedbatelná.

Pokud by investor tlačil na další snížení rizika při jinak stejných podmínkách, začal by se podíl akciového fondu Erste Responsible Stock America postupně snižovat, a to ve prospěch zejména ESG Mix 10 právě riziko nejmarkantněji snižující. Tento postup by však nebyl nikterak dramatický, protože by brzy narazil zejména na limitaci spočívající v požadavku na držení stále vysoké hodnoty ESG faktoru, která je zvyšujícím se podílem smíšeného fondu snižována, což by muselo být balancováno zvýšením podílu akciového fondu Erste WWF Stock Environment pozvedávajícím úroveň ESG faktoru. A i kdyby byla vůle investora ESG faktor redukovat, pro nezanedbatelnou redukci míry rizikovosti bychom museli přistoupit k razantnějšímu snížení výnosu. Na této operaci by se totiž významně podílel fond se suverénně nejnižším rizikem, ale také poměrně nízkým výnosem, ESG Mix 10. Proces snižování rizika by jistě rozšířil skladbu portfolia o další fond vykazující nižší míru rizika a solidní ESG hodnotu, jako je Erste Stock Global. Šanci na návrat by mohl dostat také dluhopisový fond Erste Bond Euro Corporate. Nakonec i druhý dluhopisový fond by nebyl bez šancí. Záleželo by na proporcích snižování sledovaných charakteristik. Jistá je neúčast smíšených fondů ESG Mix 30 a ESG Mix 50, které jsou svým nevalným výnosem a vyššími poplatky zastíněny právě třetím smíšeným fondem ESG Mix 10. V podobném duchu je také zatracen akciový fond Erste Stock Biotech.

Pokud již snižování ESG faktoru není žádoucí, takový proces ze své povahy za stávajících podmínek již nevede ke kýženému adekvátnímu posunu ve směru preferencí investora, který se tak rozhoduje pro aktuální řešení (viz [Tabulka 13](#)).

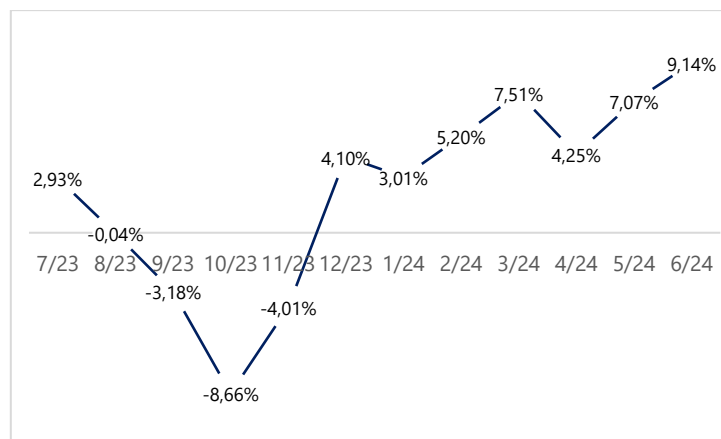
Portfolio tak obsahuje jeden fond sice vykazující vyšší míru rizikovosti, respektive nestability dynamiky vývoje ceny jeho podílového listu, což je však investorovi dosyta kompenzováno jeho silným zaměřením zejména na ochranu přírody. Rizikovým protipólem je pak významně konzervativní smíšený fond s trendově se pozitivně vyvíjejícím střídým výnosem, navíc silně podporující ESG smýšlení. Třetím společníkem, patrně překvapujícím, jdoucím proti zasetým standardům konzervativní investice, je, sic s nejnižším podílem, otevřený podílový fond zaměřující se na americký trh. Ač je vývoj ceny jeho podílového listu krátkodobě nemálo neurčitý, jeho dynamika je významně stabilní projevující se v dlouhodobě růstově trendovém chování. Slušná úroveň ESG faktoru pak umocňuje příhodnost jeho zahrnutí do portfolia.

Neradno zapomínat, že do portfolia o třech fondech vloží investor 95 % svých volných prostředků. Zbýlých 5 %, dle diskurzu z [kapitoly 8.3](#) a [8.4](#), je, experimentálně, investováno do dluhopisového fondu „bez historie“ Erste Responsible Bond.

8.5.6 Měření výkonnosti a případná revize portfolia po roce investice

Předně se sluší říci, že měření výkonnosti po roce, zejména pak provádění větších změn, je u dlouhodobé investice lehce předčasné. Avšak jak praví můj osobní bankéř, s klienty se setkává nejlépe každý půlrok. Schůzky však nemusí sloužit k nějakým překotným změnám, nýbrž k základní analýze výkonnosti fondu, jeho vyhlídek do budoucna, rozbor aktualit na straně klienta/investora a podobně. Také může být představena aktuálně nová investiční příležitost, která by mohla potenciálně portfolio rozšířit.

Jak si tedy portfolio o třech otevřených podílových fondech za první rok svého života, tedy v období od července 2023 do června 2024 vede, ukazuje následující graf ([Obrázek 23](#)).



Obrázek 23 Vývoj výkonnosti investičního portfolia od července 2023 do června 2024 (vlastní zpracování)

Nebojím se říci, že za první rok investice předčila očekávání. Výnos přes 9 % je krásný. Můj osobní bankéř se snaží vstítit i původně konzervativním investorům ideu, že v delším časovém horizontu by se neměli bát vyššího akciového podílu. Já tuto myšlenku podepisuji, a to třeba i na základě vývoje právě fondu Erste Responsible Stock America. Nelze říci, že by totéž potvrzovalo sestavené portfolio díky stavu za jeden rok, na to je to doba krátká. Může to být však slušný signál do dalších období, které se, zcela jistě, nevyvarují větším či menším (krátkodobým) zaškobrtnutím.

Podívejme se však, dle expozice investovaných fondů, na některé evropské či americké trhy. Ve sledovaném období od července 2023 do června 2024 londýnský akciových index FTSE 100 přidává 12,5 %, německý DAX 15,49 %, americký DJIA 14,9 % či S&P 500 dokonce 24,64 %. Významné evropské či americké trhy tak portfolio nepřekonává. Neříkám, že to bylo cílem, investice je ovlivněna řadou jiných, neméně důležitých faktorů, ale je to určitý signál k případnému zamyšlení. Bližší pohled na výkonnosti fondů je vypovídající. Zatímco Erste Responsible Stock America vykazuje výnos 29,79 %, a pokračuje tak v dlouhodoběji nastoupeném trendu, smíšený fond ESG Mix 10 na své poměry nezaostává s pěknými 7,57 %. Jak lze vytušit, problém nastává u výše propíraného fondu Erste WWF, který zejména v druhé polovině roku 2023, jak je ostatně patrné z následujícího grafu ([Obrázek 24](#)), prošel velmi turbulentním vývojem. Jeho analyticky identifikovaná nestabilní dynamika se zatím nadále potvrzuje.



Obrázek 24 Vývoj výkonnosti (v %) fondu Erste WWF Stock Environment od července 2023 do června 2024 (Investiční centrum ČS, 2024g)

Tento fond byl tedy strůjcem pádu hodnoty portfolia v prvních několika měsících sledovaného ročního období. Ze svého maxima za posledních 2,5 roku ubral takřka polovinu hodnoty. Od svého založení však stále velmi slušně svůj majetek zhodnocuje, což je však podníceno inkriminovaným překotným navýšením v roce 2020, jak přehledně ukazuje [Obrázek 25](#). Celkově však lze odezřít dlouhodobý vzestupný trend.



Obrázek 25 Vývoj výkonnosti (v %) fondu Erste WWF Stock Environment od jeho založení (Investiční centrum ČS, 2024g)

Patrně by se slušelo podrobit podílový list fondu technické analýze, která by svými instrumenty mohla pomoci identifikovat nákupní či prodejní signál. Poslední měsíce by mohly stabilnějším vývojem naznačovat, že fond našel nové dno, od kterého se v dohledné době odrazí. Rok je navíc poměrně krátká doba na dělání zásadních závěrů o realizaci ztráty, respektive revizi, potažmo reoptimalizaci portfolia. Nutno podotknout, že dluhopisový „odpadlík“ Erste Responsible Bond se také vyvíjí velice dobře, za rok přidává 6,72 %. Stanovuje tak své historické cenové maximum. Ač ještě

nemá dostatečnou historii pro komplexnější datovou analýzu, jeho působení lze hodnotit více než pozitivně.

A jak vlastně vypadají podíly fondů v portfoliu po roce jeho života? Srovnáme prostřednictvím [Tabulky 14](#).

Tabulka 14 Složení portfolia na počátku a po roce (vlastní zpracování)

Podílový fond	Podíl na počátku [%]	Podíl po roce [%]
Erste Responsible Stock America	36,18	43
Erste WWF Stock Environment	31,33	25
ESG Mix 10	32,49	32

Zatímco smíšený fond ESG Mix 10 si prakticky drží svou pozici, část expozice v akciovém fondu Erste WWF Stock Environment se „přelilo“ do fondu Erste Responsible Stock America.

Přestože je výkonnost investičního portfolia vcelku pozitivní, jeho revizi to nezabraňuje. Může se jednat i o realizaci zisků jednoho či obou podílových fondů, a to zejména v případě nějaké náhlé potřeby disponibilních prostředků. Prostředky mohou být samozřejmě využity i k reinvestici prostřednictvím dalších fondů. Investor se naopak může zaleknout, a realizovat dílčí ztrátu prodejem prodělečného akciového fondu Erste WWF Stock Environment. Nabité prostředky pak může reinvestovat či užít dle jiné potřeby. Tyto úpravy mají spíše neoptimalizační povahu, ač mohou být prováděny na základě datové, technické analýzy.

Další možností je využít navrženou fuzzy metodu vícekriteriální optimalizace, která však bude implementována na aktuálnějších datech. Jelikož jsme se posunuli o jeden rok, inkriminované období pro určení, potažmo výpočet charakteristik je tedy červenec 2016–červen 2024. V [Tabulce 15](#) vidíme jejich konkrétní podobu.

Tabulka 15 Sledované charakteristiky podílových fondů po roce investice
(Investiční centrum ČS, 2024i; Erste Asset Management, 2024e; vlastní
zpracování/výpočty)

Podílový fond	Výnos [%]	Riziko [%]	Náklady [%] vstupní; TER	ESG
Erste Bond Euro Corporate	(-2,77; -0,17; 2,24)	0,18	0; 0,74	65,01
Erste Bond Europe High Yield	(-2,59; -0,08; 2,23)	0,19	0; 1,18	59,58
Erste Responsible Stock America	(-6,13; 1,04; 7,2)	0,19	0,64; 2,03	69,55
Erste Responsible Stock Global	(-7,27; 0,8; 7,7)	0,19	0,64; 1,79	69
Erste Stock Biotec	(-6,75; 0,08; 9,75)	0,65	0,64; 2,07	56
Erste Stock Global	(-6,55; 0,72; 7,17)	0,29	0,64; 2,09	64,21
Erste WWF Stock Environment	(-10,55; 1,33; 11,97)	0,68	0,64; 1,78	83
ESG Mix 10	(-1,14; 0,04; 1,39)	0,11	0; 1,21	74
ESG Mix 30	(-2,46; 0,06; 2,26)	0,27	0; 1,66	71
ESG Mix 50	(-3,68; 0,09; 3,05)	0,28	0; 2,47	69

Pojďme se zastavit u několika zajímavostí. Ještě větší rozkolísanost, pod tíhou dalšího snižování ceny podílového listu, fondu Erste WWF Stock Environment nepřekvapuje. Až šokující je ponížení míry rizikovosti fondu Erste Responsible Stock Global, která je způsobena po pádu od roku 2022 do poloviny roku 2023 nastoupeným ročním trendem (do června 2024). Výkonnost fondu tak ve sledovaném období vykazuje poměrně stabilní pozitivní trendové chování fondu. Poplatky TER zůstávají beze změny, ESG faktor jakbysmet. Většinou udávaná hodnota pro „přelom“ dvou let 2024/2025 ještě není k dispozici. Nakonec zvláště se patrně může jevit hodnota poplatků vstupních, které by se při reoptimalizaci portfolia daly označit za transakční. Jak bylo uvedeno v kapitole 2.3.7, výměnou investice mezi podílovými fondy se platí pouze rozdíl jejich vstupních poplatků, pokud je však kladný. Logicky je pak vstupní poplatek u fondů s jeho původně jednotkovou hodnotou nulový, protože ať bude potenciálně investice do tohoto fondu realizována přesunem prostředků z jakéhokoliv ze třech aktuálně přítomných fondů, jejich vstupní náklad pod jednotku neklesá. U dalších fondů je proces

stanovení transakčních nákladů složitější. [Borovička a Nový \(2022\)](#) navrhuje porovnat aktuální vstupní poplatek fondu s aktuální nákladovou pozicí celého portfolia. Transakční poplatek u i -tého podílové fondu pak bude následující

$$e_i^{tr} = \max\{0, e_i^a - \mathbf{e}^a \mathbf{x}^a\} \quad i = 1, 2, \dots, 10, \quad (96)$$

kde $\mathbf{e}^a = (e_1^a, e_2^a, \dots, e_{10}^a)$ je vektor aktuálních vstupních poplatků podílových fondů, vektor $\mathbf{x}^a = (x_1^a, x_2^a, \dots, x_{10}^a)$ pak sdružuje aktuální podíly fondů. Tento aproximativní přístup může velice efektivně zohlednit nákladové zatížení výměny mezi podílovými fondy.

Pokud na aktualizovaná data z [Tabulky 15](#) aplikujeme základní model (89), dostáváme následující portfolio, viz [Tabulka 16](#).

Tabulka 16 Složení prvotního reoptimalizovaného portfolia (vlastní výpočty)

Podílový fond	Podíl [%]
Erste Bond Europe Corporate	15,02
Erste Responsible Stock America	15
Erste WWF Stock Environment	41,3
ESG Mix 10	28,68

[Tabulka 17](#) pak ukazuje hodnoty jednotlivých charakteristik.

Tabulka 17 Hodnoty charakteristik prvotního reoptimalizovaného portfolia (vlastní výpočty)

Kritérium	Hodnota
Výnos [%]	(-6,04; 0,63; 6,81)
Deff. výnos [%]	0,55
Riziko [%]	0,37
Vstupní poplatek [%]	0,36
TER [%]	1,56
ESG	74,88

Ač výnos akciového fondu Erste WWF Stock Environment oslábl, stejně si udržuje v portfoliu, díky vysokému faktoru ESG, značný, i když nižší podíl (41,3 % vs. 45,63 %). Tyto prostředky jsou využity na zvýšení expozice ESG Mix 10, který si za uplynulý rok

upevnil výkonnostní pozici. Akciový fond Erste Responsible Stock America se vyvíjí trendově obdobně, proto je jeho míra rizika nepatrně o něco menší, a to při obdobné neurčitosti výnosu. Jeho podíl je tak opět 15 %. Tenká hranice mezi dvěma uvažovanými dluhopisovými fondy tentokrát byla překročena vstříc Erste Bond Europe High Yield, což je zejména zapříčiněno pozitivnějším vývojem ceny podílového listu v „testovacím“ roce.

Ve světle chřadnoucího výnosu fondu Erste WWF Stock Environment je výnos o něco menší než u prvotního portfolia (0,55 % vs. 0,71 %). Ostatní charakteristiky jsou na podobných úrovních. ESG faktor lehce klesl z důvodu rošády dluhopisových fondů. Hodnota vstupního poplatku je aproximativní, v duchu navrženého konceptu reprezentovaného formulí (95). Uváženou změnou by se prakticky dalo docílit nulových, resp. zanedbatelných poplatků, což nakonec uvedená hodnota evokuje.

V duchu zásadně nezměněných preferencí investora by opět proběhla interaktivní procedura⁷⁴, která by procesně i fakticky vedla obdobným směrem jako u prvotního portfolia z července roku 2023. Dluhopisový fond by opět neudržel své pozice. Podíl by navýšil fond Erste Responsible Stock America, ač by jeho pozice byla významně ohrožována fondem Erste Responsible Stock Global. Po úpravách bychom pak mohli dojít k portfoliu s obdobnou podílovou pozicí smíšeného fondu ESG Mix 10, doprovázeným stejnou dvojicí akciových fondů, avšak s oslabenou pozicí Erste WWF Stock Environment o přibližně pět procentních bodů, které se připíší na fondu Erste Responsible Stock America. Dostáváme tak portfolio, které je velice podobné svým složením aktuálnímu, viz [Tabulka 16](#).

Ač se ukazují zajímavé takřka alternativní investiční příležitosti, jako je díky své stabilnější dynamice akciový fond Erste Responsible Stock Global, složení portfolia zůstává při starém. Navíc pozitivní, či negativní vlivy jsou indikovány z pohledu dlouhodobé investice prostřednictvím relativně krátkého časového úseku (1 rok). Na zásadnější závěry při aktuálních tržních podmínkách zatím není důvod. Delší čas teprve ukáže...

⁷⁴ Podrobný popis procesu již není možný přes značný rozsah do práce zahrnout. Principiálně se však jedná o stejné procesy jako v případě prvotního portfolia, které jsou detailně popsány.

8.6 A co jiné investiční strategie?

Určitě se nabízí investor ještě s daleko větší odvahou na cestě za vyšším výnosem. Potenciální vyšší riziko tak pro něj není takovou překážkou, dokáže ho podstoupit. Nejednalo by se však zase o nějakého spekulanta, který čeká každou minutou na nějakou senzační investiční příležitost na základě nenadále informace, situace a podobně. Takový investor by navíc nebyl dobrým kandidátem investice do podílových fondů, které nemají intradenní likviditu. Větší důležitost (váha) výnosu, doprovázena nižší důležitostí (váhou) rizika, nasměřuje investici významněji do akciové složky, zejména posílení pozice již vzpomínaných fondů Erste Responsible Stock America a Erste WWF Stock Environment. Snižující se obava z nenaplnění výkonnostních očekávání bude pozici fondu investujícího na americkém trhu oslabovat, a to patrně nejen ve prospěch Erste WWF Stock Environment, ale také Erste Stock Global, případně Erste responsible Stock Global. V rozsahu přeskupení prostředků, může hrát roli právě důraz na udržitelnost, která o něco pozitivněji vyznívá pro Erste Responsible Stock Global.

I při těchto změnách může hrát stále aktivní roli smíšený fond ESG Mix 10, který vykazuje druhou nejvyšší míru ESG. A s tím se nabízí další investiční postoj. Investor nelhostejný k udržitelnosti si vytypoval otevřené podílové fondy v nabídce České spořitelny, potažmo Erste Group Bank. Všechny tyto fondy jsou zařazeny do skupiny speciální skupiny, které udržitelnost, i když v různém stupni naplnění, vykazují. Pokud by takový investor již dále fondy nechtěl rozlišovat, ESG faktor by vlastně mohl být eliminován, případně by mu byla přiřazena nízká či velmi nízká důležitost. Pak by samozřejmě padla významná výhoda fondu Erste WWF Stock Environment. Při výnosově agresivnější strategii by však stále byl silným hráčem s potenciálem nemalé participace na portfoliu. Pro konzervativní strategii by pak atraktivita tohoto fondu významně klesla ve prospěch smíšeného ESG Mix 10, akciových fondů Erste Responsible Stock America či Erste Stock Global, potažmo i fondů dluhopisových.

Ta či ona strategie navrženou procedurou, potažmo metodou, může být efektivně zohledněna předvýběrem investičních instrumentů, vyjádřením důležitosti uvažovaných charakteristik a jejím vývojem, či doprovodnými podmínkami portfolio utvářejícími.

8.7 Přesah do investiční praxe

Portfolio vytvořené pomocí navržené procedury v rámci [kapitoly 8.5](#) je v souladu s preferencemi investora, který do něj tak může uložit své volné finanční prostředky. Na druhou stranu je nutné zdůraznit, že nemusí sloužit jen pro bezprostřední investici, nýbrž jako inspirace pro jeho finální podobu, jak bylo nakonec v několika dílčích závěrech předcházejících subkapitol naznačeno. Výsledky fuzzy metody vícekriteriální optimalizace poskytují robustní podporu reflektující vyjádřené preference. Intenzivně tak udávají směr, kterým by se složení portfolia mělo ubírat. Přesto se může stát na trhu nenadálá událost, která změní sentiment, přehodnotí preference investora. Může se změnit investorova životní situace. Může se i naskytnout neočekávaná investiční příležitost (např. emise dluhopisu apod.). Může tak dojít k určité „postoptimalizační“ revizi. Jinými slovy, investor má „v ruce“ velmi mocný nástroj, který mu poskytuje intenzivní podporu k nasměrování cesty k pro něj nejpriznivějšího složení investičního portfolia. Rozhodně však nedisponuje dogmatickou zbraní, která by všemu vládla.

Podoba portfolia, a její geneze, byla výše popsána, myslím, do patřičného detailu. Diskusi možná unikl jeden aspekt, a to počet fondů v portfoliu. Minimální, resp. maximální limit byl stanoven na 3, resp. 5 fondů, který byl utvářen důvodnými oboustrannými podílovými limity. Výsledné portfolio bylo tříčlenné. Rozhodně však nelze říci, že by se počet elementů vždy pohyboval na spodní úrovni. Tento proces závisí na datové základně, potažmo preferencích vyjádřených investorem. Při mých nesčetných revizních pokusech vycházela, za stanovených podmínek, i vícečetná portfolia. Výsledek je tak vždy v souladu s podmínkou spíše menšího počtu aktiv reflektující investiční postoj prezentovaný v [kapitole 8.4](#).

[Kapitola 3.7.2](#) pojednává o mýtech spojených s udržitelnými investicemi, a jejich boření. Zejména se vyjadřuje ke tradování, že pro vyšší míru udržitelnosti je třeba částečně obětovat (očekávaný) výnosu. Jak to v tomto ohledu vypadá s naší investicí? Proces sestavování portfolia spíše ukazuje opak. Do portfolia se dostávají fondy, které mají vyšší míru očekávaného zhodnocení. Investiční realita na jedné straně tento aspekt potvrzuje výnosem nad očekávání pozitivním, avšak na druhé straně limituje negativním vývojem fondu s největší ESG expozicí. Dílčí výsledek jde nakonec ruku v ruce s ideou mého osobního bankéře, který se i konzervativní investory snaží přesvědčit o vyšším podílu akciové složky, která povětšinou v dlouhodobém horizontu přináší nemalé zisky navíc. Z ročního působení

dlouhodobé investice však nelze vyvozovat žádné v tomto ohledu významnější směrodatné závěry.

Rozhodovací procedura, zejména svou interaktivní částí, je velmi flexibilní. Pakliže je investor schopen své doprovodné preference formovat přesně, mohou být vyjádřeny pomocí striktních omezení. Bez tolerančního pásma lze vyjádřit vágní preferenci v podobě pouze jednoho „změnového“ parametru. Metoda tak dokáže reflektovat kombinaci striktních a vágních charakteristik, vyvíjející se preference o jejich hodnotách, potažmo o dalších vlastnostech investice. Modelářsky tak integruje kritériální funkce se striktními i fuzzy koeficienty, omezení s fuzzy koeficienty, potažmo fuzzy relace. Neexistuje tak preferenční situace, která by nemohla být do postupu kvantitativně zahrnuta. Flexibilitu metodiky podtrhává fakt, že ji lze využít i bez interaktivní procedury úpravy portfolia.

Výstupy lze využít jak pro investici jednorázovou, tak pravidelnou či sekvenční, tedy s časově (ne)pravidelným revizním reoptimalizačním procesem. Nemusí se jednat jen o podílové fondy, nýbrž o akcie, dluhopisy, burzovně obchodované fondy a další. Někdo by mohl klást legitimní otázku, proč je v této práci sestavováno portfolio jen z ESG fondů. Nebylo by příhodnější vytvořit obsírnější portfolio s požadavkem na minimální podíl udržitelné (ESG) složky? Jedná se o alternativní pohled, který je zcela jistě možný. Navíc je technicky velmi jednoduše uskutečnitelným, zavedením dalších podmínek do modelu, proveditelný. Vždy záleží na konkrétní situaci jedince, na jeho investiční politice. Já jsem profilel investora se silným zatížením na udržitelné aktivity. Neznamená to však, že chce úpěnlivě investovat jen do tohoto segmentu. Klidně již může „neudržitelné“ portfolio mít v držení, a nyní se snaží o další, striktně se zaměřující na šetrný přístup k přírodě, společnosti. Navíc takto vyhraněný pohled může vést k daleko hlubší analýze ESG investic. A jak bylo řečeno již několikrát výše, investor může disponovat několika portfolii, které v rámci zastřešující strategie žijí vlastním životem. Investičních situací tak existuje celá řada. Adaptace podpůrného nástroje na tu konkrétní je pak jeho významnou a velice žádanou devízou.

Jednu z vlastností, kterou jsem kladl na vyvíjený koncept, byla uživatelská přívětivost při implementaci v investiční praxi. Samozřejmě, jedná se o sofistikovanou metodu založenou na procesech a přístupech teorie rozhodování, potažmo teorie fuzzy množin. Bez patřičného fundamentu nelze algoritmus metody do detailu pochopit. Jednotlivé kroky, dovolím si tvrdit, jsou pro širší spektrum uživatelů, věcně jasné. Uživatelskou přívětivost podtrhuje snaha o eliminaci informací těžko dosažitelných od rozhodovatele (užitková funkce, substituční hodnotové vztahy mezi funkcemi,

cílové hodnoty apod.). Nakonec softwarová implementace také nemusí být závažnou uživatelskou překážkou, pokud ovládá buď nějaký optimalizační software, nebo „obecnější“ program/jazyk typu R či Python. V doprovodu s „excelovskými“ vstupy i výstupy může tvořit velice efektivní softwarovou implementační podporu. K ještě přívětivější implementaci se nabízí vyvinutí aplikace⁷⁵.

Na „konci“ této kapitoly bych navázal na její počátek. To, že nelze představený postup investičního rozhodování považovat za dogmaticky „nejlepší na světě“, svědčí už jen existence řady dalších postupů, nástrojů, metod, které jsou, mimochodem, využívány daleko častěji. Jedná se však většinou o dílčí přístupy, na základě jejichž výsledků pak je, povětšinou intuitivně, portfolio tvořeno. Navržená metodika dokáže většinu těchto výstupů integrovat, a následně poskytnout exaktní kvantifikaci podílů aktiv v portfoliu. To jest určitě její nesporná výhoda. Ale proč ještě je vlastně tak dobrá? A jak to lze poznat? Lze říci, že konkrétní metoda dává obecně „lepší“ výsledky, tedy „lepší“ portfolio než jiná? A co je to vlastně „lepší“ portfolio?

Tato cesta srovnávání metod, potažmo jejich výstupů, je slepá. Pokud nějaká metoda vytvoří portfolio, které má v následném období výkonnost lepší než jiné, nelze o ní říci, že je lepší. Stačí změnit základnu vstupní dat, a výsledky mohou být opačné. Navíc výnos není ve vícekritériálním procesu jedinou sledovanou charakteristikou. Metody tak na konkrétních vstupních datech poskytují nedominovaná řešení. Stále je třeba mít na paměti, že se pohybujeme v prostředí plném nejistoty, neurčitosti, které porovnávání metod neulehčuje. Porovnání algoritmů metod řešící identický problém, tedy vytvoření portfolia, je možné efektivně provést. Takové algoritmy (optimalizační, evoluční, neuronové sítě apod.) lze porovnávat dle doby hledání (optimálního) řešení, vzdálenosti od ideálního řešení a podobně. Takto lze nakonec hodnotit metody, které řeší v proceduře integrované matematické modely.

Já však stojím primárně před jiným úkolem, a to je konfrontovat můj naprosto netradiční přístup, založený na fuzzy interaktivní metodě vícekritériální optimalizace, vedoucí k tvorbě portfolia, s existujícími koncepty. Dle mého názoru cesta vede přes hodnocení schopnosti popisu reálné investiční situace. Dokáže přístup zohlednit neurčitá, vágní vstupní data? Je schopen zahrnout všechny potřebné charakteristiky, potažmo výstupy dílčích investičních nástrojů? Umí vyjádřit rozdílnou důležitost kritérií? Dokáže také absorbovat nejisté, aktivně se vyvíjející preference investora?

⁷⁵ Tvorba aplikace by však vydala na samostatný příběh, který jde nad rozsahový rámec habilitační práce.

Svede existující portfolio revidovat? Je vlídný vůči investorovi, nežádá tak od něj neadekvátní informace? Pokud si na všechny, a ještě možná další doplňující otázky odpovíme kladně, pak je metoda opravdu dobrá, efektivní, souznějící s investiční realitou. Její výsledky pak může investor brát vážně, mít v nich důvěru. Tento fakt je nesmírně důležitý pro přijetí tak zásadního rozhodnutí, kterým investice bezpochyby je. Mimochodem, se vši skromností, na všechny uvedené otázky odpovídám „ano“.

Jak bylo vzpomínáno výše, metod a přístupů optimalizace portfolia vidíme v odborné literatuře téměř nekonečné množství, a to i v prestižních časopisech. Tyto články většinou obsahují návrh právě příslušné metody sloužící k sestavení investičního portfolia. Každá další metoda je patrně lepší „o něco“ než ty předchozí. Čekal bych, že to jejich autoři budou chtít dát okázale najevo, a to prostřednictvím praktického využití při investování na kapitálovém trhu. Co však můžeme nalézt povětšinou v empirické části těchto děl? Ilustrativní příklad pracující s daty někdy nejasného původu, řadu parametrů vyžadovaných algoritmy metod, jejichž úrovně jsou, neznámo jak, určeny. Čtenář se často jen domýšlí o zvolené investiční strategii. Apeluji, abychom si uvědomili, že metody založené na matematickém programování, se v investiční realitě prakticky vůbec nepoužívají. O to je pozoruhodnější, že existují stovky článků v odborných periodikách s těmito metodami se zabývajícími. Jedná se tedy o desítky až stovky metod, které nejsou využívané a patrně ani využitelné v investiční praxi, což nakonec okázale demonstruje žalostná „praktická“ část reprezentovaná banální ilustrační úlohou na hony vzdálenou od reálného života na kapitálové trhu. Jejich smysl, přidaná hodnota, je tak diskutabilní. Toto zjištění je, upřímně řečeno, velmi smutné. Mojí snahou byl tento metodologický exces napravit, a tedy ukázat, že i takové metody mají v investičním rozhodování místo, a nejsou jen teoretickým konstruktem sloužícím sám sobě.

8.8 Aplikační specifika, potažmo limity navržené procedury

Myslím, že pochvalných ód na navrženou investiční rozhodovací proceduru bylo dosti. Nyní je třeba se zastavit i u potenciálních nedostatků, které povětšinou souvisí s jejími aplikačními specifiky, případně obecnějšími aspekty prostředí kapitálového trhu.

Při vytváření investičního portfolia jsme byli konfrontováni s chybějícími daty o cenách ve stanoveném období. Nejednalo se však o jeden či dva údaje v dlouhé

řadě hodnot. Ten by bylo možné dostupnými metodami (zprůměrováním sousedních hodnot apod.) překonat. Šlo o delší části časových řad, jejichž absenci způsobila příliš krátká existence investičního instrumentu. V drtivé většině publikací dochází k eliminaci takových aktiv. Takové rozhodnutí však může být velmi krátkozraké. Investora může připravit o zajímavou investiční příležitost. Pokud tyto studie nechceme napodobit, musíme vymyslet jiný způsob, naopak integrace do rozhodovacího procesu. Inspiraci k řešení nelze prakticky v literatuře nalézt. Navrhl jsem oddělení investic, což se v investiční praxi osvědčilo. Rozhodování je však více intuitivní, protože se opírá o příliš málo dat, v případě nového produktu o žádná. O to více je možné naslouchat investičním analytikům, potažmo poradcům, bankéřům, jaké vydávají ohledně těchto instrumentů doporučení. Tato „experimentální“ investice je oddělena od hlavní, optimalizované. Vyhodnocení též probíhá soliterně. Po uplynutí dostatečně dlouhé doby může docházet ke společné revizi, a reoptimalizaci portfolia jako celku. Jinak více soliterních portfolií není neběžnou záležitostí. Udržují větší přehled, potažmo pozornost investora.

Potíž může nastávat také s nehomogenní skupinou uvažovaných investičních instrumentů, rozumějme zejména z pohledu jejich charakteristik. Už jen třeba akcie a dluhopis mají v porovnání rozdílné, či jinak měřitelné charakteristiky. U akcie sledujeme kapitálový, potažmo dividendový výnos. U dluhopisu je to pak výnos úrokový, resp. kuponový. Jak společně hodnotit akcii s dividendou a dluhopis s kuponem? Jsou tyto charakteristiky porovnatelné? A jak třeba hodnotit jen akcie s dividendou a bez ní, které tak budou mít přirozenou nevýhodu? Riziko spojené s investicí do akcie povětšinou měříme určitou metrikou navázanou na měnlivost její ceny, respektive výnosu. Riziko spojené s dluhopisem, tedy možnost neschopnosti společnosti splácet své závazky, je většinou hodnoceno mezinárodním ratingem (Dluhopisy, 2024). A co teprve ještě nesourodější společnost podílového listu a finančního derivátu? Opět bych se vrátil k již výše několikrát vzpomínanému konceptu oddělení investic. Po prvotním určení rozložení prostředků do různých investičních oblastí, potažmo nástrojů, je příhodné provedení soliterních analýz v rámci každé skupiny. Společná optimalizace by mohla přinášet nepatřičná úskalí v porovnatelnosti aktiv, což by mohlo mít za následek vychýlení výsledků projevující se v nepatřičném protěžování či naopak zatracování určitých typů aktiv.

Revize investice po čase přináší i nové možnosti. Mohl se objevit nový produkt, podílový fond, dluhopis, emitovaná akcie apod. Při revizi portfolia patrně nemáme dostatek dat pro nastavený reoptimalizační proces. Přesto lze individuálně do investičního portfolia takový produkt zahrnout. Jak bylo uvedeno výše, síla jeho

postavení se hodnotí spíše experimentálně, ač v rámci předem nastaveného investičního záběru, a to na základě všech dostupných informací. Při revizi portfolia však můžeme sáhnout k jiným produktům vykazující dostatečně dlouhou historii pro vyčíslení kýžených charakteristik. Takové investiční instrumenty mohou být přirozeně zahrnuty do procedury společné reoptimalizace, s patřičným ohledem na všechny akcelerující aspekty, např. transakční náklady apod.

Jak bylo konstatováno, navržená metodika dokáže pracovat s výstupy jiných analytických procedur, jako je fundamentální či technická analýza. Do vícekriteriálního procesu pak může být vpravena vnitřní hodnota akcie konfrontována s aktuální, potažmo obchodní příkaz z toho plynoucí, stejně tak zahrnuta hodnota vybraných ukazatelů technické analýzy, potažmo informace o nákupním/prodejním signálu z technicky grafického rozboru vývoje ceny instrumentu. Tyto a další informace (např. o sentimentu apod.), mohou být zohledněny jak v prvotní fázi výběru investičních instrumentů, tak při samotné optimalizaci portfolia. Zejména pokud jsou tyto informace integrovány do vícekriteriálních modelů, můžeme docházet k prvotně překvapujícím výsledkům. Totiž do portfolia může být vybráno aktivum, u kterého je identifikován prodejní signál, či záporný očekávaný výnos. Takový výsledek se zdá býti absurdní. Avšak nesmíme zapomínat na fakt, že se jedná o vícekriteriální rozhodovací proces. U takových aktiv převážilo pozitivní hodnocení u jiných, patrně neméně podstatných charakteristik. Například, investice s bohulibým ESG záměrem, pro investora tak důležitým, může vykazovat mírně záporný očekávaný výnos. Hledisko udržitelnosti však tak silné, ve společnosti ostatních charakteristik, že se nakonec takové aktivum do portfolia prosadí. Je však tedy investor v duchu svého zarputilého ekologického, sociálně-společenského vnímání ochoten obětovat výnos, případně akceptovat ztrátu? To by musel být skutečně nějaký filantrop. Běžný investor chce zcela jistě generovat zisk. Takový instrument je třeba dále zkoumat, z pohledu jeho rizika, historického vývoje jeho ceny, potažmo výnosu v dalších časových obdobích, jak to bylo například v kapitole 8.5.4 v případě dluhopisového podílového fondu Erste Bond Euro Corporate. Výsledkem pak může být dodatečná omezující podmínka o jeho podílu, či utvrzení o jeho stávající expozici.

Z mnoha výše uvedeného platí, jak nesmírně důležitá je interpretace, a následný rozbor dosažených výsledků, ať už optimalizačních, reoptimalizačních či aproximativních postupů. Co znamenají hodnoty sledovaných charakteristik pro investiční rozhodnutí? Proč je podíl onoho instrumentu tak vysoký? Odpovědi na tyto a řadu dalších otázek jsou naprosto zásadní pro přijetí uspokojivého řešení.

9 Závěr

Habilitační práce se zabývá fenoménem dnešní doby, investičním rozhodováním na kapitálovém trhu. Jelikož se jedná často o poměrně složitý proces, utvářející se řadou okolností deterministických i vágních, (ne)určité povahy, takřka nezbytná metodika pro jeho podporu se tak přirozeně stala jejím výzkumným středobodem.

Zastřešující cíl zněl ambiciózně – navržení komplexní investiční rozhodovací procedury, s akcentem na vytvoření investičního portfolia, která by dokázala reflektovat aspekty utvářející investiční rozhodnutí. Tento cíl lze naplnit jen za předpokladu, že bude metodika reflektovat potenciální kombinaci striktních a vágních vstupujících dat o různých charakteristikách, neurčité, v čase se vyvíjející preference investora o charakteristikách, respektive jejich hodnotách, potažmo důležitosti. Pro praktické naplnění zastřešujícího cíle je na metodiku kladen požadavek uživatelské vstřícnosti, který by se měl projevovat zejména ve vlídném a citlivém, avšak aktivním zapojení investora (uživatele) do procesu tvorby portfolia.

Pro účely vytvoření investičního portfolia byla navržena fuzzy interaktivní metoda vícekriteriální optimalizace, jejíž využitelnost v investiční praxi byla demonstrována prostřednictvím unikátní případové studie pojednávající o optimalizaci portfolia udržitelných (ESG) otevřených podílových fondů. Investiční praxe odhalila, respektive potvrdila komplexnost navržené metodiky projevující se v možnosti zanesení striktních i fuzzy dat, přibližných preferencích investora, měnících se v průběhu interaktivního utváření složení portfolia. Právě přístup kontinuálního zapojení investora se ukázal jako stěžejní algoritmický článek napomáhající k vytvoření portfolia dle jeho představ. Významnou roli při vyjadřování neurčitých, přibližných, vágních aspektů sehrál aparát teorie fuzzy množin, konkrétně zejména koncept trojúhelníkového fuzzy čísla. Ten dal nakonec vzniknout originálnímu konceptu nestabilní dynamiky, která stojí na základě myšlenky časově nestálé neurčitosti ceny, potažmo výnosu, což je detekováno nestabilitou parametrů trojúhelníkového fuzzy čísla výnos opisujícího. Zvolená metrika nestability, jakožto míra rizika, utváří společně s vágním, fuzzy výnosem komplexní obrázek o dynamickém, trendovém chování aktiva. Pozitivní výkonnost investice za první rok jejího života je už jen třešničkou na dortu úspěšně navrženého procesu.

Naplnění podpůrného, doprovodného cíle vtěleného do případové studie, dokazuje funkčnost vyvinuté fuzzy interaktivní metody vícekriteriální optimalizace, která je stěžejní součástí představené metodiky pro podporu investičního rozhodování.

Tvorba portfolia na českém trhu s podílovými fondy však také poukazuje na nemalou významnost všech doprovodných aktivit, tj. specifikace investiční politiky/strategie, (před)výběr adekvátních investičních instrumentů, stanovení popisných charakteristik či sběr potřebných dat, bez jejichž důsledné realizace by proces tvorby portfolia proběhl nepatřícně, s potenciálně zkreslenými výsledky neodpovídajícími podmínkám investiční reality. Empirické naplnění komplexního obrázku investičního rozhodování činí navrženou metodiku významným podpůrným nástrojem při tvorbě investičního portfolia.

Plnění stanovených cílů též bylo podpořeno řadou dílčích aspektů. Čtenář se tak může základně seznámit s kolektivním investováním, respektive s kapitálovým trhem podílových fondů, s akcentem na aspekt udržitelnosti. Vybrané fragmenty teorie rozhodování, respektive teorie fuzzy množin, napomáhající pochopit navržené algoritmické procesy, nemohou chybět. Vedle stěžejního fuzzy výnosu, potažmo míry rizika, nejsou v popisu opomenuty i další, více či méně důležité faktory.

Ač o naplnění třech provázaných cílů habilitační práce není pochyb, výzkumná aktivita v této oblasti zajisté není vyčerpána. Tradičně se nabízí aplikace na jiná data, respektive jiné investiční instrumenty. Pro mne až delikátní je oblast méně tradičních investic, konkrétně do vody, případně půdy, jakožto životně důležitých komodit. Z praktického hlediska by stálo za úvahu integrovat do procesu analýzu sentimentu spočívající v rozboru nálady investičních článků potenciálně ovlivňujících investiční rozhodnutí. Takový proces by mohl zefektivnit zpracování těchto příspěvků. Dále však vyvstává několikero spíše teoretických otázek. Ač jsem se odůvodněně vydal cestou fuzzy charakteru výnosu, alternativně by ho, případně další charakteristiky, aspekty investování, bylo možno vnímat jako fuzzy stochastický element, tedy prvek s pravděpodobnostním charakterem vykazující neurčité parametry. Alternativně by metodika mohla vykazovat kombinovanou strukturu individualizovaných fuzzy a stochastických elementů, což však již povětšinou zavdává vzniku zejména výpočetních těžkostí. Svět neurčitosti, nejistoty, často (zdánlivě) chaotických projevů, by patrně mohl být alespoň ve svých parciálních oblastech vystihnuteľný, popsateľný, instrumentářem, pro mne zatím neprobádanou, teorií chaosu, která patrně vykazuje ve finanční oblasti drímající potenciál. Zamyšlení by si také zasloužila technika porovnávání trojúhelníkových fuzzy čísel integrovaná do formulovaných modelů.

Habilitační práce tak nejen řadu zásadních otázek zodpovídá, ale také iniciuje další, což dokládá živost a atraktivitu investičního tématu.

Literatura

AAll. (2024a, 16. srpna). *Sentiment Survey Historical Data*.
https://www.aaii.com/sentimentsurvey/sent_results

AAll. (2024b, 19. července). *The AAll Investor Sentiment Survey*.
<https://www.aaii.com/sentimentsurvey>

Abd El-Wahed, W. F., & Lee, S. M. (2006). Interactive fuzzy goal programming for multi-objective transportation problems. *Omega*, 34(2), 158-166.
<https://doi.org/10.1016/j.omega.2004.08.006>

Abner, D. J. (2016). *The ETF handbook: How to value and trade exchange traded funds*. Wiley.

Abo-Sinna, M. A., Amer, A. H., & El Sayed, H. H. (2006). An interactive algorithm for decomposing the parametric space in fuzzy multiobjective dynamic programming problem. *Applied Mathematics and Computation*, 174(1), 684-699.
<https://doi.org/10.1016/j.amc.2005.04.107>

Adewuyi, A. W. (2016). Modelling stock prices with exponential weighted moving average (EWMA). *Journal of Mathematical Finance*, 6(1), 99-104.
<https://doi.org/10.4236/jmf.2016.61011>

Adeyefa, A. S., & Luhandjula, M. K. (2011). Multiobjective stochastic linear programming: an overview. *American Journal of Operations Research*, 1(4), 203-213.
<https://doi.org/10.4236/ajor.2011.14023>

AKAT. (2024a, 4. června). *Češi jsou v investování stále opatrní. Změna přichází s mladou generací*. <https://www.akatcr.cz/Dokumenty/Aktuality/tiskov225-zpr225va-akat-cesi-jsou-v-investov193n205-st193le-opatrn205-zmena-prich193z205-s-mladou-generac205>

AKAT. (2024b, 27. června). *Fondy kolektivního investování překonaly bilionovou hranici*. <https://www.akatcr.cz/Dokumenty/Aktuality/tiskov225-zpr225va-akat-1q-fondy-kolektivn205ho-investov193n205-prekonaly-bilionovou-hranici>

AKAT. (2024c, 27. června). *Metodika klasifikace fondů*.
<https://www.akatcr.cz/Dokumenty/Aktuality/metodika-klasifikace-fondu-2>

AKAT. (2024d, 27. června). *O nás*. <https://www.akatcr.cz/Asociace-AKAT/O-nas>

AKAT. (2024e, 27. června). *Výroční tisková konference AKAT*. <https://www.akatcr.cz/Dokumenty/Aktuality/v253rocn237-tiskov225-zpr225va-akat-investice-v-cesk201-republice-narostly-v-roce-2023-o-ctvrtinu>

Akyar, E., Akyar, H., & Düzce, S. A. (2012). A new method for ranking triangular fuzzy numbers. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, 20(5), 729-740. <https://doi.org/10.1142/S021848851250033X>

Alavidoost, M. H., Babazadeh, H., & Sayyari, S. T. (2016). An interactive fuzzy programming approach for bi-objective straight and U-shaped assembly line balancing problem. *Applied soft computing*, 40, 221-235. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2015.11.025>

Albuquerque, R., Koskinen, Y., & Zhang, C. (2019). Corporate social responsibility and firm risk: Theory and empirical evidence. *Management science*, 65(10), 4451-4469. <https://doi.org/10.1287/mnsc.2018.3043>

Alexander, G. J., & Sharpe, W. F. (1989). *Fundamentals of Investments*. Prentice Hall, Inc.

Alhothali, A., & Hoey, J. (2015). Good news or bad news: Using affect control theory to analyze readers' reaction towards news articles. In R. Mihalcea, J. Chai, & A. Sarkar (Eds.) *Proceedings of the 2015 Conference of the North American Chapter of the Association for Computational Linguistics: Human Language Technologies* (s. 1548-1558). Association for Computational Linguistics.

Alinezhad, A. & Khalili, J. (2019). *New methods and Applications in multiple attribute decision making (MADM)*. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-15009-9>

Amundi. (2024, 14. srpna). *Typy investorů*. <https://www.amundi-kb.cz/jak-zacit/proc-investovat/typy-investoru>

Ang, J. S., & Chua, J. H. (1979). Composite Measures for the Evaluation of Investment Performance. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 14(2), 361-384. <https://doi.org/10.2307/2330509>

Aouni, B., Martel, J. M., & Hassaine, A. (2009). Fuzzy goal programming model: an overview of the current state-of-the art. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, 16(5-6), 149-161. <https://doi.org/10.1002/mcda.448>

Arikan, F. (2015). An interactive solution approach for multiple objective supplier selection problem with fuzzy parameters. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 26(5), 989-998. <https://doi.org/10.1007/s10845-013-0782-6>

- Arnott, R. D., & Wanger, W. H. (1990). The measurement and control of trading costs. *Financial Analysts Journal*, 46(6), 73-80.
- Artzner, P., Delbaen, J., Eber, J.-M., & Heath, D. (1999). Coherent measures of risk. *Mathematical Finance*, 9(3), 203-228. <https://doi.org/10.1111/1467-9965.00068>
- Ashraf, M. (2021, 19. července). *Unsupervised Lexical Models For Sentiment Prediction Using Python*. Medium. <https://medium.com/@mohammed97ashraf/unsupervised-lexical-models-for-sentiment-prediction-using-python-e01576e8c9a6>
- Atanassov, K. (1986). Intuitionistic fuzzy sets. *Fuzzy Sets and Systems*, 20(1), 87-96. [https://doi.org/10.1016/S0165-0114\(86\)80034-3](https://doi.org/10.1016/S0165-0114(86)80034-3)
- Awaysheh, A., Heron, R. A., Perry, T., & Wilson, J. I. (2020). On the relation between corporate social responsibility and financial performance. *Strategic Management Journal*, 41(6), 965-987. <https://doi.org/10.1002/smj.3122>
- Azar, A., Ardabili, F. S., Rostami, A. A. A., & Ahmadi, P. (2010). Portfolio optimization with fuzzy returns. *World Applied Sciences Journal*, 11(10), 1248-1254.
- Badhotiya, G. K., Soni, G., & Mittal, M. L. (2019). Fuzzy multi-objective optimization for multi-site integrated production and distribution planning in two echelon supply chain. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 102, 635-645. <https://doi.org/10.1007/s00170-018-3204-2>
- Balzer, L. A. (1994). Measuring investment risk: a review. *The Journal of Investing*, 3(3), 47-58. <https://doi.org/10.3905/joi.3.3.47>
- Ballesterio, E. (2005). Mean-semivariance efficient frontier: a downside risk model for portfolio selection. *Applied Mathematical Finance*, 12(1), 1-15. <https://doi.org/10.1080/1350486042000254015>
- Balibek, E., & Köksalan, M. (2012). A visual interactive approach for scenario-based stochastic multi-objective problems and an application. *The Journal of the Operational Research Society*, 63(12), 1773-1787. <https://doi.org/10.1057/jors.2012.25>
- BCPP. (2024, 11. ledna). 150 let burzy v Praze: Nadšení proti nepřízni vrchnosti. <https://www.pse.cz/o-nas>
- Bellahcene, F., & Marthon, P. (2021). A compromise solution method for the multiobjective minimum risk problem. *Operational Research*, 21, 1913-1926. <https://doi.org/10.1007/s12351-019-00493-1>
- Bellman, R. E., & Zadeh, L. A. (1970). Decision making in a fuzzy environment. *Management Science*, 17(4), 141-164.

Benayoun, R., de Montgolfier, J., Tergny, J., Metra, S., & Laritchev, O. I. (1971). Linear programming with multiple objective functions: STEP Method (STEM). *Mathematical programming*, 1, 366-375. <https://doi.org/10.1007/BF01584098>

Bermúdez, J. D., Segura, J. V., & Vercher, E. (2012). A multi-objective genetic algorithm for cardinality constrained fuzzy portfolio selection. *Fuzzy Sets and Systems*, 188(1), 16-26. <https://doi.org/10.1016/j.fss.2011.05.013>

Berry-Stölzle, T. R., Koissi, M.-C., & Shapiro, A. F. (2010). Detecting fuzzy relationships in regression models: The case of insurer solvency surveillance in Germany. *Insurance: Mathematics and Economics*, 46(3), 554-567. <https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2010.02.003>

Bertsekas, D. P. (1987). *Dynamic programming: deterministic and stochastic models*. Prentice-Hall, Inc.

Bertsekas, D. P. (2016). *Nonlinear programming*. Athena Scientific.

Bilbao-Terol, A., Arenas-Parra, M., & Cañal-Fernández, V. (2012). A fuzzy multi-objective approach for sustainable investments. *Expert Systems with Applications*, 39(12), 10904-10915b. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2012.03.034>

Binance. (2024, 11. ledna). *Welcome to Binance!* https://accounts.binance.com/en/register?ref=UAKUY6ZR&gclid=Cj0KCQiAwP6sBhDAARIsAPfK_wYgZN_7ND9_aurfi03pd0CPnFdfxWNMUKi5TZ4o5EHSIZKoN879UfQaAorLEALw_wcB

Bobrowicz, O., Choulet, C., Haurat, A., Sandoz, F., & Tebaa, M. (1991). A method to build membership functions: Application to numerical/symbolic interface building. In B. Bouchon-Meunier, R. R. Yager, & L. A. Zadeh (Eds.). *Uncertainty in Knowledge Bases: 3rd International Conference on Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems* (s. 136-142). Springer. <https://doi.org/10.1007/BFb0028097>

Bojadziev, G., & Bojadziev, M. (2007). *Fuzzy logic for business, finance, and management*. World Scientific.

Bolzano, B. (1963). *Paradoxy nekonečna*. Československá akademie věd.

Borovička, A. (2019). New approach for estimation of criteria weights based on a linguistic evaluation. *Expert Systems with Applications*, 125, 100-111. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2019.01.069>

- Borovička, A. (2020a). New complex fuzzy multiple objective programming procedure for a portfolio making under uncertainty. *Applied Soft Computing*, 96, 1-22. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2020.106607>
- Borovička, A. (2020b). Novel fuzzy multi-attribute decision making method for the selection of open unit trusts under uncertainty. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, 28(6), 881-910. <https://doi.org/10.1142/S0218488520500397>
- Borovička, A. (2022a). Regular versus sequential stock investing: mean-variation range-probability of loss model. In I. Praca, E. Maia, & P. Geril (Eds.) *Proceedings of the 36th annual European Simulation and Modelling conference 2022* (s. 131-136). EUROSIS-ETI Publication.
- Borovička, A. (2022b). Stock portfolio selection under unstable uncertainty via fuzzy mean-semivariance model. *Central European Journal of Operations Research*, 30, 595-616. <https://doi.org/10.1007/s10100-021-00791-0>
- Borovička, A. (2023). Portfolio selection under unstable dynamics using the fuzzy concept operating with a triplet of moving characteristics. In J. Sekničková, & V. Holý (Eds.) *Proceedings of the 41st International Conference on Mathematical Methods in Economic* (s. 19-25). Czech Society for Operations Research.
- Borovička, A., & Nový, J. (2022). Impacts of pandemic portfolio re-optimization on the market with open-end mutual funds: mixed moving mean-absolute negative deviation-entry fee model. In M. Čulík (Eds.) *Proceedings of the 11th International Scientific Conference on Managing and Modelling of Financial Risks* (s. 27-37). VŠB - Technical University of Ostrava.
- Brada, J. (2000). *Technická analýza*. VŠE.
- Buchanan, B., Cao, C. X., & Chen, C. (2018). Corporate social responsibility, firm value, and influential institutional ownership. *Journal of Corporate Finance*, 52, 73-95. <https://doi.org/10.1016/j.jcorpfin.2018.07.004>
- Burns, S., & Burns, H. (2020). *Moving Averages 101: Second Edition: Incredible Signals That Will Make You Money*. Stolly Media, LLC.
- Butler, K. C., & Joaquin, D. C. (2002). Are the gains from international portfolio diversification exaggerated? The influence of downside risk in bear markets. *Journal of International Money and Finance*, 21(7), 981-1011. [https://doi.org/10.1016/S0261-5606\(02\)00048-7](https://doi.org/10.1016/S0261-5606(02)00048-7)

- Carlsson, C., Fullér, R., & Majlender, P. (2002). A possibilistic approach to selecting portfolios with highest utility score. *Fuzzy Sets and Systems*, 131(1), 13-21. [https://doi.org/10.1016/S0165-0114\(01\)00251-2](https://doi.org/10.1016/S0165-0114(01)00251-2)
- Civanlar, M. R., & Trussell, H. J. (1986). Constructing membership functions using statistical data. *Fuzzy Sets and Systems*, 18(1), 1-13. [https://doi.org/10.1016/0165-0114\(86\)90024-2](https://doi.org/10.1016/0165-0114(86)90024-2)
- CNN Business. (2024, 19. července). *Fear & Greed Index*. <https://edition.cnn.com/markets/fear-and-greed>
- Contini, B. (1968). A stochastic approach to goal programming. *Operations Research*, 16(3), 576-586. <https://doi.org/10.1287/opre.16.3.576>
- Committee of European Securities Regulators. (2010, 17. července). *CESR's guidelines on the methodology for the calculation of the synthetic risk and reward indicator*. https://www.esma.europa.eu/sites/default/files/library/2015/11/10_673.pdf
- CSRD. (2024, 3. července). *Co je ESG?* <https://csrd.cz/co-je-esg/>
- CzechWealth. (2024a, 9. července). *Durace*. <https://www.czechwealth.cz/slovník-pojmu/durace>
- CzechWealth. (2024b, 9. července). *Peněžní trh*. <https://www.czechwealth.cz/slovník-pojmu/penezni-trh>
- CzechWealth. (2024c, 16. července). *Poplatek za správu*. <https://www.czechwealth.cz/slovník-pojmu/poplatek-za-spravu-obhospodarovatelsky-poplatek>
- CzechWealth. (2024d, 19. července). *Sentiment*. <https://www.czechwealth.cz/slovník-pojmu/sentiment>
- Česká bankovní asociace. (2024, 9. července). *Peněžní trh*. <https://cbaonline.cz/penezni-trh>
- Česká spořitelna. (2024a, 28. června). *ETF (Exchange Traded Fund)*. <https://www.csas.cz/cs/blog/investovani/investicni-jednohubka-etf>
- Česká spořitelna. (2024b, 2. srpna). *Jak funguje nákup a prodej listů podílových fondů v Georgi? Za jakou cenu se pokyny provádí?* <https://www.csas.cz/cs/caste-dotazy/jak-funguje-nakup-a-prodej-listu-podilovych-fondu-v-georgi-za-jakou-cenu-se-pokyny-provadi>
- Česká spořitelna. (2024c, 2. září). *Kdo jsme*. <https://www.csas.cz/cs/o-nas/kdo-jsme>

Česká spořitelna. (2024d, 16. srpna). *S moderní aplikací George jde všechno hravě*. <https://www.csas.cz/cs/caste-dotazy/jak-funguje-nakup-a-prodej-listu-podilovych-fondu-v-georgi-za-jakou-cenu-se-pokyny-provadi>

České noviny. (2014, 16. července). *Jak fungují podílové fondy?* <https://www.ceskenoviny.cz/zpravy/1095875>

ČNB. (2024a, 27. června). *Komentář ke statistice investičních fondů*. https://www.cnb.cz/cs/statistika/menova_bankovni_stat/harm_stat_data/komentar-ke-statistice-investicnich-fondu/index.html

ČNB. (2024b, 11. července). *Seznam investičních fondů*. https://www.cnb.cz/cs/statistika/menova_bankovni_stat/seznamy-instituci-pro-potreby-menove-a-financni-statistiky/seznam-investicnich-fondu/

ČNB. (2024c, 16. července). *Varování České národní banky pro retailové investory ohledně nákladů a poplatků v souvislosti s investováním*. <https://www.cnb.cz/cs/dohled-financni-trh/vykon-dohledu/upozorneni-pro-verejnost/Varovani-Ceske-narodni-banky-pro-retailove-investory-ohledne-nakladu-anbspoplatku-vnbpsouvislosti-snbpsinvestovanim/>

ČSÚ. (2024, 21. července). *Konjunkturální průzkumy*. <https://csu.gov.cz/konjunkturalni-pruzkumy?pocet=10&start=0&skupiny=07&razeni=-datumVydani>

Czyzak, P., & Słowiński, R. (1993). A visual interactive method form MOLP problems with fuzzy coefficients. In R. Lowen, & M. Roubens (Eds.) *Fuzzy Logic-State of the Art* (s. 321–332), Kluwer.

Dalman, H., & Bayram, M. (2018). Interactive fuzzy goal programming based on Taylor series to solve multiobjective nonlinear programming problems with interval type-2 fuzzy numbers. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 26(4), 2434-2449. <https://doi.org/10.4186/ej.2023.27.7.27>

Damodaran, A. (2006). *Damodaran on valuation: security analysis for investment and corporate finance*. John Wiley and Sons. <https://doi.org/10.1002/9781119201786>

D'Andrea, A., Ferri, F., Grifoni, P., & Guzzo, T. (2015). Approaches, tools and applications for sentiment analysis implementation. *International Journal of Computer Applications*, 125(3), 26-33.

Dantzig, G. B. (1967). *Linear programming and extensions*. Princeton University Press.

- De, M., Mangaraj, B. K., & Das, K. B. (2018). A fuzzy goal programming model in portfolio selection under competitive-cum-compensatory decision strategies. *Applied Soft Computing*, 73, 635-646. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2018.09.006>
- Degiro. (2024, 15. ledna). *Financial Power to You*. <https://www.degiro.ch/en/>
- Deng, X., & Yuan, Y. (2021). A novel fuzzy dominant goal programming for portfolio selection with systematic risk and non-systematic risk. *Soft Computing*, 25, 14809-14828. <https://doi.org/10.1007/s00500-021-06226-x>
- Dlouhý, M., Fábry, J., Kuncová, M., & Hladík, T. (2007). *Simulace podnikových procesů*. Computer Press.
- Dluhopisy. (2024, 10. září). *Rating dluhopisu: Co to je a jaké jsou faktory ovlivňující kvalitu a výnos dluhopisu*. <https://nejlepsi-dluhopisy.cz/rating-dluhopisu/>
- Dong, H., Guo, X., Reichgelt, H., & Hu, R. (2020). Predictive power of ARIMA models in forecasting equity returns: a sliding window method. *Journal of Asset Management*, 21(6), 549-566. <https://doi.org/10.1057/s41260-020-00184-z>
- Duan, L., & Stahlecker, P. (2011). A portfolio selection model using fuzzy returns. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 10, 167-191. <https://doi.org/10.1007/s10700-011-9101-x>
- Dubois, D., & Prade, H. (1978). Operations on fuzzy numbers. *International Journal of Systems Science*, 9(6), 613-626.
- Dubois, D., & Prade, H. (1980). *Fuzzy sets and systems: theory and applications*. Academic Press, Inc.
- Duspiva, P. (2006). *Finanční investování, I. díl*. FES UP.
- Dutta, S., Biswal, M. P., Acharya, S., & Mishra, R. (2018). Fuzzy stochastic price scenario based portfolio selection and its application to BSE using genetic algorithm. *Applied Soft Computing*, 62, 867-891. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2017.09.018>
- Edwards, R. D., Magee, J., & Bassetti, W. H. C. (2018). *Technical Analysis of Stock Trends*. CRC Press. <https://doi.org/10.4324/9781315115719>.
- Ehsani, E., Kazemi, N., Olugu, E. U., Grosse, E. H., & Schwindl, K. (2017). Applying fuzzy multi-objective linear programming to a project management decision with nonlinear fuzzy membership functions. *Neural Computing and Applications*, 28, 2193-2206. <https://doi.org/10.1007/s00521-015-2160-0>

- El Sayed, M. A., Farahat, F. A., & Elsisy, M. A. (2022). A novel interactive approach for solving uncertain bi-level multi-objective supply chain model. *Computers & Industrial Engineering*, 169, 108225. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2022.108225>
- Elsisy, M. A., & El Sayed, M. A. (2019). Fuzzy rough bi-level multi-objective nonlinear programming problems. *Alexandria engineering journal*, 58(4), 1471-1482. <https://doi.org/10.1016/j.aej.2019.12.002>
- Epstein, L. G., & Zin, S. E. (1991). Substitution, risk aversion, and the temporal behavior of consumption and asset returns: An empirical analysis. *Journal of political Economy*, 99(2), 263-286. <http://dx.doi.org/10.1086/261750>
- Erste Asset Management. (2024a, 19. srpna). *Erste Stock Commodities*. <https://www.erste-am.cz/cs/privatni-investori/funds/erste-stock-commodities/AT0000A1E119>
- Erste Asset Management. (2024b, 19. srpna). *Erste Stock EM Global*. <https://www.erste-am.cz/cs/privatni-investori/funds/erste-stock-em-global/AT0000A10QN3>
- Erste Asset Management. (2024c, 16. srpna). *ESGenius® Analysis*. <https://www.erste-am.at/en/private-investors/our-solutions/fund-glossary/esgenius-analyse>
- Erste Asset Management. (2024d, 16. srpna). *Handbuch der Nachhaltigkeit*. https://cdn0.erstegroup.com/content/dam/at/eam/common/files/ESG/EAM_HANDBUCH_NACHHALTIGKEIT_DE.pdf
- Erste Asset Management. (2024e, 3. července). *O nás*. <https://www.erste-am.cz/cs/privatni-investori/kdo-jsme/o-nas>
- Erste Asset Management. (2024f, 30. srpna). *Erste WWF Stock Environment*. <https://www.erste-am.at/en/private-investors/our-funds/erste-wwf-stock-environment>
- eToro. (2024, 11. ledna). *Přátelská platforma, seriózní investoři*. <https://www.etoro.com/cs-cz/>
- Fang, Y., Lai, K. K., & Wang, S.-Y. (2006). Portfolio rebalancing model with transaction costs based on fuzzy decision theory. *European Journal of Operational Research*, 175(2), 879-893. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2005.05.020>
- Fang, S. C., Rajasekera, J. R., & Tsao, H. S. J. (2012). *Entropy Optimization and Mathematical Programming*. Springer Science & Business Media.
- Fereydooni, A., Barak, S., & Sajadi, S. M. A. (2024). A novel online portfolio selection approach based on pattern matching and ESG factors. *Omega*, 123, 102975. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2023.102975>

- FESE. (2024, 11. ledna). *Full members*. <https://www.fese.eu/about-fese/#members>
- Fiala, P. (2013). *Modely a metody rozhodování*. Oeconomica.
- Finez. (2024, 11. ledna). *Privátní investiční poradce – úvod*. <https://www.finez.cz/>
- Fio investiční společnost. (2024, 17. července). *Podílové fondy*. <https://www.fiofondy.cz/cs/podilove-fondy>
- Fondee. (2022a, 2. července). *Co je ESG investování a proč investovat udržitelně?* https://www.fondee.cz/blog/co-je-esg-investovani-a-proc-investovat-udrzitelne?_gl
- Fondee. (2024b, 15. ledna). *Na budoucnost nenaspoříte. Investujte!* https://www.fondee.cz/?gad_source=1&gclid=Cj0KCQiAwP6sBhDAARIsAPfK_waPK954SsHR7wkrKO0XyE-xa4jEh6ntVIBILc4ThV9H0W4cOyjpMoUaAvSqEALw_wcB
- Fondee. (2022c, 2. července). *Výnosnost ESG investic: vyplatí se investovat udržitelně?* <https://www.fondee.cz/blog/vynosnost-esg-investic-vyplati-se-investovat-udrzitelne>
- Fondy kvalifikovaně. (2024, 1. července). *Investiční proces*. <https://www.fondykvalifikovane.cz/process/>
- Forbes. (2024a, 4. července). *Češi a investice. Pořád jsme extremisté v obou směrech, říká Hlavsa z Fondee*. <https://forbes.cz/cesi-a-investice-porad-jsme-extremisti-v-obou-smerech-rika-hlavsa-z-fondee/>
- Forbes. (2024b, 2. července). *Udržitelnost nezadržitelně mění svět byznysu a investic. I v Česku nastal čas*. <https://forbes.cz/udrzitelnost-nezadrzitelne-meni-svet-byznysu-a-investic-i-v-cesku-nastal-cas/>
- Friede, G., Busch, T., & Bassen, A. (2015). ESG and financial performance: aggregated evidence from more than 2000 empirical studies. *Journal of sustainable finance & investment*, 5(4), 210-233. <https://doi.org/10.1080/20430795.2015.1118917>
- G&A. (2024, 3. července). *Navigating the Way to Sustainability*. <https://www.ga-institute.com/storage/press-releases/article/flash-report-86-of-sp-500-indexR-companies-publish-sustainability-responsibility-reports-in-20.html>
- Gani, A. N., & Assarudeen, S. N. M. (2012). A new operation on triangular fuzzy number for solving fuzzy linear programming problem. *Applied Mathematical Sciences*, 6(11), 525-532.
- García, F., González-Bueno, J., Guijarro, F., Oliver-Muncharaz, J., & Tamosiuniene, R. (2020). Multiobjective approach to portfolio optimization in the light of the credibility theory. *Technological and Economic Development of Economy*, 26(6), 1165-1186. <https://doi.org/10.3846/tede.2020.13189>

- Gârleanu, N., & Pedersen, L. H. (2018). Efficiently inefficient markets for assets and asset management. *The Journal of Finance*, 73(4), 1663-1712. <https://doi.org/10.1111/jofi.12696>
- Geoffrion, A. M., Dayer, J. S., & Feinberg, A. (1972). An interactive approach for multi-criterion optimization with an application to the operation an academic department. *Management Science*, 19(4), 357-367. <https://doi.org/10.1287/mnsc.19.4.357>
- Ghanbari, R., Ghorbani-Moghadam, K., Mahdavi-Amiri, N., & De Baets, B. (2020). Fuzzy linear programming problems: models and solutions. *Soft Computing*, 24(13), 10043-10073. <https://doi.org/10.1007/s00500-019-04519-w>
- Glasserová, D. (2023, 18. května). *Naše chápání významu pojmů se od sebe zásadně liší. Neshodneme se ani na slově „tučňák“*. Flowee. <https://www.flowee.cz/civilizace/11617-nase-chapani-vyznamu-pojmu-se-od-sebe-zasadne-lisi-neshodneme-se-ani-na-slove-tucnak>
- Globální asociace pro udržitelné investice. (2021, 2. července). *ESG Assets Rising to \$50 Trillion Will Reshape \$140.5 Trillion of Global AUM by 2025*. <https://www.bloomberg.com/company/press/esg-assets-rising-to-50-trillion-will-reshape-140-5-trillion-of-global-aum-by-2025-finds-bloomberg-intelligence/>
- Goodarzi, F., Abdollahzadeh, V., & Zeinalnezhad, M. (2022). An integrated multi-criteria decision-making and multi-objective optimization framework for green supplier evaluation and optimal order allocation under uncertainty. *Decision Analytics Journal*, 4, 100087. <https://doi.org/10.1016/j.dajour.2022.100087>
- Gopal, M. (2019). *Applied machine learning*. McGraw-Hill Education.
- Gordon, M. J. (1962). *The investment, financing and valuation of the corporation*. Irwin.
- Goudarzi, F. K., & Ghaffari, A. (2020). Fuzzy interactive approach for a multi-objective supplier selection problem under robust uncertainty. *Journal of Modeling and Optimization*, 12(2), 71-83. <https://doi.org/10.32732/jmo.2020.12.2.71>
- Greco, S., Ehrgott, M., & Figueira, J. R. (2016). *Multiple criteria decision analysis: state of the art surveys*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-1-4939-3094-4>
- Greenhouse Gas Protocol. (2024, 2. července). *Tools & Resources*. <https://ghgprotocol.org/tools-resources>

- Grossman, S. J., & Zhou, Z. (1993). Optimal investment strategies for controlling drawdowns. *Mathematical Finance* 3(3), 241-276. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9965.1993.tb00044.x>
- Gulia, P., Kumar, R., Viriyasitavat, W., Aledaily, A. N., Yadav, K., Kaur, A., & Dhiman, G. (2023). A systematic review on fuzzy-based multi-objective linear programming methodologies: concepts, challenges and applications. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 30(8), 4983-5022. <https://doi.org/10.1007/s11831-023-09966-1>
- Gunantara, N. (2018). A review of multi-objective optimization: methods and its applications. *Cogent Engineering*, 5(1), 1502242. <https://doi.org/10.1080/23311916.2018.1502242>
- Gundersen, G. (2022, 8. července). *Returns and Log Returns*. <https://gregorygundersen.com/blog/2022/02/06/log-returns/>
- Guo, S., Yu, L., Li, X., & Kar, S. (2016). Fuzzy multi-period portfolio selection with different investment horizons. *European Journal of Operational Research*, 254(3), 1026-1035. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2016.04.055>
- Gupta, M., & Bhattacharjee, D. (2010). Multi objective problem in fuzzy environment where resources are triangular fuzzy number. *European Journal of Scientific Research*, 46(1), 99-106.
- Gupta, P., Mehlawat, M. K., & Saxena, A. (2008). Asset portfolio optimization using fuzzy mathematical programming. *Information Sciences*, 178(6), 1734-1755. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2007.10.025>
- Gupta, P., Mehlawat, M. K., & Saxena, A. (2010). A hybrid approach to asset allocation with simultaneous consideration of suitability and optimality. *Information Sciences*, 180(11), 2264-2285. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2010.02.007>
- Hadar, J., & Russell, W. (1969). Rules for ordering uncertain prospects. *American Economic Review*, 59(1), 25-34.
- Hayes, A. (2024a, 31. července). *Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA) Prediction Model*. Investopedia. <https://www.investopedia.com/terms/a/autoregressive-integrated-moving-average-arima.asp>
- Hayes, A. (2024b, 16. dubna). *Total Expense Ratio (TER): Definition and How to Calculate*. Investopedia. <https://www.investopedia.com/terms/t/ter.asp>

- He, W., Rodríguez, R. M., Takáč, Z., & Martínez, L. (2023). Ranking of fuzzy numbers on the basis of new fuzzy distance. *International Journal of Fuzzy Systems*, 26, 17-33. <https://doi.org/10.1007/s40815-023-01571-5>
- Heinz, B. (2022, 5. července). *Kolik akcií byste měli ideálně držet ve svém portfoliu?* Finex. <https://finex.cz/kolik-akcii-byste-meli-drzet-ve-svem-portfoliu/>
- Holzman, O. (2024, 6. února). *Banka Creditas jde soupeřit s Portu a spol. Dva roky vyvíjela aplikaci pro investice do ETF.* CzechCrunch. <https://cc.cz/banka-credits-jde-souperit-s-portu-a-spol-dva-roky-vyvijela-aplikaci-pro-investice-do-etf/>
- Huang, H. Z., Gu, Y. K., & Du, X. (2006). An interactive fuzzy multi-objective optimization method for engineering design. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 19(5), 451-460. <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2005.12.001>
- Huang, Y. Y., Tsaur, R. C., & Huang, N. C. (2022). Sustainable fuzzy portfolio selection concerning multi-objective risk attitudes in group decision. *Mathematics*, 10(18), 3304. <https://doi.org/10.3390/math10183304>
- Hulsurkar, S., Biswal, M. P., & Sinha, S. B. (1997). Fuzzy programming approach to multi-objective stochastic linear programming problems. *Fuzzy Sets and Systems*, 88(2), 173-181. [https://doi.org/10.1016/S0165-0114\(96\)00056-5](https://doi.org/10.1016/S0165-0114(96)00056-5)
- Hyndman, R. J., & Athanasopoulos, G. (2021). *Forecasting: Principles and Practice*. OTexts.
- Chandrasekaran, V., & Shah, P. (2017). Relative entropy optimization and its applications. *Mathematical Programming*, 161, 1-32. <https://doi.org/10.1007/s10107-016-0998-2>
- Chankong, V., & Haimes, Y. Y. (1983). *Multiobjective decision making: theory and methodology*. North Holland.
- Charnes, A., & Cooper, W. W. (1959). Chance-constrained programming. *Management Science*, 6(1), 73-79.
- Cheklov, A., Uryasev, S., & Zabarankin, M. (2004). Portfolio optimization with drawdown constraint. In P. M. Pardalos, A. Migdalas, & G. Baourakis (Eds.) *Supply Chain and Finance* (s. 209-222). World Scientific Publishing.
- Chen, J. (2024, 1. srpna). *Exchange-Traded Fund (ETF): What It Is and How to Invest*. Investopedia. <https://www.investopedia.com/terms/e/etf.asp>
- Chen, S. H. (1985). Operations of fuzzy numbers with function principle. *Tamkang Journal of Management Sciences*, 6(1), 13-26.

- Chen, S. H. (1998). Operations of fuzzy numbers with step form membership function using function principle. *Information Sciences*, 108(1-4), 149-155. [https://doi.org/10.1016/S0020-0255\(97\)10070-6](https://doi.org/10.1016/S0020-0255(97)10070-6)
- Chen, L. H., & Huang, L. (2009). Portfolio optimization of equity mutual funds with fuzzy return rates and risks. *Expert Systems with Applications*, 36(2), 3720-3727. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2008.02.027>
- Chen, S. J., & Hwang, C. L. (1992). *Fuzzy multiple attribute decision making: methods and applications*. Springer-Verlag. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-46768-4>
- Chen, I.-F., & Tsaur, R.-C. (2015). Fuzzy portfolio selection using a weighted function of possibilistic mean and variance in business cycles. *International Journal of Fuzzy Systems*, 18, 151-159. <https://doi.org/10.1007/s40815-015-0073-9>
- Chen, W., Wang, Y., & Mehlawat, M. K. (2018). A hybrid FA-SA algorithm for fuzzy portfolio selection with transaction costs. *Annals of Operations Research*, 269, 129-147. <https://doi.org/10.1007/s10479-016-2365-3>
- Chen, W., Zhang, H., Mehlawat, M. K., & Jia, L. (2021). Mean-variance portfolio optimization using machine learning-based stock price prediction. *Applied Soft Computing*, 100, 106943. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2020.106943>
- Chiodi, L., Mansini, R. & Speranza, M. (2003). Semi-absolute deviation rule for mutual funds portfolio selection. *Annals of Operations Research*, 124(1), 245-265. <https://doi.org/10.1023/B:ANOR.0000004772.15447.5a>
- Chovancová, B., & Bačišin, V. (2005). *Kolektívne investovanie*. Edícia Ekonomía.
- IncredibleCharts. (2024, 15. července). *Weighted Moving Average*. https://www.incrediblecharts.com/indicators/weighted_moving_average.php
- Indeed. (2024, 11. července). *Measures of Variation: Types, Examples and Careers*. <https://wpahelp.windhamlabs.com/exposure-to-loss/probability-of-loss>
- Investice iDnes.cz. (2024, 23. srpna). *Kolik fondů je optimální mít v portfoliu?*. https://www.idnes.cz/finance/investovani/kolik-fondu-je-optimalni-mit-v-portfoliu.A010611_151537_fi_osobni_2603
- Investiční centrum ČS. (2024a, 3. září). *Erste Bond Euro Corporate*. https://cz.products.erstegroup.com/Retail/cs/Produkty/Fondy/Factsheety/Fund_general/index.phtml?q=&ISIN=AT0000639414&ID_NOTATION=

- Investiční centrum ČS. (2024b, 19. srpna). *Erste Future Invest*. https://cz.products.erstegroup.com/Retail/cs/Produkty/Fondy/Factsheety/Fund_general/index.phtml?q=&ISIN=AT0000A2HRU3&ID_NOTATION=
- Investiční centrum ČS. (2024c, 19. srpna). *Erste Responsible Bond*. https://cz.products.erstegroup.com/Retail/cs/Produkty/Fondy/Factsheety/Fund_general/index.phtml?q=&ISIN=AT0000A2J447&ID_NOTATION=
- Investiční centrum ČS. (2024d, 19. srpna). *Erste Responsible Stock Europe*. https://cz.products.erstegroup.com/Retail/cs/Produkty/Fondy/Factsheety/Fund_general/index.phtml?q=&ISIN=AT0000A2QP89&ID_NOTATION=
- Investiční centrum ČS. (2024e, 19. srpna). *Erste Stock Commodities*. <https://www.erste-am.cz/cs/privatni-investori/funds/erste-stock-commodities/AT0000A1E119>
- Investiční centrum ČS. (2024f, 19. srpna). *Erste Stock EM Global*. <https://www.erste-am.cz/cs/privatni-investori/funds/erste-stock-em-global/AT0000A10QN>
- Investiční centrum ČS. (2024g, 19. srpna). *Erste WWF Stock Environment*. https://cz.products.erstegroup.com/Retail/cs/Produkty/Fondy/Factsheety/Fund_general/index.phtml?q=&ISIN=AT0000A044X2&ID_NOTATION=
- Investiční centrum ČS. (2024h, 3. července). *ESG fondy*. https://cz.products.erstegroup.com/Retail/cs/Produkty/ESG/ESG_Fondy/index.phtml
- Investiční centrum ČS. (2024ch, 27. června). *Odpovědné investování*. <https://cz.products.erstegroup.com/Retail/cs/Produkty/ESG/index.phtml>
- Investiční centrum ČS. (2024i, 18. srpna). *Vítejte v investičním centru České spořitelny*. <https://cz.products.erstegroup.com/Retail/cs/index.phtml>
- Investing.com. (2024, 16. srpna). *CBOE Volatility Index (VIX)*. <https://www.investing.com/indices/volatility-s-p-500>
- Investopedia. (2024, 12. ledna). *What Is a Robo-Advisor?* <https://www.investopedia.com/terms/r/roboadvisor-roboadviser.asp>
- Jarernsuk, S., & Phruksaphanrat, B. (2022). A new interactive fuzzy programming with priority control for multi-objective decision-making problems. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 43(6), 7779-7792. <https://doi.org/10.3233/JIFS-220367>
- Jaroš, M. (2017, 31. července). *Co je to ETF?* Portu magazín. <https://magazin.portu.cz/co-je-etf/>
- Ježek, T. (2002). *Peníze a trh*. Portál.
- Jílek, J. (2009). *Akciové trhy a investování*. Grada Publishing.

- Jo, G., Kim, H., Kim, H., & Ri, G. (2024). Fuzzy portfolio selection using stochastic correlation. *Computational Economics*, 63(4), 1493-1509. <https://doi.org/10.1007/s10614-023-10371-w>
- justETF.cz. (2024, 3. července). *ETF Screener*. <https://www.justetf.com/en/search.html?groupField=index&search=ETFS&sustainable=true&resetPage=true>
- Kahraman, C. (2008). *Fuzzy Multi-Criteria Decision Making – Theory and Applications with Recent Developments*, Springer. <https://doi.org/10.1007/978-0-387-76813-7>
- Kalvoda, A. (2015, 23. února). 9. díl *Seriálu technické analýzy – Cenové formace dvojité dno, dvojitý vrchol*. Finex. <https://finex.cz/cenova-formace-dvojite-dno-dvojity-vrchol/>
- Kamal, M., Alarjani, A., Haq, A., Yusufi, F. N. K., & Ali, I. (2021). Multi-objective transportation problem under type-2 trapezoidal fuzzy numbers with parameters estimation and goodness of fit. *Transport*, 36(4), 317-338. <https://doi.org/10.3846/transport.2021.15649>
- Kancelář finančního arbitra. (2024a, 8. července). *Co je kolektivní investování*. <https://finarbitr.cz/cs/oblasti/investice/co-je-kolektivni-investovani.html>
- Kancelář finančního arbitra. (2024b, 8. července). *Slovník pojmů*. <https://finarbitr.cz/cs/informace-pro-verejnost/slovník-pojmu.html>
- Kandel, A. (1986). *Fuzzy mathematical techniques with applications*. Addison-Wesley Publishing Company.
- Kang, Z., Li, X., & Li, Z. (2020). Mean-CVaR portfolio selection model with ambiguity in distribution and attitude. *Journal of Industrial and Management Optimization*, 16(6), 3065-3081. <https://doi.org/10.3934/jimo.2019094>
- Karimi, N., Feylizadeh, M. R., Govindan, K., & Bagherpour, M. (2022). Fuzzy multi-objective programming: A systematic literature review. *Expert Systems with Applications*, 196, 116663. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2022.116663>
- Kasri, R., & Bellahcene, F. (2021). A novel approach for solving stochastic problems with multiple objective functions. *RAIRO-Operational Research*, 55, 2413-2422. <https://doi.org/10.1051/ro/2021112>
- Kaufmann, A. (1975). *Introduction to the theory of fuzzy subsets, vol. I*. Academic Press.
- Kaufmann, A., & Gupta, M. M. (1985). *Introduction to fuzzy arithmetic: theory and applications*. Van Nostrand Reinhold.

- Keeney, R. L., & Raiffa, H. (1993). *Decisions with multiple objectives: preferences and value trade-offs*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9781139174084>
- Khalifa, H. A. E. W., Akilbasha, A., & Baranwal, T. (2024). Interactive fuzzy goal programming approach for solving possibilistic multi-objective minimum cost flow problems. *International Journal of Business Performance and Supply Chain Modelling*, 15(1), 91-108. <https://doi.org/10.1504/IJBPSM.2024.140042>
- Kiruthiga, M., & Hemalatha, T. (2019). A study on interactive fuzzy multi-objective nonlinear programming. *International Journal of Statistics and Applied Mathematics*, 4(4), 59-65.
- Klir, G. J., & Folger, T. A. (1988). *Fuzzy sets, uncertainty, and Information*. Prentice-Hall International, Inc.
- Klir, G. J., & Yuan, B. (1995). *Fuzzy sets and fuzzy logic: theory and applications*. Prentice Hall P T R.
- Koissi, M.-C., & Shapiro, A. F. (2006). Fuzzy formulation of the Lee–Carter model for mortality forecasting. *Insurance: Mathematics and Economics*, 39(3), 287-309. <https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2005.11.011>
- Komerční banka. (2024, 3. července). *Fondy zohledňující ESG a udržitelnost*. <https://www.kb.cz/cs/obcane/investice/esg-a-udrzitelne-fondy>
- Konno, H., & Yamazaki, H. (1991). Mean-absolute deviation portfolio optimization model and its applications to the Tokyo stock market. *Management Science*, 37(5), 519-531. <https://doi.org/10.1287/mnsc.37.5.519>
- Kopecký Advisory. (2024, 1. července). *O rozložení portfolia je třeba pečovat*. <https://www.kopecky-advisory.cz/blog/o-rozlozeni-portfolia-je-treba-pecovat.html>
- Kostolany, A. (1998). *Geld und Börse: Die Kunst, ein Vermögen zu machen*. Ullstein Taschenbuch Verlag.
- Köksalan, M., & Şakar, C. T. (2016). An interactive approach to stochastic programming-based portfolio optimization. *Annals of Operations Research*, 245(1), 47-66. <https://doi.org/10.1007/s10479-014-1719-y>
- Kuang, W. (2021). Conditional covariance matrix forecast using the hybrid exponentially weighted moving average approach. *Journal of Forecasting*, 40(8), 1398-1419. <https://doi.org/10.1002/for.2776>

Kudláček, P. (2024a, 23. srpna). *Investiční poplatky – Podceňovaný faktor investování. Jaké typy poplatků existují a na co všechno byste si měli dát pozor?* Finex. <https://finex.cz/investicni-poplatky/>

Kudláček, P. (2024b, 8. července). *Investiční trojúhelník – Riziko, likvidita, návratnost a vztah mezi nimi.* Finex. <https://finex.cz/investicni-trojuhelnik-riziko-likvidita-navratnost/>

Kumar, M., & Thenmozhi, M. (2012a). A hybrid ARIMA-EGARCH and Artificial Neural Network model in stock market forecasting: evidence for India and the USA. *International Journal of Business and Emerging Markets*, 4(2), 160-178. <https://doi.org/10.1504/IJBEM.2012.046241>

Kumar, M., & Thenmozhi, M. (2012b). Stock index return forecasting and trading strategy using hybrid ARIMA-neural network model. *International Journal of Financial Management*, 2(1), 1-14. <https://doi.org/10.1504/IJBEM.2012.046241>

Kundu, T., & Islam, S. (2019). An interactive weighted fuzzy goal programming technique to solve multi-objective reliability optimization problem. *Journal of Industrial Engineering International*, 15, 95-104. <https://doi.org/10.1007/s40092-019-0321-y>

Lai, Y. J., & Hwang, C. L. (1992). *Fuzzy mathematical programming: methods and applications*. Springer-Verlag. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-48753-8>

Lai, Y. J., & Hwang, C. L. (1996). *Fuzzy multiple objective decision making: methods and applications*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-57949-3>

Land, A. H., & Doig, A. G. (1960). An automatic method of solving discrete programming problems. *Econometrica*, 28(3), 497-520. <https://doi.org/10.2307/1910129>.

Lavanya, P. (2017). Various fuzzy numbers and their various ranking approaches. *International Journal of Advanced Research in Engineering and Technology*, 8(5), 73-82.

Le Bon, G. (1896). *The crowd: a study of the popular mind*. Macmillan.

León, T., Liern, V., Marco, P., Segura, J. V., & Vercher, E. (2004). A downside risk approach for the portfolio selection problem with fuzzy returns. *Fuzzy Economic Review*, 9(1), 61-77. <https://doi.org/10.25102/FER.2004.01.04>

León, T., Liern, V., & Vercher, E. (2000). Fuzzy mathematical programming for portfolio management. In M. Boilla, M. Casaus, & R. Sala (Eds.) *Financial Modeling* (s. 241-256). Physica-Verlag.

- León, T., Liern, V., & Vercher, E. (2002). Viability of infeasible portfolio selection problems: a fuzzy approach. *European Journal of Operational Research*, 139(1), 178-189. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(01\)00175-8](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(01)00175-8)
- Levy, H. (1999). *Introduction to Investments*. Cincinnati.
- Li, B., Sun, Y., Aw, G., & Teo, K. L. (2019). Uncertain portfolio optimization problem under a minimax risk measure. *Applied Mathematical Modelling*, 76, 274-281. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2019.06.019>
- Li, C. (2019). A fuzzy multi-objective linear programming with interval-typed triangular fuzzy numbers. *Open Mathematics*, 17(1), 607-626. <https://doi.org/10.1515/math-2019-0048>
- Li, J., Zhang, W., & Yeh, W. W.-G. (2021). A proposed multi-objective, multi-stage stochastic programming with recourse model for reservoir management and operation. *Water Resources Research*, 57, e2020WR029200. <https://doi.org/10.1029/2020WR029200>
- Li, X., Jiang, H., Guo, S., Ching, W., & Yu, L. (2020a). On product of positive L-R fuzzy numbers and its application to multi-period portfolio selection problems. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 19, 53–79. <https://doi.org/10.1007/s10700-019-09308-6>
- Li, X., Zhang, Y., Wong, H.-S., & Qin, Z. (2009). A hybrid intelligent algorithm for portfolio selection problem with fuzzy returns. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 233(2), 264-278. <https://doi.org/10.1016/j.cam.2009.07.019>
- Li, X., Zhongfeng, Q., & Kar, S. (2010). Mean-variance-skewness model for portfolio selection with fuzzy returns. *European Journal of Operational Research*, 202(1), 239-247. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2009.05.003>
- Li, Z., Han, J., & Song, Y. (2020b). On the forecasting of high-frequency financial time series based on ARIMA model improved by deep learning. *Journal of Forecasting*, 39(7), 1081-1097. <https://doi.org/10.1002/for.2677>
- Liagkouras, K., & Metaxiotis, K. (2018). Multi-period mean–variance fuzzy portfolio optimization model with transaction costs. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 67, 260-269. <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2017.10.010>
- Liang, T. F. (2006). Distribution planning decisions using interactive fuzzy multi-objective linear programming. *Fuzzy Sets and Systems*, 157(10), 1303-1316. <https://doi.org/10.1016/j.fss.2006.01.014>

- Liang, B., Su, H., Gui, L., Cambria, E., & Xu, R. (2022). Aspect-based sentiment analysis via affective knowledge enhanced graph convolutional networks. *Knowledge-Based Systems*, 235, 107643. <https://doi.org/10.1016/j.knosys.2021.107643>
- Lindo Systems. (2024, 23. srpna). *Lingo*.
<https://www.lindo.com/index.php/products/lingo-and-optimization-modeling>
- Liška, V., & Gazda, J. (2004). *Kapitálové trhy a kolektivní investování*. Professional Publishing.
- Liu, B. (2004). *Uncertainty theory: an introduction to its axiomatic foundations*. Springer Verlag. <https://doi.org/10.1007/978-3-540-39987-2>
- Liu, B. (2007). *Uncertainty theory: an introduction to its axiomatic foundations* (2. vydání). Springer-Verlag Berlin Heidelberg. <https://doi.org/10.1007/978-3-540-73165-8>
- Liu, S. T. (2011). A fuzzy modeling for fuzzy portfolio optimization. *Expert Systems with Applications*, 38(11), 13803-13809. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2011.04.183>
- Liu Y.-J., & Zhang, W.-G. (2013). Fuzzy portfolio optimization model under real constraints. *Insurance: Mathematics and Economics*, 53(3), 704-711. <https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2013.09.005>
- Liu, Y.-J., & Zhang, W.-G. (2015). A multi-period fuzzy portfolio optimization model with minimum transaction lots. *European Journal of Operational Research*, 242(3), 933-941. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2014.10.061>
- Liu, Y.-J., & Zhang, W.-G. (2019). Possibilistic moment models for multi-period portfolio selection with fuzzy returns. *Computational Economics*, 53, 1657-1686. <https://doi.org/10.1007/s10614-018-9833-6>
- Liu, Y.-J., Zhang, W.-G., & Gupta, P. (2018a). International asset allocation optimization with fuzzy return. *Knowledge-Based Systems*, 139, 189-199. <https://doi.org/10.1016/j.knosys.2017.10.019>
- Liu, Y.-J., Zhang, W.-G., & Zhao, X.-J. (2018b). Fuzzy multi-period portfolio selection model with discounted transaction costs. *Soft Computing*, 22(1), 177-193. <https://doi.org/10.1007/s00500-016-2325-5>
- Luhandjula, M. K. (1987). Multiple objective programming problems with possibilistic coefficients. *Fuzzy Sets and Systems*, 21(2), 135-145. [https://doi.org/10.1016/0165-0114\(87\)90159-X](https://doi.org/10.1016/0165-0114(87)90159-X)

- Ma, Y., Han, R., & Wang, W. (2021). Portfolio optimization with return prediction using deep learning and machine learning. *Expert Systems with Applications*, 165, 113973. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2020.113973>
- MacroMicro. (2024, 16. srpna). *US – CNN Fear and Greed Index*. <https://en.macromicro.me/charts/50108/cnn-fear-and-greed>
- Mahapatra, G. S., Maneckshaw, B., & Barker, K. (2022). Multi-objective reliability redundancy allocation using MOPSO under hesitant fuzziness. *Expert Systems with Applications*, 198, 116696. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2022.116696>
- Malcolm, D. G., Roseboom, J. H., Clark, C. E., & Fazar, W. (1959). Application of a technique for research and development program evaluation. *Operations research*, 7(5), 646-669.
- Mandal, P. K., Thakur, M., & Mittal, G. (2024). Credibilistic portfolio optimization with higher-order moments using coherent triangular fuzzy numbers. *Applied Soft Computing* 151(C), 111155. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2023.11115>
- Mansour, N., Cherif, M. S., & Abdelfattah, W. (2019). Multi-objective imprecise programming for financial portfolio selection with fuzzy returns. *Expert Systems with Applications*, 138, 112810. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2019.07.027>
- Markowitz, H. M. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77-91. <https://doi.org/10.2307/2975974>
- Markowitz, H. M. (1959). *Portfolio selection: efficient diversification of investments*. John Wiley & Sons, Inc.
- Marler, R. T., & Arora, J. S. (2010). The weighted sum method for multi-objective optimization: new insights. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 41, 853-862. <https://doi.org/10.1007/s00158-009-0460-7>
- Marti, K., Ermoliev, Y., & Pflug, G. (2004). *Dynamic stochastic optimization*. Springer-Verlag.
- Mashayekhi, Z., & Omrani, H. (2016). An integrated multi-objective Markowitz–DEA cross-efficiency model with fuzzy returns for portfolio selection problem. *Applied Soft Computing*, 38, 1-9. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2015.09.018>
- Masri, H., & Khayati, A. (2014). An imprecise multiple criteria decision model for Gulf's foreign direct investment in the north African countries. *INFOR Information Systems and Operational Research*, 52, 108-115. <https://doi.org/10.3138/infor.52.3.108>

MaxInvest. (2024, 4. července). *Investujte na Max! Jednoduše online*. <https://www.maxinvestapp.eu/>

Medhat, W., Hassan, A., & Korashy, H. (2014). Sentiment analysis algorithms and applications: A survey. *Ain Shams Engineering Journal*, 5(4), 1093-1113. <https://doi.org/10.1016/j.asej.2014.04.011>

Mehlawat, M. K. (2016). Credibilistic mean-entropy models for multi-period portfolio selection with multi-choice aspiration levels. *Information Sciences*, 345, 9-26. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2016.01.042>

Mehlawat, M. K., Gupta, P., Kumar, A., Yadav, S., & Aggarwal, A. (2020). Multiobjective fuzzy portfolio performance evaluation using data envelopment analysis under credibilistic framework. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 28(11), 2726-2737. <https://doi.org/10.1109/TFUZZ.2020.2969406>

Messaoudi, L., Aouni, B., & Rebai, A. (2017). Fuzzy chance-constrained goal programming model for multi-attribute financial portfolio selection. *Annals of Operations Research*, 251, 193–204. <https://doi.org/10.1007/s10479-015-1937-y>

MF ČR. (2024a, 5. ledna). *Zpráva o vývoji finančního trhu v roce 2022*. <https://www.mfcr.cz/cs/financni-trh/bankovnictvi-a-dohled/vyvoj-financniho-trhu/2022/zprava-o-vyvoji-financniho-trhu-v-roce-2-51712>

MF ČR. (2024b, 16. srpna). *Zpráva o vývoji finančního trhu v roce 2023*. <https://www.mfcr.cz/cs/financni-trh/bankovnictvi-a-dohled/vyvoj-financniho-trhu/2022/zprava-o-vyvoji-financniho-trhu-v-roce-2-51712>

Miettinen, K. (1998). *Nonlinear multiobjective optimization*. Kluwer Academic Publishers. <https://doi.org/10.1007/978-1-4615-5563-6>

Mohamed, R. H. (1997). The relationship between goal programming and fuzzy programming. *Fuzzy Sets and Systems*, 89(2), 215-222. [https://doi.org/10.1016/S0165-0114\(96\)00100-5](https://doi.org/10.1016/S0165-0114(96)00100-5)

Mohan, C., & Nguyen, T. H. (1998). Reference direction interactive method for solving multiobjective fuzzy programming problems. *European Journal of Operational Research*, 107(3), 599-613. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(97\)00161-6](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(97)00161-6)

Mohseny-Tonekabony, N., Sadjadi, S. J., Mohammadi, E., Tamiz, M., & Jones, D. F. (2024). Robust, extended goal programming with uncertainty sets: an application to a multi-objective portfolio selection problem leveraging DEA. *Annals of Operations Research*, 1-56. <https://doi.org/10.1007/s10479-023-05811-7>

- Morgan Stanley. (2021, 2. července). *Sustainable Investing Sentiment Weathers Economic Uncertainty*. <https://www.morganstanley.com/ideas/sustainable-investing-sentiment-covid-19>
- Moussa, A. M., Kamdem, J. S., Shapiro, A. F. & Terraza, M. (2014). CAPM with fuzzy returns and hypothesis testing. *Insurance: Mathematics and Economics*, 55, 40-57. <https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2013.11.001>
- MSCI. (2024a, 19. srpna). Erste Stock Commodities. <https://www.msci.com/our-solutions/esg-investing/esg-fund-ratings-climate-search-tool/funds/erste-stock-commodities-czk-r01-vtia-/68315291>
- MSCI. (2024b, 19. srpna). Erste Stock EM Global. <https://www.msci.com/our-solutions/esg-investing/esg-fund-ratings-climate-search-tool/funds/erste-stock-em-global-czk-r01-vta-/68216288>
- MSCI. (2024c, 3. července). *ESG Fund Ratings and Climate Search Tool*. <https://www.msci.com/our-solutions/esg-investing/esg-fund-ratings-climate-search-tool>
- Mueller-Gritschneider, D., Graeb, H., & Schlichtman, U. (2009). A successive approach to compute the bounded Pareto front of practical multiobjective optimization problems. *SIAM Journal on Optimization*, 20(2), 915-934. <https://doi.org/10.1137/080729013>
- Musílek, P. (1996). *Finanční trhy: instrumenty, instituce a management (II. díl)*. Vysoká škola ekonomická.
- Musílek, P. (1999). *Finanční trhy a investiční bankovníctví*. ETC Publishing.
- Nahmias, S. (1978). Fuzzy variables. *Fuzzy Sets and Systems*, 1(2), 97-110.
- Narasimhan, R. (1980). Goal programming in a fuzzy environment. *Decision Sciences*, 11(2), 325-338. <https://doi.org/10.1111/j.1540-5915.1980.tb01142.x>
- Nasseri, S. H., & Zavieh, H. (2018). A multi-objective method for solving fuzzy linear programming based on semi-infinite model. *Fuzzy Information and Engineering*, 10(1), 91-98. <https://10.1080/16168658.2018.1509522>
- Niksirat, M. (2022) Intuitionistic fuzzy hub location problems: model and solution approach. *Fuzzy Information and Engineering*, 14(1), 74-83. <https://doi.org/10.1080/16168658.2021.2019434>
- Novák, V. (1986). *Fuzzy množiny a jejich aplikace*. Praha: SNTL – nakladatelství technické literatury.

Novák, V. (1989). *Fuzzy sets and their applications*. SNTL – nakladatelství technické literatury.

Novák, V. (2000). *Základy fuzzy modelování*. Praha.

NYU Stern Center for Sustainable Business. (2021, 2. října). *New Meta-Analysis from NYU Stern Center for Sustainable Business and Rockefeller Asset Management Finds ESG Drives Better Financial Performance*. <https://www.stern.nyu.edu/experience-stern/faculty-research/new-meta-analysis-nyu-stern-center-sustainable-business-and-rockefeller-asset-management-finds-esg>

Ntaimo, L. 2024. *Computational Stochastic Programming: Models, Algorithms, and Implementation*. Springer, New York. <https://doi.org/10.1007/978-3-031-52464-6>

Ojha, A. K., & Biswal. K. K. (2009). *Lexicographic multi-objective geometric programming problems*. *International Journal of Computer Science Issues*, 6(2), 20-24. <https://doi.org/10.48550/arXiv.0912.1832>

Osman, M. S., Emam, O. E., & Elsayed, M. A. (2018). Interactive approach for multi-level multi-objective fractional programming problems with fuzzy parameters. *Benisuef university journal of basic and applied sciences*, 7(1), 139-149. <https://doi.org/10.1016/j.bjbas.2017.08.005>

Pahade, J. K., & Jha, M. (2021). Credibilistic variance and skewness of trapezoidal fuzzy variable and mean–variance–skewness model for portfolio selection. *Results in Applied Mathematics*, 11, 100159. <https://doi.org/10.1016/j.rinam.2021.100159>

Partners. (2024, 11. ledna). *Poradenství*. <https://www.partners.cz/poradenstvi/>

PCVSE. (2024, 15. ledna). *Ověření časopisu na přítomnost v uznávaných databázích*. <https://eso.vse.cz/~sklenak/pcvse/pcvse-casopisy.php>

Pedrycz, W., Ekel, P., & Parreiras, R. (2010). *Fuzzy multicriteria decision-making models, methods and applications*. Wiley.

Peidro, D., & Vasant, P. (2011). Transportation planning with modified S-curve membership functions using an interactive fuzzy multi-objective approach. *Applied Soft Computing*, 11(2), 2656-2663. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2010.10.014>

Peníze.cz. (2024a, 11. ledna). *Finančního poradce má třetina Čechů. Řekli, jak jsou spokojeni*. <https://www.penize.cz/financni-poradenstvi/434768-financniho-poradce-ma-tretina-cechu-rekli-jak-jsou-spokojeni>

Peníze.cz. (2024b, 14. srpna). *Investiční strategie*. <https://www.penize.cz/15948-investicni-strategie>

- Peníze.cz. (2024c, 19. července). *Sentiment investorů*. <https://www.penize.cz/196007-sentiment-investoru>
- Peters, D. J. (1991). Valuing a growth stock. *Journal of Portfolio Management*, 17(3), 49-51. <https://doi.org/10.3905/jpm.1991.409339>
- PKV. (2024, 3. července). *Socially Responsible Investing (SRI)*. <https://www.pkv.cz/en/esg-slovnicek/spolecensky-odpovedne-investovani-sri?>
- Pokorný, M. (2024, 31. ledna). *Jak se v roce 2023 dařilo Portu ve srovnání s podílovými fondy?* Portu magazín. <https://magazin.portu.cz/jak-se-v-roce-2023-darilo-portu-ve-srovnani-s-podilovymi-fondy/>
- Portu. (2024a, 2. července). *Investujte odpovědně pro lepší zítřky*. <https://www.portu.cz/odpovedne-investovani-esg/>
- Portu. (2024b, 15. ledna). *Lepší místo pro vaše peníze*. https://www.portu.cz/?gad_source=1&gclid=Cj0KCQiAwP6sBhDAARIsAPfK_wYTzfRyx2lvLHNpRhIbgkCIGAgCSz36gO0aIVVfJImW8BU2WKH-5xkaAjb6EALw_wcB
- Prekopa, A. (1999). *Stochastic programming*. Kluwer Academic Publishers.
- PRI. (2024, 3. července). *About US*. <https://www.unpri.org/about-us/about-the-pri>
- Qin, Z., Li, X., & Ji, X. (2009). Portfolio selection based on fuzzy cross-entropy. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 228(1), 139-149. <https://doi.org/10.1016/j.cam.2008.09.010>
- Qin, Z., Wen, M., & Gu, C. (2011). Mean-absolute deviation portfolio selection model with fuzzy returns. *Iranian Journal of Fuzzy Systems*, 8(4), 61-75. <https://doi.org/10.22111/IJFS.2011.308>
- Ramzannia-Keshteli, G. A., Nasser, S. H., Ganji, R. M., & Bavandi, S. (2019). Multi-choice goal programming with flexible fuzzy goals and constraints. In *7th Iranian Joint Congress on Fuzzy and Intelligent Systems* (s. 1-4). IEEE.
- Raška, L. (2023, 21. března). *Odpovědná portfolia #5: Pět mýtů o odpovědném a ESG investování*. Portu magazín. <https://magazin.portu.cz/odpovedna-portfolia-5-pet-mytu-o-odpovednem-a-esg-investovani/>
- Razmi, J., Jafarian, E., & Amin, S. H. (2016). An intuitionistic fuzzy goal programming approach for finding pareto-optimal solutions to multi-objective programming problems. *Expert Systems with Applications*, 65, 181-193. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2016.08.048>
- Revolut. (2024, 15. ledna). *Change the Way You Money*. <https://www.revolut.com/>

- Rhea, R. (1932). *Dow theory*. Barron's.
- RM-SYSTÉM. (2024, 13. září). *Burza RM SYSTÉM*. <https://www.rmsystem.cz/>
- Roger. (2024, 18. července). *Likvidita*. <https://www.roger.cz/platba/slovník-pojmu/likvidita/>
- Rommelfanger, H. (1990). Fulpal – an interactive method for solving (multiobjective) fuzzy linear programming problems. In R. Slowinski, & J. Teghem (Eds.) *Stochastic Versus Fuzzy Approaches To Multiobjective Mathematical Programming under Uncertainty, Theory and Decision Library* (s. 279-299), Springer.
- Roostaei, R., Izadikhah, M., & Hosseinzadeh Lotfi, F. (2012). An interactive procedure to solve multi-objective decision-making problem: An improvement to STEM Method. *Journal of Applied Mathematics*, 2012(1), 324712. <https://doi.org/10.1155/2012/324712>
- Ruiz, A. B., Saborido, R., Bermúdez, J. D., Luque, M., & Vercher, E. (2020). Preference-based evolutionary multi-objective optimization for portfolio selection: A new credibilistic model under investor preferences. *Journal of Global Optimization*, 76(2), 295-315. <https://doi.org/10.1007/s10898-019-00782-1>
- Russell, B. Vagueness. (1923). *Australian Journal of Psychology and Philosophy*, 1, 84-92.
- Růžička, V. (2021, 4. března). 7. díl *Seriálu fundamentální analýzy – Analýza sentimentu s COT reportem*. Finex. <https://finex.cz/analiza-sentimentu-s-cot-reportem/>
- Růžička, V., & Kudláček, P. (2024, 17. července). *Jak vydělat peníze díky emocím na trzích? TOP 10 ukazatelů sentimentu*. Finex. <https://finex.cz/ukazatele-sentimentu-na-financnich-trzich/>
- Saborido, R., Ruiz, A. B., Bermúdez, J. D., Vercher, E., & Luque, M. (2016). Evolutionary multi-objective optimization algorithms for fuzzy portfolio selection. *Applied Soft Computing*, 39, 48-63. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2015.11.005>
- Sakawa, M. (1993). *Fuzzy sets and interactive multiobjective optimization*. Plenum Press.
- Sakawa, M., Nishizaki, I., & Katagiri, H. (2011). *Fuzzy stochastic multiobjective programming*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-1-4419-8402-9>

- Samokhvalov, Y. (2020). Automatic Construction of (L-R)-functions by Experimental Data. In V. Snytyuk a kol. (Eds.) *Proceedings of the 7th International Conference Information Technology and Interactions 2020* (s. 55-64). CEUR-WS.org.
- Samuels, A., & McGonical, J. (2020). News Sentiment Analysis. *arXiv preprint arXiv:2007.02238*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2007.02238>
- Sancho-Royo, A., & Verdegay, J. L. (1999). Methods for the construction of membership functions. *International Journal of Intelligent Systems*, 14(12), 1213-1230. [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1098-111X\(199912\)14:12<1213::AID-INT3>3.0.CO;2-5](https://doi.org/10.1002/(SICI)1098-111X(199912)14:12<1213::AID-INT3>3.0.CO;2-5)
- Sasaki, M., Gen, M., K. & Ida, K. (1990). Interactive sequential fuzzy goal programming. *Computers & Industrial Engineering*, 19(1-4), 567-571.
- Scott, D. L. (2009). *The american heritage dictionary of business terms*. Houghton Mifflin Harcourt.
- Seresht, N. G., & Fayek, A. R. (2019). Computational method for fuzzy arithmetic operations on triangular fuzzy numbers by extension principle. *International Journal of Approximate Reasoning*, 106, 172-193. <https://doi.org/10.1016/j.ijar.2019.01.005>
- Shapiro, A., Dentcheva, D., & Ruszczyński, A. (2021). *Lectures on stochastic programming: modeling and theory*. Society for Industrial and Applied Mathematics. <https://doi.org/10.1137/1.9781611976595>
- Sharma, S., & Kumar, V. (2022). A comprehensive review on multi-objective optimization techniques: past, present and future. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 29(7), 5605-5633. <https://doi.org/10.1007/s11831-022-09778-9>
- Shih, H. S. (2002). An interactive approach for integrated multilevel systems in a fuzzy environment. *Mathematical and Computer Modelling*, 36(4-5), 569-585. [https://doi.org/10.1016/S0895-7177\(02\)00183-8](https://doi.org/10.1016/S0895-7177(02)00183-8)
- Shleifer, A. (2000). *Inefficient markets: an introduction to behavioral finance*. Oxford Academic. <https://doi.org/10.1093/0198292279.001.0001>
- Simkowitz, M. A., & Beedles, W. L. (1980). Asymmetric stable distributed security returns. *Journal of the American Statistical Association*, 75(370), 306-312. <https://doi.org/10.1080/01621459.1980.10477467>
- Singh, S. R. (2021). *Fuzzy set theory*. Krishna Prakashan Media.

Singh, P., Kumari, S., & Singh, P. (2017). Fuzzy efficient interactive goal programming approach for multi-objective transportation problems. *International Journal of Applied and Computational Mathematics*, 3, 505-525. <https://doi.org/10.1007/s40819-016-0155-x>

Sítě v hrsti. (2021, 4. července). *Kdo je Generace X, Y (miléniálové), tichá generace Z a Baby boomers?* <https://sitevhrsti.cz/generace-x-y-z-baby-boomers/>

Słowiński, R. (1990). Flip – an interactive method for multiobjective linear programming with fuzzy coefficients. In R. Słowiński, J. Teghem (Eds.) *Stochastic Versus Fuzzy Approaches To Multiobjective Mathematical Programming under Uncertainty* (s. 249-262). Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

Srizongkhram, S., Suthamanondh, P., Manitayakul, K., & Sirahada, K. (2022). Fuzzy multi-objective portfolio optimization considering investment return and investment risk. *International Journal of Fuzzy System Applications*, 11(1), 1-35. <http://doi.org/10.4018/IJFSA.285552>

Srovnejto.cz. (2024, 4. července). *P2P půjčky*. <https://www.srovnejto.cz/slovník-pojmu/pujcky-a-uvery/p2p-pujcky/>

Stavebky.cz. (2023, 23. října). *Jak se od roku 2024 změní stavební spoření?* <https://www.stavebky.cz/jak-se-od-roku-2024-zmeni-stavebni-sporeni/>

Stevenson, S. (2001). Emerging markets, downside risk and the asset allocation decision. *Emerging Markets Review*, 2(1), 50-66. [https://doi.org/10.1016/S1566-0141\(00\)00019-4](https://doi.org/10.1016/S1566-0141(00)00019-4)

Stream. (2024, 4. července). *Nízké poplatky, slušné výnosy a málo starostí? Jak Portu změnilo trh na Slovensku a v Česku*. <https://www.stream.cz/ekonomie-lidskou-reci/nizke-poplatky-slusne-vynosy-a-malo-starosti-jak-portu-zmenilo-trh-na-slovensku-a-v-cesku-64893991>

Supersysel. (2024, 1. července). *Investiční cíl*. <https://supersysel.cz/slovník-pojmu/investicni-cil/#>

Supsermpol, P., & Chiadamrong, N. (2023). Reverse logistics network design with a 3-phase interactive intuitionistic fuzzy goal programming approach: a case study of covid-19 in Pathum Thani, Thailand. *Engineering Journal*, 27(7), 27-51. <https://doi.org/10.4186/ej.2023.27.7.27>

SurveyMonkey. (2024, 20. srpna). *What is a Likert scale?* <https://www.surveymonkey.com/mp/likert-scale/>

- Sušánka & Partneri. (2024, 11. ledna). O nás. <https://jansusanka.cz/>
- Steigauf, S. (2003). *Fondy – jak vydělávat pomocí fondů*. Grada Publishing.
- Steuer, R. E., & Choo, E. U. (1983). An interactive weighted Tchebycheff procedure for multiple objective programming. *Mathematical Programming*, 26, 326-344. <https://doi.org/10.1007/BF02591870>
- Svoboda, M. (2009). *Základy financí*. ESF MU.
- Swisher, P., & Kasten, G. W. (2005). Post-modern portfolio theory. *Journal of Financial Planning*, 18(9), 74-85.
- Talašová, J. (2003). *Fuzzy metody vícekritériálního hodnocení a rozhodování*. Univerzita Palackého v Olomouci.
- Tanaka, H., & Asai, K. (1984). Fuzzy linear programming problems with fuzzy numbers. *Fuzzy Sets and Systems*, 13(1), 1-10. [https://doi.org/10.1016/0165-0114\(84\)90022-8](https://doi.org/10.1016/0165-0114(84)90022-8)
- Teghem, J., Dufrane, D., Thauvoye, M., & Kunsch, P. (1986). STRANGE: an interactive method for multi-objective linear programming under uncertainty. *European Journal of Operational Research*, 26(1), 65-82. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(86\)90160-8](https://doi.org/10.1016/0377-2217(86)90160-8)
- Terano, T., Asai K., & Sugeno, M. (1992). *Fuzzy systems theory and its applications*. Academic Press.
- Thakur, M. (2024, 15. ledna). *Geometric Mean vs Arithmetic Mean*. Educba. <https://www.educba.com/geometric-mean-vs-arithmetic-mean/>
- The Free Dictionary. (2024, 2 července). *Board Independence*. <https://financial-dictionary.thefreedictionary.com/Board+Independence>
- ThinkEasy. (2024, 11. ledna). *Aplikace pro investování a obchodování jsou skvělé pro drobné investory, ale i vizionáře*. <https://thinkeasy.cz/aplikace-pro-investovani-a-obchodovani-jsou-skvele-pro-drobne-investory-ale-i-vizionare/>
- Torabi, S. A., & Hassini, E. (2008). An interactive possibilistic programming approach for multiple objective supply chain master planning. *Fuzzy Sets and Systems*, 159(2), 193-214. <https://doi.org/10.1016/j.fss.2007.08.010>

- Tu, W., Cheung, D. W., Mamoulis, N., Yang, M., & Lu, Z. (2016). Investment recommendation using investor opinions in social media. In N. Kando, T. Sakai, & H. Joho (Eds.) *Proceedings of the 39th International ACM SIGIR conference on Research and Development in Information Retrieval* (s. 881-884). Association for Computing Machinery.
- Urschel, J. D. (2005). How to analyze an article. *World journal of surgery*, 29(5), 557-560. <https://doi.org/10.1007/s00268-005-7912-z>
- Vanguard. (2024, 11. září). *Think ESG investments sacrifice performance? Think again.* <https://www.vanguardmexico.com/content/dam/intl/americas/documents/mexico/en/think-esg-investments-sacrifice-performance.pdf>
- Venkataraman, S. V. (2021). A remark on mean-semivariance behaviour: Downside risk and capital asset pricing. *International Journal of Finance & Economics*, 28(3), 2683-2695. <https://doi.org/10.1002/ijfe.2557>
- Vercher, E. (2008). Portfolios with fuzzy returns: selection strategies based on semi-infinite programming. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 217(2), 381-393. <https://doi.org/10.1016/j.cam.2007.02.017>
- Veselá, J. (2019). *Investování na kapitálových trzích*. Wolters Kluwer ČR.
- Wadhawan, D., & Singh, H. (2019). Estimating and forecasting volatility using ARIMA model: a study on NSE, India. *Indian Journal of Finance*, 13(5), 37-51. <https://doi.org/10.17010/ijf/2019/v13i5/144184>
- WallStreetPrep. (2024, 29. července). *Treynor ratio.* <https://www.wallstreetprep.com/knowledge/treynor-ratio/>
- Walsh, J. (2021). *Investing with Keynes: how the world's greatest economist overturned conventional wisdom and made a fortune on the stock market*. Pegasus Books.
- Wang, R. C., & Liang, T. F. (2005). Applying possibilistic linear programming to aggregate production planning. *International Journal of Production Economics*, 98(3), 328-341. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2004.09.011>
- Wang, S. Y., & Lee, C. F. (2010). Fuzzy multi-criteria decision-making for evaluating mutual fund strategies, *Applied Economics*, 43, 3405-3414. <https://doi.org/10.1080/00036841003636318>
- Wang, Z., & Liu, S. (2013) Multi-period mean-variance portfolio selection with fixed and proportional transaction costs. *Journal of Industrial and Management Optimization*, 9(3), 643-657. <https://doi.org/10.3934/jimo.2013.9.643>

- Wang, H., Olhofer, M., & Jin, Y. (2017). A mini-review on preference modeling and articulation in multi-objective optimization: current status and challenges. *Complex & Intelligent Systems*, 3, 233-245. <https://doi.org/10.1007/s40747-017-0053-9>
- Wang, Y. Y., Huang, G. H., Wang, S., Li, W., & Guan, P. B. (2016). A risk-based interactive multi-stage stochastic programming approach for water resources planning under dual uncertainties. *Advances in Water Resources*, 94, 217-230. <https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2016.05.011>
- Watada, J. (2001). Fuzzy portfolio model for decision making in investment. In Y. Yoshida (Ed.) *Dynamical Aspects in Fuzzy Decision Making* (s. 141-162). Physica-Verlag.
- Wendeling, K. (2020, 2. července). Význam diverzity a inkluze na pracovišti a proč jsou důležité pro váš byznys. HRMixer. <https://www.hrmixer.cz/navody/559-vyznam-diverzity-a-inkluze-na-pracovisti-a-proc-jsou-dulezite-pro-vas-byznys>
- Werner, B. (1987). Interactive multiple objective programming subject to flexible constraints. *European Journal of Operational Research*, 31(3), 342-349. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(87\)90043-9](https://doi.org/10.1016/0377-2217(87)90043-9)
- Williams, J. B. (1938). *The theory of investment value*. Harvard University Press.
- WIN group. (2023, 16. února). Co je investice a investiční trojúhelník? <https://wivgroup.cz/blog/investovani/co-je-investice-a-investicni-trojuhelnik>
- Windham Portfolio Advisor. (2024, 11. července). *Probability of Loss*. <https://wpahelp.windhamlabs.com/exposure-to-loss/probability-of-loss>
- Woodside-Oriakhi, M., Lucas, C., & Beasley, J.E. (2013). Portfolio rebalancing with an investment horizon and transaction costs. *Omega*, 41(2), 406-420. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2012.03.003>
- Wu, Q., Liu, X., Qin, J., Zhou, L., Mardani, A., & Deveci, M. (2022). An integrated multi-criteria decision-making and multi-objective optimization model for socially responsible portfolio selection. *Technological Forecasting and Social Change*, 184, 121977. <https://doi.org/10.1016/j.techfore.2022.121977>
- Wu, F., Lu, J., & Zhang, G. (2006). A new approximate algorithm for solving multiple objective linear programming problems with fuzzy parameters. *Applied Mathematics and Computation*, 174(1), 524-544. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2005.04.106>

- Xin, B., Chen, L., Chen, J., Ishibuchi, H., Hirota, K., & Liu, B. (2018). Interactive multiobjective optimization: a review of the state-of-the-art. *IEEE Access*, 6, 41256-41279. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2018.2856832>
- XTB. (2024, 11. ledna). *Investujte své úspory chytřejším způsobem*. <https://www.xtb.com/cz>
- Xu, Z. (2014). *Hesitant Fuzzy Sets Theory*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-04711-9>
- Yadav, S., Kumar, A., Mehlawat, M. K., Gupta, P., & Charles, V. (2023). A multi-objective sustainable financial portfolio selection approach under an intuitionistic fuzzy framework. *Information Sciences*, 646, 119379. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2023.119379>
- Yadav, H. B., & Yadav, D. K. (2015). Construction of membership function for software metrics. *Procedia Computer Science*, 46, 933-940. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2015.01.002>
- Yahoo!finance. (2024, 28. června). *Dow Jones Industrial Average*. <https://finance.yahoo.com/quote/%5EDJI/>
- Yoshimoto, A. (1996). The mean-variance approach to portfolio optimization subject to transaction costs. *Journal of the Operations Research Society of Japan*, 39(1), 99-117. <https://doi.org/10.15807/jorsj.39.99>
- Yun, Y. S., Ryu, S. U., & Park, J. W. (2009). The generalized triangular fuzzy sets. *Journal of the Chungcheong Mathematical Society*, 22(2), 161-170. <https://doi.org/10.14403/jcms.2009.22.2.161>
- Yu, G. F., Li, D. F., Liang, D. C., & Li, G. X. (2021). An intuitionistic fuzzy multi-objective goal programming approach to portfolio selection. *International Journal of Information Technology & Decision Making*, 20(5), 1477-1497. <https://doi.org/10.1142/S0219622021500395>
- Začni investovat.cz. (2024, 28. června). *Jak investovat do ETF? – Kompletní průvodce*. <https://zacniinvestovat.cz/jak-investovat-do-etf/>
- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*, 8(3), 338-353. [https://doi.org/10.1016/S0019-9958\(65\)90241-X](https://doi.org/10.1016/S0019-9958(65)90241-X)
- Zadeh, L. A. (1978). Fuzzy sets as the basis for a theory of possibility. *Fuzzy Sets and Systems*, 1(1), 3-28. [https://doi.org/10.1016/0165-0114\(78\)90029-5](https://doi.org/10.1016/0165-0114(78)90029-5)

- Zadeh, L. A. (1973). Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 3(1), 28-44. <https://doi.org/10.1109/TSMC.1973.5408575>
- Zadeh, L. A. (1971). Similarity relations and fuzzy orderings. *Information Sciences*, 3(2), 177–200. [https://doi.org/10.1016/S0020-0255\(71\)80005-1](https://doi.org/10.1016/S0020-0255(71)80005-1)
- Zadeh, L. A. (1975a). The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning– I. *Information Sciences*, 8(3), 199-249. [https://doi.org/10.1016/0020-0255\(75\)90036-5](https://doi.org/10.1016/0020-0255(75)90036-5)
- Zadeh, L. A. (1975b). The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning – II. *Information Sciences*, 8(4), 301-357. [https://doi.org/10.1016/0020-0255\(75\)90046-8](https://doi.org/10.1016/0020-0255(75)90046-8)
- Zadeh, L. A. (1975c). The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning – III. *Information Sciences*, 9(1), 43-80. [https://doi.org/10.1016/0020-0255\(75\)90017-1](https://doi.org/10.1016/0020-0255(75)90017-1)
- Zadeh, L. A. (1983). The role of fuzzy logic in the management of uncertainty in expert systems. *Fuzzy Sets and Systems*, 11(1-3), 199-227. [https://doi.org/10.1016/S0165-0114\(83\)80081-5](https://doi.org/10.1016/S0165-0114(83)80081-5)
- Zajímej.se. (2024, 2. července). *Změna k lepšímu představila největší průzkum firemní udržitelnosti v České republice*. <https://zajimej.se/pruzkum-udrzitelnosti-2023/>
- Zákon č. 70/2001 Sb. o cenných papírech, Sbírka zákonů ČR Částka 21 (2001).
- Zákon č. 89/2012 Sb. občanský zákoník, (ve znění pozdějších předpisů), Sbírka zákonů ČR Částka 33 (2012).
- Zákon č. 163/2024 Sb. zákon, kterým se mění zákon č. 240/2013 Sb., o investičních společnostech a investičních fondech, ve znění pozdějších předpisů, a další související zákony, Sbírka zákonů ČR Částka 163 (2024).
- Zákon č. 189/2004 Sb. o kolektivním investování (ve znění pozdějších předpisů), Sbírka zákonů ČR Částka 63 (2004).
- Zákon č. 224/2006 Sb., kterým se mění zákon č. 189/2004 Sb., o kolektivním investování, a zákon č. 15/1998 Sb., o dohledu v oblasti kapitálového trhu a o změně a doplnění dalších zákonů, ve znění pozdějších předpisů, Sbírka zákonů ČR Částka 74 (2006).
- Zákon č. 240/2013 Sb. o investičních společnostech a investičních fondech (ve znění pozdějších předpisů), Sbírka zákonů ČR Částka 93 (2013).

Zákon č. 248/1992 Sb. o investičních společnostech a investičních fondech (ve znění pozdějších předpisů), Sbírka zákonů ČR Částka 51 (1992).

Zhang, X., Zhang, W., Xu, W., & Xiao, W. (2010). Possibilistic approaches to portfolio selection problem with general transaction costs and a CLPSO algorithm. *Computational Economics*, 36(3), 191-200. <https://doi.org/10.1007/s10614-010-9220-4>

Zheng, Z., & Brikaa, M. G. (2022). Solving multi-objective bi-matrix games with intuitionistic fuzzy goals through an aspiration level approach. *International Journal of Computing Science and Mathematics*, 16(4), 307-326. <https://doi.org/10.1504/IJCSM.2022.128650>

Zhou, J., Wu, S., & Gao, J. (2022). Two-stage fuzzy interactive multi-objective approach under interval type-2 fuzzy environment with application to the remanufacture of old clothes. *Symmetry*, 14(9), 1785. <https://doi.org/10.3390/sym14091785>

Zimmermann, H. J. (1978). Fuzzy programming and linear programming with several objective functions. *Fuzzy Sets and Systems*, 1(1), 45-55. [https://doi.org/10.1016/0165-0114\(78\)90031-3](https://doi.org/10.1016/0165-0114(78)90031-3)

Zimmermann, H. J. (1985). *Fuzzy set theory and its applications*. Kluwer-Nijhoff Publishing.

Zimmermann, H. J. (1991). *Fuzzy sets theory and its applications*. Kluwer Academic Publishers.

Zionts, S., & J. Wallenius. (1976). An interactive programming method for solving the multiple criteria problem. *Management Science*, 22(6), 652-663. <https://doi.org/10.1287/mnsc.22.6.652>

Zivot, E., & Wang, J. (2006). *Modeling financial time series with S-PLUS®*. Springer.

Zopounidis, C., & Pardalos, P. M. (2010). *Handbook of multicriteria analysis*. Springer Media. <https://doi.org/10.1007/978-3-540-92828-7>

Zonky. (2024, 11. ledna). O Zonky. <https://www.zonky.cz/o-zonky/>

Přílohy

Přílohy obsahují kódy použitých modelů v systému na podporu modelování Lingo. Výpis je doprovázen drobnými komentáři k lepší orientaci. Neslouží však k základnímu edukativnímu účelu. Modely jsou však pro uživatele programu Lingo s doplňkovým „excelovským“ souborem plně implementovatelné.

Příloha 1 Ideální hodnoty kritériálních funkcí – kód LINGO⁷⁶

MODEL:

SETS:

fondy/1..10/: pd, ps, ph, ri, e, o, u, x, y;

ENDSETS

!Kritériální funkce;

[z] max = @SUM(fondy: pd*x); !dolní výnos;

![z] max = @SUM(fondy: ps*x); !střední výnos;

![z] max = @SUM(fondy: ph*x); !horní výnos;

![z] min = @SUM(fondy: ri*x); !riziko;

![z] min = @SUM(fondy: e*x); !vstupní poplatek;

![z] min = @SUM(fondy: o*x); !TER;

![z] max = @SUM(fondy: u*x); !ESG;

!Omezení na podíl v portfoliu;

@FOR(fondy: x >= 0.15*y);

@FOR(fondy: x <= 0.50*y);

!Omezení na počet fondů v portfoliu;

@SUM(fondy: y) >= 3;

@SUM(fondy: y) <= 5;

!Omezení na minimální podíl fondu Erste WWF Stock Environment;

x(7) >= 0.15;

!Podmínka pro vytvoření portfolia;

@SUM(fondy: x) = 1;

!Podmínka binarity pro proměnné „y“;

@BIN(fondy: y);

⁷⁶ Soubor AnalýzaESG.xlsx je k dispozici po osobní domluvě s autorem.

DATA:
 pd, ps, ph, ri, e, o, u = @OLE('AnalýzaESG.xlsx');
 @OLE('AnalýzaESG.xlsx') = x, y, z;
 ENDDATA

END

Příloha 2 Prvotní portfolio – kód LINGO

MODEL:

SETS:

fondy/1..10/: pd, ps, ph, ri, e, o, u, x, y;

ENDSETS

!Kriteriální funkce;

[z] max = alfa;

!Fuzzy cíl – dolní výnos;

$(1-0.234)*(@SUM(fondy: pd*x)-(-8.15))/(-2.59-(-8.15)) \geq alfa;$

!Fuzzy cíl – střední výnos;

$(1-0.234)*(@SUM(fondy: ps*x)-0.15)/(1.13-0.15) \geq alfa;$

!Fuzzy cíl – horní výnos;

$(1-0.234)*(@SUM(fondy: ph*x)-3.07)/(10.32-3.07) \geq alfa;$

!Fuzzy cíl – riziko;

$(1-0.321)*(0.68-@SUM(fondy: ri*x))/(0.68-0.21) \geq alfa;$

!Fuzzy cíl - vstupní poplatek;

$(1-0.093)*(3-@SUM(fondy: e*x))/(3-1.3) \geq alfa;$

!Fuzzy cíl – TER;

$(1-0.031)*(1.88-@SUM(fondy: o*x))/(1.88-1.05) \geq alfa;$

!Fuzzy cíl – ESG;

$(1-0.321)*(@SUM(fondy: u*x)-65.81)/(78.05-65.81) \geq alfa;$

!Omezení na podíl v portfoliu;

@FOR(fondy: x >= 0.15*y);

@FOR(fondy: x <= 0.5*y);

!Omezení na počet fondů v portfoliu;

@SUM(fondy: y) >= 3;

@SUM(fondy: y) <= 5;

!Omezení na minimální podíl fondu Erste WWF Stock Environment;

x(7) >= 0.15;


```

!Podmínka pro vytvoření portfolia;
@SUM(fondy: x) = 1;

!Podmínky binarity pro proměnné "y";
@FOR(fondy: @BIN(y));

!Omezení na hodnotu alfa;
alfa <= 1;

DATA:
pd, ps, ph, ri, e, o, u = @OLE('AnalýzaESG.xlsx');
@OLE('AnalýzaESG.xlsx') = x, y, z;
ENDDATA

END

```

Příloha 3 Upravené portfolio – kód LINGO

```

MODEL:

SETS:
fondy/1..10/: pd, ps, ph, ri, e, o, u, x, y;
ENDSETS

!Kriteriální funkce;
[z] max = alfa;

!Fuzzy cíl - riziko;
(1-0.321)*(0.68-@SUM(fondy: ri*x))/(0.68-0.21) >= alfa;

!Omezení na podíl v portfoliu;
@FOR(fondy: x >= 0.15*y);
@FOR(fondy: x <= 0.5*y);

!Omezení na počet fondů v portfoliu;
@SUM(fondy: y) >= 3;
@SUM(fondy: y) <= 5;

!Omezení na minimální podíl fondu Erste WWF Stock Environment;
x(7) >= 0.15;

!Podmínka pro vytvoření portfolia;
@SUM(fondy: x) = 1;

!Podmínky binarity pro proměnné "y";
@FOR(fondy: @BIN(y));

!Omezení na hodnotu alfa;
alfa <= 1;

```

!Interaktivní procedura - přidaná omezení;

@SUM(fondy: ri*x) <= 0.38-10⁻⁸; !riziko;

@SUM(fondy: u*x) >= 76.09; !ESG;

(1-0.234)*(0.0008+0.0008-(-5.41-@SUM(fondy: pd*x)))/0.0008 >= alfa; !dolní výnos;

(1-0.234)*(0.0504+0.0504-(0.76-@SUM(fondy: ps*x)))/0.0504 >= alfa; !střední výnos;

(1-0.234)*(0.0978+0.0978-(6.65-@SUM(fondy: ph*x)))/0.0978 >= alfa; !horní výnos;

(1-0.093)*(0.1+0.1-(@SUM(fondy: e*x)-2.21))/0.1 >= alfa; !vstupní poplatek;

(1-0.031)*(0.2+0.1-(@SUM(fondy: o*x)-1.52))/0.1 >= alfa; !TER;

DATA:

pd, ps, ph, ri, e, o, u = @OLE('AnalýzaESG.xlsx');

@OLE('AnalýzaESG.xlsx') = x, y, z;

ENDDATA

END

Příloha 4 Další portfolio – kód LINGO

MODEL:

SETS:

fondy/1..10/: pd, ps, ph, ri, e, o, u, x, y;

ENDSETS

!Kriteriální funkce;

[z] max = alfa;

!Fuzzy cíl - riziko;

(1-0.321)*(0.68-@SUM(fondy: ri*x))/(0.68-0.21) >= alfa;

!Omezení na podíl v portfoliu;

@FOR(fondy: x >= 0.15*y);

@FOR(fondy: x <= 0.5*y);

!Omezení na počet fondů v portfoliu;

@SUM(fondy: y) >= 3;

@SUM(fondy: y) <= 5;

!Omezení na minimální podíl fondu Erste WWF Stock Environment;

x(7) >= 0.15;

!Podmínka pro vytvoření portfolia;

@SUM(fondy: x) = 1;

!Podmínky binarity pro proměnné "y";

@FOR(fondy: @BIN(y));

!Omezení na hodnotu alfa;

alfa <= 1;

!Interaktivní procedura - přidaná omezení;

@SUM(fondy: ri*x) <= 0.38-10⁻⁸; !riziko;

(1-0.321)*(1+1-(76.09-@SUM (fondy: u*x))) >= alfa; !ESG;

(1-0.234)*(0.0008+0.0008-(-5.41-@SUM(fondy: pd*x)))/0.0008 >= alfa;!dolní výnos;

(1-0.234)*(0.0504+0.0504-(0.76-@SUM(fondy: ps*x)))/0.0504 >= alfa;!střední výnos;

(1-0.234)*(0.0978+0.0978-(6.65-@SUM(fondy: ph*x)))/0.0978 >= alfa;!horní výnos;

(1-0.093)*(0.1+0.1-(@SUM(fondy: e*x)-2.21))/0.1 >= alfa; !vstupní poplatek;

(1-0.031)*(0.2+0.1-(@SUM(fondy: o*x)-1.52))/0.1 >= alfa; !TER;

DATA:

pd, ps, ph, ri, e, o, u = @OLE('AnalýzaESG.xlsx');

@OLE('AnalýzaESG.xlsx') = x, y, z;

ENDDATA

END