

Vysoká škola ekonomická v Praze

Fakulta informatiky a statistiky

OPRAVNÉ STATISTICKÉ PŘEJÍMKY MĚŘENÍM

habilitační práce

Ing. Nikola Kaspříková, Ph. D.

Obor: Statistika

Praha, 2019

Obsah

Summary	4
Přehled použitých symbolů	6
1 Předmluva	8
2 Úvod k přejímkám	11
2.1 Úvod ke statistickým přejímkám	11
2.2 Přejímka srovnáváním a přejímka měřením	13
2.2.1 Přejímka srovnáváním	13
2.2.2 Přejímka měřením	13
2.3 Plány (P1, P2)	16
2.4 Pravděpodobnostní modely ve statistických přejímkách	18
3 Opravné přejímací plány AOQL a LTPD	22
4 Nové plány a vyhodnocení jejich ekonomické výhodnosti	25
4.1 Výpočet a ekonomické vyhodnocení LTPD plánu	27
4.2 Výpočet a ekonomické vyhodnocení AOQL plánu	34
5 Výpočty plánů a jejich analýza v softwaru LTPDvar	41
5.1 Přehled funkcí v balíčku LTPDvar	41
5.2 Analýza výkonnosti funkcí pro výpočet plánů	42
6 Závěry	46
7 Reference	47
8 Seznam příloh	50

Summary

This habilitation thesis addresses selected problems of statistical acceptance sampling, namely the design, calculation and economic evaluation of the rectifying LTPD and AOQL sampling plans minimizing the mean inspection cost per lot of the process average quality.

The thesis deals with AOQL and LTPD rectifying acceptance sampling plans by variables minimizing the mean inspection cost per lot of the process average quality when the remainder of the rejected lots is inspected by attributes. The thesis is based on the following set of publications:

- [1] KASPŘÍKOVÁ, N., KLŮFA, J. Calculation of LTPD sampling plans for inspection by variables. Praha : Ekopress, 2011. 212 p., ISBN 978-80-86929-78-1.
- [2] KASPŘÍKOVÁ, N., KLŮFA, J. Computation of AOQL variables sampling plans. Praha : Ekopress, 2013. 95 p. ISBN 978-80-87865-02-6.
- [3] KASPŘÍKOVÁ, N., KLŮFA, J. AOQL Sampling Plans for Inspection by Variables and Attributes Versus the Plans for Inspection by Attributes. *Quality Technology and Quantitative Management*. 2015, Vol. 12, No. 2, pp. 133–142. ISSN 1684-3703. DOI: 10.1080/16843703.2015.11673372.
- [4] KASPŘÍKOVÁ, N. Rectifying LTPD Plans Minimizing Mean Inspection Cost Per Lot of Process Average Quality Using EWMA Statistics. *Journal of Testing and Evaluation*. 2017, Vol. 45, No. 4, pp. 1436–1441. ISSN 0090-3973. DOI: 10.1520/JTE20150259.
- [5] KASPŘÍKOVÁ, N. Economic Efficiency of Rectifying AOQL Plans Based on the EWMA Statistic. *Journal of Testing and Evaluation*. 2018, Vol. 47, No. 6. ISSN 0090-3973. DOI: 10.1520/JTE20170312.

The book [1] and the paper [4] address the LTPD plans, the book [2] and the papers [3, 5] address the AOQL plans. The LTPD and AOQL sampling plans minimizing the mean inspection cost per lot of the process average quality when the remainder of the rejected

lots is inspected have been originally designed by Dodge and Romig for the inspection by attributes. [1, 2, 3] deal with the calculation and the economic evaluation of the LTPD and AOQL single sampling plans by variables when the remainder of the rejected lots is inspected by attributes, considering just the information in the current sample. It has been shown, that these plans may bring considerable savings in the mean inspection cost per lot of the process average quality. The recently published papers [4, 5] deal with EWMA-based sampling plans, designed to obtain further savings in the inspection cost.

The methods for an efficient calculation and for the evaluation of the sampling plans have been developed and implemented in the R software extension package *LTPDvar*.

Přehled použitých symbolů

N – počet jednotek v dodávce (rozsah dodávky)

n – počet jednotek ve výběru (rozsah výběru)

c – akceptační číslo pro přejímku srovnáváním

k – kritická hodnota pro přejímku měřením

p – podíl neshodných jednotek

p_t – nepřípustný podíl neshodných jednotek

p_L – mez pro průměrný podíl neshodných jednotek

α – riziko dodavatele (pravděpodobnost zamítnutí dodávky s průměrným podílem neshodných jednotek)

L – operativní charakteristika ($L(p)$ je pravděpodobnost přijetí dodávky s podílem neshodných p)

\bar{p} – průměrný podíl neshodných jednotek

Φ – distribuční funkce normovaného normálního rozdělení

u_p – $100 \cdot p$ % kvantil normovaného normálního rozdělení p ($u_p = \Phi^{-1}(p)$)

I_s – střední počet kontrolovaných jednotek při přejímce srovnáváním při průměrném podílu neshodných

c_s^* – cena kontroly jednoho výrobku srovnáváním

c_m^* – cena kontroly jednoho výrobku měřením

c_m – podíl ceny kontroly jednoho výrobku měřením a ceny kontroly tohoto výrobku srovnáváním

C_{ms} – střední náklady na kombinovanou přejímku dodávky při průměrném podílu neshodných jednotek

$$I_{ms} = C_{ms}/c_s^*$$

e – ukazatel poměru středních nákladů při průměrném podílu neshodných jednotek pro porovnávané přejímky

Γ – gama funkce

Předmluva

Tuto habilitační práci tvoří soubor pěti uveřejněných vědeckých prací [1, 2, 3, 4, 5] doplněný sjednocujícím komentářem.

Jde o následující práce:

- [1] KASPŘÍKOVÁ, N., KLŮFA, J. Calculation of LTPD sampling plans for inspection by variables. 1. vyd. Praha : Ekopress, 2011. 212 s., ISBN 978-80-86929-78-1.
- [2] KASPŘÍKOVÁ, N., KLŮFA, J. Computation of AOQL variables sampling plans. 1. vyd. Praha : Ekopress, 2013. 95 s. ISBN 978-80-87865-02-6.
- [3] KASPŘÍKOVÁ, N., KLŮFA, J. AOQL Sampling Plans for Inspection by Variables and Attributes Versus the Plans for Inspection by Attributes. *Quality Technology and Quantitative Management*. 2015, roč. 12, č. 2, s. 133–142. ISSN 1684-3703. DOI: 10.1080/16843703.2015.11673372.
Dostupné na <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/16843703.2015.11673372>.
- [4] KASPŘÍKOVÁ, N. Rectifying LTPD Plans Minimizing Mean Inspection Cost Per Lot of Process Average Quality Using EWMA Statistics. *Journal of Testing and Evaluation*. 2017, roč. 45, č. 4, s. 1436–1441. ISSN 0090-3973. DOI: 10.1520/JTE20150259.
Dostupné na https://www.astm.org/DIGITAL_LIBRARY/JOURNALS/TESTEVAL/PAGES/JTE20150259.htm.
- [5] KASPŘÍKOVÁ, N. Economic Efficiency of Rectifying AOQL Plans Based on the EWMA Statistic. *Journal of Testing and Evaluation*. 2018, roč. 47, č. 6. ISSN 0090-3973. DOI: 10.1520/JTE20170312.
Dostupné na https://www.astm.org/DIGITAL_LIBRARY/JOURNALS/TESTEVAL/PAGES/JTE20170312.htm.

Zařazené práce se věnují plánům pro kombinované opravné statistické přejímky typu AOQL a LTPD minimalizujícím střední náklady kontroly při průměrném podílu neshodných (tj. požadavkům nevyhovujících) výrobků.

Statistické přejímky představují v praxi často používaný nástroj pro řízení jakosti ve vztazích mezi dodavateli a odběrateli i ve vnitropodnikové kontrole. Mnohé přijímací postupy jsou součástí technických norem (v ČR například [12]). Postupy při přejímkách by měly zajišťovat ochranu dodavatele i odběratele a zároveň by měly mít dobré vlastnosti také z hlediska ekonomických charakteristik. Opravné plány typu LTPD a AOQL minimalizující střední náklady kontroly při průměrném podílu neshodných byly původně navrženy Dodgem a Romigem pro kontrolu srovnáváním ([18]). O významu tohoto typu přejímek vypovídá i skutečnost, že publikace [18] byla vydána v edici Wiley Classics Library.

Práce [1, 2, 3, 4, 5] obsahují původní výsledky v oblasti analýzy postupů pro statistické přejímky a jejich vylepšení z hlediska ekonomických charakteristik. Práce [1, 4] jsou věnovány LTPD plánům a práce [2, 3, 5] AOQL plánům minimalizujícím střední náklady kontroly při průměrném podílu neshodných výrobků.

Nedávno publikované práce [4, 5] zavádějí nové kombinované opravné přijímací plány typu LTPD ([4]) a typu AOQL ([5]), které jsou založeny na využití EWMA (exponentially weighted moving average) statistiky při přijímacím postupu. Podstatným výsledkem je, že nové plány umožňují dosažení výrazných úspor ve středních nákladech přejímky. Práce [4, 5] byly publikovány v časopise, který vydává ASTM International, nezávislá mezinárodní organizace vydávající technické normy, založená již v roce 1898. To lze považovat za projev určité relevance výsledků pro praxi.

Práce [1, 2, 3] se zabývají výpočtem a ekonomickou analýzou jednovýběrových kombinovaných opravných přijímacích plánů typu LTPD a typu AOQL, které využívají informace pouze o kvalitě aktuální dodávky, tzv. plány bez paměti. Dílem autora této habilitační práce v publikacích [1, 2, 3] je mimo jiné návrh efektivního způsobu výpočtu těchto plánů i při práci s přesným vztahem pro operativní charakteristiku, implementace těchto výpočetních postupů v programovacím jazyce R ([11]) a provedení veškerých výpočtů v [1, 2, 3]. Přínosem autora této habilitační práce je dále návrh a provedení ekonomické analýzy plánů s ohledem na nákladový parametr c_m .

Ve všech částech této práce jsou výpočty a vyhodnocení plánů provedeny pomocí rozšiřujícího balíčku LTPDvar [11] pro statistický software R [13]. Software LTPDvar je

dílem autora této habilitační práce, je publikovaný na CRAN a jsou v něm implementovány původní postupy pro efektivní výpočet přejímacích plánů.

V tomto komentáři jsou připomenuty některé základní pojmy, předpoklady a techniky, se kterými se pracuje při přejímacích postupech uvedených dále. Je uvedena motivace a stručně jsou připomenuty výsledky [1, 2, 3, 4, 5]. Jsou představeny LTPD a AOQL plány a je ukázáno vyhodnocení ekonomické výhodnosti nových plánů. Také je zařazen základní přehled uživatelům dostupných funkcí pro výpočet a analýzu přejímacích plánů v softwaru LTPDvar [11].

Úvod k přejímkám

2.1 Úvod ke statistickým přejímkám

V této úvodní části jsou připomenuty některé základní pojmy z oblasti statistických přejímk, jako je přejímka měřením, přejímka srovnáváním, plán přejímky nebo operativní charakteristika. Pak jsou stručně uvedeny plány typu (P1, P2), které představují jeden ze základních typů plánů přejímk. V závěru této části je zařazen krátký přehled pravděpodobnostních modelů používaných při výpočtech a analýze plánů a poznámka k testování normality.

Existuje mnoho typů statistických přejímk. Statistické přejímky lze klasifikovat například podle typu poskytované záruky jakosti dodávky, podle postupu při zamítnutí přejímaného souboru nebo podle maximálního počtu náhodných výběrů, které mohou být provedeny. Základní přehled o problematice statistických přejímk poskytuje například publikace [14].

Při jednovýběrové přejímce se z dodávky náhodně vybere určitý počet výrobků a na základě výsledků kontroly těchto výrobků se dodávka přijme, nebo je zamítnuta (což může znamenat vrácení dodavateli).

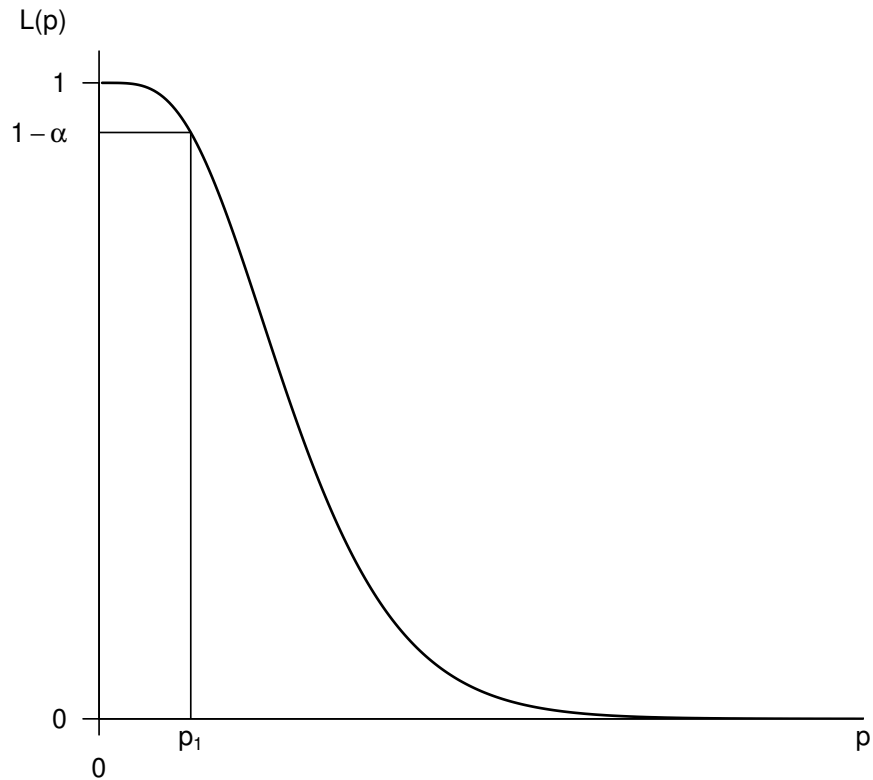
Při přejímce dvojným výběrem se na základě kontroly vybraných výrobků učiní jedno ze tří rozhodnutí: dodávka se přijme, dodávka se zamítne, nebo se z dodávky vyberou ještě další výrobky ke kontrole a poté je rozhodnuto o přijetí nebo zamítnutí dodávky podle výsledků kontroly všech vybraných výrobků. Podobně při vícevýběrové přejímce.

Při sekvenční přejímce jsou výrobky z dodávky vybírány a kontrolovány postupně a po každé kontrole se dodávka přijme, zamítne, nebo se pokračuje výběrem dalšího výrobku.

Při přejímce dvouvýběrové nebo vícevýběrové a při sekvenční přejímce celkový rozsah výběru ke kontrole není předem znám. Motivací pro volbu dvouvýběrové, vícevýběrové, případně dokonce sekvenční přejímky je skutečnost, že (viz [14]) pro dodávky velmi dobré nebo velmi špatné jakosti je střední počet kontrolovaných výrobků nižší. Zároveň je zřejmé, že příprava a provedení jednovýběrové přejímky je jednodušší.

Přejímací plán pro jednovýběrovou přejímku při kontrole srovnáváním je dvojice (n, c) , kde n je rozsah výběru a c je tzv. akceptační číslo. Přejímací plán pro jednovýběrovou

přejímku při kontrole měření je dvojice (n, k) , kde n je rozsah výběru a k se nazývá rozhodné číslo.



Obr. 1.1 Obvyklý průběh operativní charakteristiky

O účinnosti přejímacího plánu vypovídá funkce nazvaná operativní charakteristika, značená L . Pravděpodobnost přijetí dodávky s podílem neshodných p při aplikaci daného přejímacího plánu vyjadřuje operativní charakteristika $L(p, n, c)$ pro případ jednovýběrové přejímky srovnáváním, případně $L(p, n, k)$ pro jednovýběrovou přejímku měření. Příklad průběhu operativní charakteristiky pro daný plán je zobrazen na obrázku 1.1, kde je vidět, že dodávka s určitým nízkým podílem neshodných p_1 bude zamítnuta s nízkou pravděpodobností α .

2.2 Přejímka srovnáváním a přejímka měřením

2.2.1 Přejímka srovnáváním

Při přejímce srovnáváním vyhodnocujeme každý výrobek vybraný ke kontrole pouze jako dobrý nebo špatný a nesledujeme tak jednotlivé hodnoty jakostní charakteristiky. Při výpočtu plánu jednovýběrové přejímky hledáme vedle počtu výrobků ke kontrole n akceptační číslo c , totiž maximální přípustný počet neshodných výrobků ve výběru.

Jednovýběrová přejímka probíhá tak, že se z dodávky náhodně vybere n výrobků ke kontrole. Dodávku po kontrole přijmeme, je-li počet neshodných ve výběru $x \leq c$, jinak dodávku zamítneme.

Dvojice (n, c) se stanovuje podle požadavků na vlastnosti přejímky.

Při statistických přejímkách srovnáváním se pro výběr z dodávky (tedy ze souboru konečného rozsahu) uplatňuje model hypergeometrického rozdělení. Při $\frac{n}{N} < 0,1$ se pro zjednodušení výpočtů používá v této situaci přibližně platné binomické rozdělení (které se uplatňuje při výběru z procesu) s parametrem $p = \frac{M}{N}$ a případně se dále při velkém n a malém p ($p < 0,1$; $n > 10$) využívá aproximace Poissonovým rozdělením s jedním parametrem $\lambda = np$.

Operativní charakteristika má při použití aproximace Poissonovým rozdělením tvar

$$L(p, n, c) = \sum_{i=0}^c \frac{e^{-np}(np)^i}{i!}. \quad (1)$$

2.2.2 Přejímka měřením

Motivací konstrukce přejímacích plánů měřením, resp. kombinovaných přejímacích plánů, vedle plánů pro přejímku srovnáváním je skutečnost, že tyto plány pro přejímky měřením a kombinované přejímky umožňují dosáhnout úspory v nákladech přejímky.

Předpokládáme, že se provádí kontrola výrobků, jejichž jakostní charakteristika X má normální rozdělení s parametry μ a σ . Předpokládáme neznámou hodnotou parametru μ . Pro danou jakostní charakteristiku je stanovena dolní toleranční mez L (takže výrobek je neshodný, pokud hodnota jakostní charakteristiky je menší než L), nebo horní toleranční mez U (takže výrobek je neshodný, pokud hodnota jakostní charakteristiky je větší než U).

Postup při jednovýběrové přejímce při kontrole měřením je následující:

Z dodávky vybereme ke kontrole náhodně n výrobků a pro sledovanou charakteristiku spočteme výběrový průměr

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}.$$

Dále je možné pokračovat podle jednoho z následujících dvou postupů:

A) Klasická jednovýběrová přejímka využívající pouze informace z aktuálního kontrolovaného výběru, tj. bez paměti

Předpokládáme-li neznámou hodnotu parametru σ , použijeme tzv. s -plán, pro který spočteme výběrovou směrodatnou odchylku

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}.$$

V případě, že je při stanovené horní toleranční mezi

$$\frac{U - \bar{x}}{s} \geq k \quad (2)$$

nebo při stanovené dolní toleranční mezi je

$$\frac{\bar{x} - L}{s} \geq k, \quad (3)$$

dodávka je přijata, jinak je zamítnuta.

Pro operativní charakteristiku potom platí ([15]):

$$L(p, n, k) = \int_{k\sqrt{n}}^{\infty} g(t, n - 1, u_{1-p}\sqrt{n}) dt, \quad (4)$$

kde $g(t, n - 1, u_{1-p}\sqrt{n})$ je hustota pravděpodobnosti necentrálního t rozdělení s $(n - 1)$ stupni volnosti a parametrem necentrality $u_{1-p}\sqrt{n}$, kde u_{1-p} je $(1 - p) \cdot 100\%$ kvantil normovaného normálního rozdělení.

Vedle přesného vztahu (4) je k dispozici také přibližný vztah pro operativní charakteristiku ([16]):

$$L(p, n, k) = \Phi\left(\frac{u_{1-p} - k}{A}\right), \quad (5)$$

kde

$$A = \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{k^2}{2(n - 1)}}, \quad (6)$$

ve kterém se pracuje s distribuční funkcí normovaného normálního rozdělení $\Phi(u)$ a který je výpočetně méně náročný než (4).

B) Využití EWMA (exponentially weighted moving average) statistiky při přejímacím postupu

- Předpokládáme-li neznámou hodnotu parametru σ , použijeme tzv. s -plán, pro který spočteme výběrovou směrodatnou odchylku

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}.$$

Vedle s a \bar{x} se dále spočte ještě statistika Z v čase t jako

$$Z_t = \lambda \bar{x} + (1 - \lambda)Z_{t-1}, \quad (7)$$

kde λ je váha mezi 0 a 1 (speciální případ $\lambda = 1$ znamená přejímku bez využití paměti).

Dodávka je potom přijata, pokud platí

$$\frac{U - Z_t}{s} \geq k \quad \text{nebo} \quad \frac{Z_t - L}{s} \geq k, \quad (8)$$

jinak je dodávka zamítnuta.

V tomto případě je operativní charakteristika (např. [17])

$$L(p, n, k) = \Phi(u_{1-p}c_4 - k) \sqrt{\frac{1}{\frac{\lambda}{n(2-\lambda)} + k^2(1 - c_4^2)}}, \quad (9)$$

kde

$$c_4 = \frac{\sqrt{(2/(n-1))\Gamma(n/2)}}{\Gamma((n-1)/2)}. \quad (10)$$

- Předpokládáme-li známou hodnotu parametru σ , spočteme Z v čase t jako

$$Z_t = \lambda \bar{x} + (1 - \lambda)Z_{t-1}, \quad (11)$$

kde λ je váha mezi 0 a 1 (speciální případ $\lambda = 1$ znamená přejímku bez využití paměti) a pokud platí

$$\frac{U - Z_t}{\sigma} \geq k \quad \text{nebo} \quad \frac{Z_t - L}{\sigma} \geq k, \quad (12)$$

dodávka je přijata, jinak je zamítnuta.

Platí operativní charakteristika (např. [17])

$$L(p, n, k) = \Phi((u_{1-p} - k)A), \quad (13)$$

kde

$$A = \sqrt{\frac{n(2 - \lambda)}{\lambda}}. \quad (14)$$

Funkce Φ v (13) je distribuční funkce normovaného normálního rozdělení a u_{1-p} je $(1 - p) \cdot 100\%$ kvantil normovaného normálního rozdělení (jednoznačné řešení rovnice $\Phi(u) = 1 - p$).

Poznámka: v některých případech je výhodné kombinovat kontrolu měřením a kontrolu srovnáváním, například u kombinované opravné přejímky diskutované dále v tomto textu se jednotky ve výběru kontrolují měřením a u zamítnutých dodávek pak proběhne kontrola zbylých jednotek pouze srovnáváním, což bývá méně nákladné než kontrolovat zbylé jednotky měřením.

2.3 Plány (P1, P2)

Jedním ze základních typů přejímek, pokud uvažujeme hledisko sledovaných úrovní jakosti, jsou plány typu (P1, P2).

Pro plány (P1, P2) požadujeme ([14]), aby

- dodávky s určitým nezanedbatelným podílem neshodných výrobků p_2 (tzv. nepřipustný podíl neshodných) byly přijímány pouze s určitou nízkou pravděpodobností β a
- dodávky s vyhovujícím podílem neshodných p_1 (tzv. přípustný podíl neshodných), $p_2 > p_1$, byly přijímány s určitou vysokou pravděpodobností $1 - \alpha$.

Obvykle se volí α i β malé a vždy platí $0 < \beta < 1 - \alpha < 1$.

Pravděpodobnost přijetí dodávky s nepřipustným podílem neshodných se nazývá riziko odběratele.

Pravděpodobnost zamítnutí dodávky s přípustným podílem neshodných se nazývá riziko dodavatele.

Použití plánu (P1, P2) zajišťuje odběrateli, že nekvalitní dodávky, tedy dodávky s podílem neshodných výrobků p_2 nebo větším, budou přijímány pouze s pravděpodobností β nebo nižší. Dodavateli zaručuje, že pravděpodobnost, že kvalitní dodávky, tj. takové, které mají podíl neshodných p_1 nebo nižší, budou při přejímce zamítány jako nekvalitní, bude nejvýše α .

Obrázek 2.1 s vyznačenými úrovněmi jakosti p_1 (přípustný podíl neshodných výrobků) a p_2 (nepřípustný podíl neshodných výrobků) a odpovídajícími pravděpodobnostmi přijetí ukazuje, jak může vypadat průběh operativní charakteristiky plánu (P1, P2).

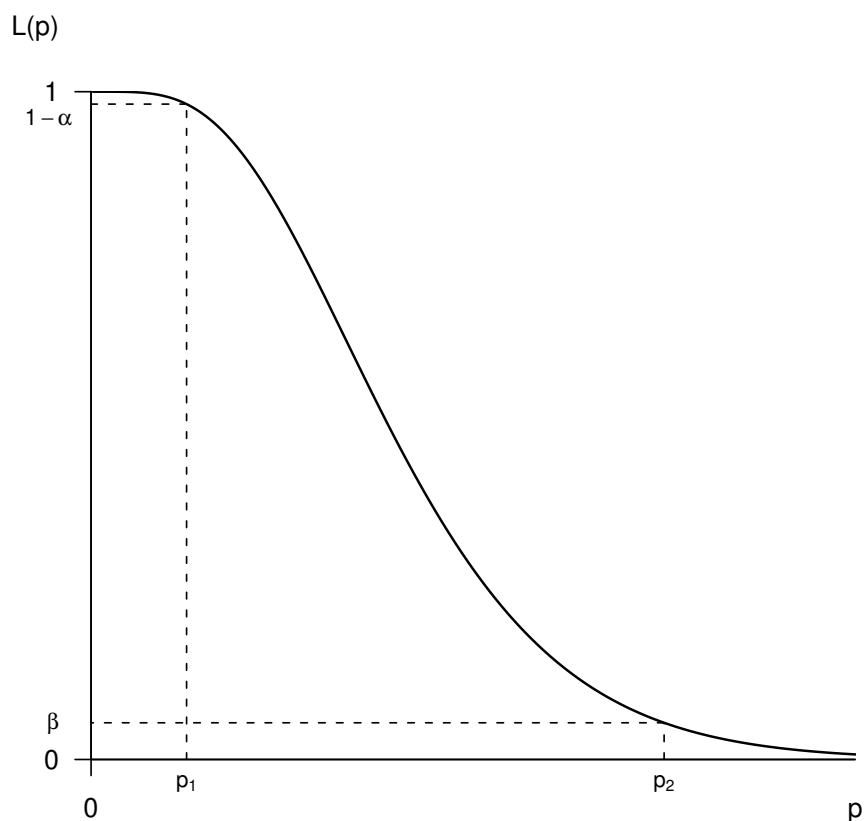
Uvedený způsob, totiž volba dvou úrovní jakosti p_1 a p_2 , $p_1 < p_2$ a dvou jim odpovídajících rizik špatného rozhodnutí α a β , patřil dlouho mezi v praxi populární způsoby stanovení požadavků na plány přejímek. Jestliže se předpokládá, že výrobní proces obvykle produkuje dodávky vyhovující jakosti a přejímka má odběratele chránit před mimořádnými dodávkami špatné jakosti, jakost p_1 může představovat průměrný podíl neshodných v dodávkách a potom stačí doplnit specifikaci zbývajících parametrů p_2 , α a β .

Způsob stanovení požadavků na plány přejímek s využitím (P1, P2) plánů se stal oblíbeným pro svou jednoduchost a jasný význam používaných hodnot. Navíc se pro určení plánu nevyžaduje explicitní informace o apriorním rozdělení sledované charakteristiky a nákladech. Pro volbu rozumných hodnot úrovní jakosti a jim odpovídajících rizik je nicméně třeba tyto faktory zohlednit. Zejména je potřeba rozhodnout, jak ona dvě rizika mají záviset na velikosti dodávky. Intuitivně by se alespoň jedno z rizik mělo snižovat s rostoucí velikostí dodávky, protože je větší zájem snížit riziko špatného rozhodnutí u velkých dodávek. Takže například pro dodávku většího rozsahu bude odběratel požadovat při shodné úrovni nepřípustného podílu neshodných p_2 nižší hodnotu rizika odběratele β . Požadavek na kontrolu rizika dodavatele je vyjádřen vztahem

$$1 - L(p_1, n, k) = \alpha.$$

Požadavek na kontrolu rizika odběratele je dán vztahem

$$L(p_2, n, k) = \beta.$$



Obr. 2.1 Graf operativní charakteristiky (P1, P2) plánu

Výpočet jednovýběrových plánů typu (P1, P2) pro přejímky měření i pro přejímky srovnáváním a jeho softwarová implementace je diskutována v [23].

2.4 Pravděpodobnostní modely ve statistických přejímkách

V této části budou podle [14], [15] a [24] připomenuty některé pravděpodobnostní modely, se kterými se pracuje v textu, resp. které jsou využívány při výpočtu a analýze přejímacích plánů.

Hypergeometrické rozdělení

Při náhodném výběru n prvků bez vracení ze souboru o N prvcích, z nichž právě M má sledovanou vlastnost, má náhodná veličina X jako počet prvků ve výběru, které mají

sledovanou vlastnost, hypergeometrické rozdělení s parametry N, M a n a pravděpodobnost, že X nabývá hodnoty $i, i = \max\{0, M - N + n\}, \dots, \min\{n, M\}$ je dána vztahem

$$P(X = i) = \frac{\binom{M}{i} \cdot \binom{N-M}{n-i}}{\binom{N}{n}}.$$

Binomické rozdělení

Při n nezávislých opakováních náhodného pokusu, při kterém sledovaný jev může nastat s pravděpodobností p , má náhodná veličina X jako počet náhodných pokusů, při kterých nastal sledovaný jev, binomické rozdělení s parametry n a p a pravděpodobnost, že X nabývá hodnoty $i, i = 0, 1, \dots, n$ je dána vztahem

$$P(X = i) = \binom{n}{i} \cdot p^i \cdot (1 - p)^{n-i}.$$

Poissonovo rozdělení

Poissonovo rozdělení s parametrem $\lambda > 0$ má náhodná veličina X , která nabývá hodnoty $i, i = 0, 1, 2, \dots$ s pravděpodobnostmi

$$P(X = i) = e^{-\lambda} \cdot \frac{\lambda^i}{i!}.$$

χ^2 rozdělení

Rozdělení náhodné veličiny

$$X = U_1^2 + U_2^2 + \dots + U_n^2,$$

kde U_1, U_2, \dots, U_n jsou nezávislé náhodné veličiny, každá s normovaným normálním rozdělením $N(0, 1)$, se nazývá χ^2 rozdělení s n stupni volnosti. Hustota χ^2 rozdělení je

$$f(x) = \frac{e^{-\frac{x}{2}} x^{\frac{n}{2}-1}}{2^{\frac{n}{2}} \Gamma(\frac{n}{2})}, \quad x > 0,$$

$$f(x) = 0, \quad x \leq 0,$$

kde $\Gamma(\frac{n}{2})$ je hodnota funkce gama v bodě $\frac{n}{2}$.

Pro distribuční funkci F rozdělení χ^2 s $2c + 2$ stupni volnosti platí

$$\sum_{i=0}^c \frac{e^{-\lambda} \lambda^i}{i!} = 1 - F(2\lambda).$$

Tento vztah se využívá při určování plánů pro přejímku srovnáváním, kde se pracuje s Poissonovým rozdělením.

Normální rozdělení

Náhodná veličina X s hodnotami z intervalu $(-\infty, \infty)$ s hustotou

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right], \quad x \in (-\infty, \infty)$$

kde $-\infty < \mu < \infty$ a $\sigma > 0$ má normální rozdělení s parametry μ a σ^2 , značíme $N(\mu, \sigma^2)$.

Pro $N(0, 1)$ se hovoří o normovaném normálním rozdělení s hustotou

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{x^2}{2}\right], \quad x \in (-\infty, \infty)$$

a s distribuční funkcí

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^x e^{-\frac{u^2}{2}} du, \quad x \in (-\infty, \infty).$$

Při přejímkách měření se často pracuje s předpokladem, že sledovaná jakostní charakteristika má normální rozdělení. K prozkoumání platnosti tohoto předpokladu nad daty z měření z kontroly při přejímce je v praxi vhodné provést základní explorační analýzu dat, třeba pomocí vizualizace odhadu hustoty pravděpodobnosti. Dále je možné využít některé formální testy normality ([22]). Příklad provedení jednoduchého testu normality rozdělení založeného na šikmosti a testu založeného na špičatosti ([24]) včetně zdrojových kódů pro funkce umožňující snadné provedení testu v softwaru R je uveden v práci [2].

Necentrální t rozdělení

Nechť náhodné veličiny $U \sim N(0, 1)$ a $V \sim \chi^2(\nu)$ jsou navzájem nezávislé. Rozdělení náhodné veličiny

$$T = \frac{U + \mu}{\sqrt{\frac{V}{\nu}}},$$

kde U a V jsou nezávislé náhodné veličiny $U \sim N(0, 1)$, $V \sim \chi^2(\nu)$ a μ je konstanta, se nazývá necentrální t rozdělení s ν stupni volnosti a parametrem necentrality μ .

Hustota pravděpodobnosti necentrálního t rozdělení s ν stupni volnosti a parametrem necentrality μ je

$$f(t) = \frac{\nu^{\nu/2} e^{-\nu\mu^2/2(t^2+\nu)}}{\sqrt{\pi}\Gamma(\nu/2)2^{(\nu-1)/2}(t^2+\nu)^{(\nu+1)/2}} \int_0^{\infty} x^{\nu} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(x - \frac{\mu t}{\sqrt{t^2+\nu}}\right)^2\right] dx.$$

Opravné přejímací plány AOQL a LTPD

Mezi opravné přejímací plány patří plány typu LTPD a AOQL [18] navržené Dodgem a Romigem minimalizující střední náklady kontroly při průměrném podílu neshodných. Při opravné přejímce jsou v zamítnutých dodávkách zkontrolovány všechny výrobky a neshodné výrobky jsou nahrazeny dobrými, dodávka tak po zamítnutí a opravě má nulový podíl neshodných. V přijatých dodávkách jsou vyměněny za dobré výrobky pouze neshodné výrobky nalezené ve výběru pro kontrolu a dodávka po inspekci tak může mít nenulový podíl neshodných. Dodge s Romigem navrhli LTPD a AOQL plány pro kontrolu srovnáváním. Později byly navrženy AOQL [19] a LTPD [20] přejímky měřením a kombinované opravné přejímky využívající operativní charakteristiku (4). Motivací pro výpočet plánů pro přejímky měřením a kombinované přejímky byla možnost dosažení výrazných úspor nákladů kontroly. Porovnání ekonomických vlastností plánů pro kontrolu srovnáváním a kombinovaných plánů je v publikacích [20], [19] a [3].

V [18] se LTPD i AOQL plány navrhují tak, aby minimalizovaly střední náklady kontroly (vyjádřeno v počtu kontrolovaných výrobků) při průměrném podílu neshodných, totiž

$$I_s = N - (N - n) \cdot L(\bar{p}, n, c), \quad (15)$$

kde $L(p, n, c)$ je operativní charakteristika,

N je počet výrobků v dodávce,

\bar{p} je průměrný podíl neshodných.

V [19] a [20] je pro kombinovanou opravnou přejímku měřením a srovnáváním (výrobky ve výběru se kontrolují měřením, zbytek zamítnutých dodávek se kontroluje pouze srovnáváním) použita nákladová funkce

$$C_{ms} = n \cdot c_m^* + (N - n) \cdot c_s^* \cdot [1 - L(\bar{p}, n, k)], \quad (16)$$

kde c_s^* jsou náklady na kontrolu jednoho výrobku srovnáváním, c_m^* jsou náklady na kontrolu jednoho výrobku měřením.

Vydělením vztahu (16) výrazem c_s^* získáme účelovou funkci ve tvaru

$$I_{ms} = n \cdot c_m + (N - n) \cdot [1 - L(\bar{p}, n, k)], \quad (17)$$

kde $c_m = c_m^*/c_s^*$ je poměr nákladů kontroly jednoho výrobku měřením k nákladům kontroly tohoto výrobku srovnáváním. $I_{ms} = C_{ms}/c_s^*$ je funkce, která má minimum ve stejném bodě jako C_{ms} (c_s^* je kladná nákladová konstanta).

Nákladové funkce se minimalizují za podmínek uvedených níže. Požadavek na kontrolu rizika je u LTPD plánu jiný než u AOQL plánu.

LTPD plány

LTPD (lot tolerance proportion defective) plány jsou navrženy především pro koncovou kontrolu výrobce, který může mít více odběratelů, z nichž každý může odebírat jen jednu nebo několik málo dodávek, plán by tak měl poskytovat záruky na úrovni jednotlivých dodávek. LTPD plány zaručují odběrateli, že dodávky určité stanovené nevyhovující jakosti p_t budou přijaty pouze se stanovenou pravděpodobností β (tzv. riziko odběratele).

Při výpočtu LTPD plánů se tedy účelová funkce (15), resp. (17) minimalizuje za podmínky

$$L(p_t, n, c) = \beta, \quad (18)$$

resp.

$$L(p_t, n, k) = \beta, \quad (19)$$

kde p_t je nepřipustný podíl neshodných v dodávce a β je riziko odběratele.

Pro riziko odběratele používali Dodge s Romigem ([18]) ve svých plánech hodnotu 0,1.

AOQL plány

Pro přejímku opakujících se dodávek je navržen systém AOQL (average outgoing quality limit) plánů. Pro opravné přejímky má smysl definovat funkci průměrné výstupní jakosti $AOQ(p)$ jako střední podíl neshodných v souhrnu v přijatých i zamítnutých dodávkách, kdy neshodné výrobky byly nahrazeny dobrými a podíl neshodných v procesu (tedy před kontrolou) byl p .

Průměrná výstupní jakost při podílu neshodných p je při realizaci plánu (n, c)

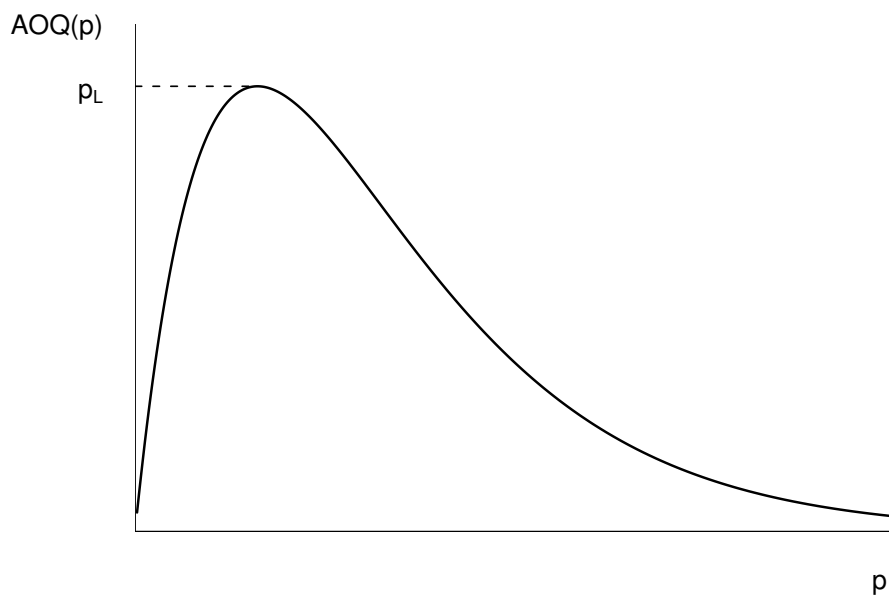
$$AOQ(p) = \left(1 - \frac{n}{N}\right) \cdot p \cdot L(p, n, c), \quad (20)$$

resp. při realizaci plánu (n, k) je

$$AOQ(p) = \left(1 - \frac{n}{N}\right) \cdot p \cdot L(p, n, k), \quad (21)$$

kde n je rozsah výběru a N je počet výrobků v dodávce.

Příklad průběhu funkce průměrné výstupní jakosti je na obrázku 3.1.



Obr. 3.1 Příklad grafu průměrné výstupní jakosti

AOQL plán vyhovuje požadavku, že průměrná výstupní jakost je nejvýše určitá předem zvolená hodnota p_L . Hodnota p_L by měla být zvolena jako průměrný podíl neshodných, který nemá být překročen při provádění opravné přejímky.

Při výpočtu AOQL plánů se tedy účelová funkce (15), resp. (17) minimalizuje za podmínky

$$\max_{0 < p < 1} AOQ(p) = p_L, \quad (22)$$

kde p_L je požadovaná mez pro průměrnou výstupní jakost.

Nové plány a vyhodnocení jejich ekonomické výhodnosti

Kombinované opravné přejímky typu AOQL a LTPD zavedené v [19] a [20] umožnily dosáhnout podstatných úspor v porovnání s původními plány pro kontrolu srovnáváním navrženými Dodgem a Romigem ([18]). Ekonomická analýza této skutečnosti byla publikována v [1, 2, 3]. V [1, 2, 3] a v [11] je také diskutována problematika výpočtu těchto kombinovaných plánů bez paměti.

Zavedení nových plánů využívajících EWMA statistiku (7) v [4, 5] vychází ze snahy dosáhnout dalších úspor nákladů kontroly a odráží současný vývoj v oblasti statistických přejímek. EWMA statistika je hodně využívána při statistickém řízení procesů, využití pro statistické přejímky je relativně nové a zahrnuje práce [21] a [17], kde je EWMA statistika využita při návrhu plánů typu (P1, P2), totiž plánů vyhovujících požadavku na kontrolu rizika odběratele a na kontrolu rizika dodavatele. Zatímco tradiční plány přejímek bez paměti pracují jen s informací o kvalitě aktuální dodávky, při práci s EWMA statistikou je k dispozici také informace o kvalitě z předchozích dodávek. Příprava a realizace plánu využívajícího EWMA statistiku může být nicméně v některých případech v praxi náročnější, což by pak mělo být zahrnuto v ekonomické analýze porovnávaných plánů v konkrétní situaci. V [4, 5] je ukázáno, že nové plány využívající EWMA statistiku umožňují dosažení výrazných úspor ve středních nákladech přejímky při průměrném podílu neshodných výrobků, a to jak v porovnání s původními plány Dodga a Romiga pro kontrolu srovnáváním, tak v porovnání s kombinovanými plány bez paměti.

V [4] jsou zavedeny nové plány typu LTPD pro kombinované opravné statistické přejímky minimalizující střední náklady při průměrném podílu neshodných. Nové plány jsou založeny na využití EWMA statistiky a umožňují dosažení podstatných úspor ve středních nákladech přejímky. V [5] je analogický postup použit pro zavedení a ekonomické vyhodnocení nových plánů typu AOQL. V [4] a [5] je porovnána ekonomická výhodnost nového plánu, při jehož použití se využívá informace o kvalitě předchozích dodávek, a odpovídajícího plánu kombinované přejímky bez paměti. Analýza ekonomické výhodnosti je provedena pomocí jednoduchého a uživatelům dobře srozumitelného ukazatele poměru středních nákladů

jednotlivých plánů, resp. pomocí poměru hodnot středních nákladů kontroly při průměrném podílu neshodných vydělených cenou kontroly výrobku srovnáváním, což je ve výsledku totéž.

Při porovnání plánu s pamětí (n_1, k_1) a plánu bez paměti (n_2, k_2) z hlediska nákladové náročnosti se tedy v [4, 5] využívá ukazatel

$$e = \frac{I_{ms}(n_1, k_1)}{I_{ms}(n_2, k_2)}. \quad (23)$$

Výraz $(1 - e) \cdot 100\%$ pak vyjadřuje procentuální úsporu středních nákladů při použití kombinovaného opravného plánu (n_1, k_1) v porovnání se situací, kdy by bylo využito kombinovaného opravného plánu (n_2, k_2) .

Jak se ukazuje v [4, 5], využitím nových plánů s pamětí lze dosáhnout úspory nákladů až v rozsahu desítek procent. Výsledek porovnání nákladových charakteristik plánů v [4] pro LTPD plány je v souladu se závěry obdobně provedené analýzy pro plány typu AOQL v [5] a odpovídá efektu využití většího množství informací, totiž zahrnutí informací o kvalitě předchozích dodávek.

V praxi může být užitečné také vyhodnotit komparativní ekonomickou efektivnost kombinovaného opravného plánu v porovnání s plánem pro kontrolu srovnáváním. V [5] je ekonomická efektivnost kombinovaného plánu založeného na EWMA statistice vyhodnocena porovnáním nákladů realizace tohoto plánu s náklady provedení plánu pro kontrolu srovnáváním podle [18], přesněji se využívá ukazatele poměru hodnoty středních nákladů kombinované kontroly při průměrném podílu neshodných vydělených cenou kontroly výrobku srovnáváním a středního počtu kontrolovaných výrobků při kontrole srovnáváním, totiž

$$e = \frac{I_{ms}}{I_s}. \quad (24)$$

Při porovnání plánu pro kombinovanou přejímku (n_1, k) a plánu pro kontrolu srovnáváním (n_2, c) je

$$e = \frac{n_1 \cdot c_m + (N - n_1) \cdot (1 - L(\bar{p}, n_1, k))}{N - (N - n_2) \cdot L(\bar{p}, n_2, c)}. \quad (25)$$

Výraz $(1 - e) \cdot 100\%$ pak vyjadřuje procentuální úsporu středních nákladů při použití kombinovaného opravného plánu (n_1, k) v porovnání se situací, kdy by bylo využito plánu pro kontrolu srovnáváním (n_2, c) .

Velikost dosažitelné úspory při použití kombinovaného plánu v porovnání s použitím plánu pro kontrolu srovnáváním je závislá mimo jiné na hodnotě nákladového parametru c_m , totiž poměru ceny kontroly výrobku měřením a ceny kontroly výrobku srovnáváním. Definujeme c_m^{BE} jako takovou hodnotu parametru c_m , při které je

$$e = 1.$$

Při této hodnotě parametru c_m vycházejí z hlediska ekonomické výhodnosti porovnávané plány, totiž plán pro kombinovanou přejímku a plán pro kontrolu srovnáváním, jako rovnocenné. V [3] je dále diskutována možnost využití hodnoty c_m^{BE} , kterou lze pro konkrétní situaci v praxi spočítat, pro rozhodování, který plán vybrat.

Jelikož přesná hodnota poměru ceny kontroly výrobku měřením a ceny kontroly tohoto výrobku srovnáváním nemusí být v některých případech v praxi známa, resp. její zjištění samo vyžaduje vynaložení určitých nákladů, může být vypočtená mezní hodnota tohoto parametru c_m^{BE} použita při rozhodování, jestli pro konkrétní situaci v praxi má cenu uvažovat o využití kombinovaného plánu. Když je totiž hodnota c_m^{BE} hodně vysoká, pravděpodobně spíše nebude reálnou hodnotou parametru c_m překročena a pak má smysl situaci dále analyzovat a zkusit použít plán pro kombinovanou přejímku.

Při porovnávání nákladů aplikace plánu pro kontrolu srovnáváním a nákladů aplikace plánu pro kombinovanou kontrolu měřením a srovnáváním může být opodstatněné uvažovat nejenom odlišné variabilní náklady kontroly výrobku měřením a kontroly výrobku srovnáváním, ale lze předpokládat i rozdíl ve fixních nákladech kontroly vzhledem k možné vyšší náročnosti přípravy kontroly měřením. V práci [5] je ukázáno vyhodnocení komparativní ekonomické výhodnosti EWMA plánu, které vychází z jednoduchého ekonomického modelu, který zohledňuje vedle rozdílných variabilních nákladů také rozdíly ve fixních nákladech kontroly.

4.1 Výpočet a ekonomické vyhodnocení LTPD plánu

Následující příklad ukazuje výpočet a ekonomické vyhodnocení kombinovaného opravného LTPD plánu využívajícího při přejímacím postupu EWMA statistiku. Výsledný plán pro kombinovanou přejímku bude vyhodnocen z hlediska ekonomických charakteristik porovnáním

s odpovídajícím plánem pro kontrolu srovnáváním Dodge a Romiga podle [18]. Podrobnější výklad výpočtu je v [1, 4, 11], diskuze ekonomické analýzy také v [1, 3, 4]. Úloha bude řešena nejprve za předpokladu známé hodnoty parametru σ sledované jakostní charakteristiky s využitím operativní charakteristiky ve tvaru (13) a poté bude stejná úloha řešena za předpokladu neznámé hodnoty parametru σ sledované jakostní charakteristiky s využitím operativní charakteristiky ve tvaru (9).

Příklad. Při přejímce předpokládáme dodávku o rozsahu 1000 jednotek. Nepřípustný podíl neshodných v dodávce (LTPD) je 0,01 a riziko odběratele je 0,1. Je známo, že průměrný podíl neshodných výrobků v procesu je 0,001. Kontrola výrobku měřením je pětkrát dražší než kontrola výrobku srovnáváním, takže poměr nákladů kontroly výrobku měřením a nákladů kontroly výrobku srovnáváním je 5. Nalezneme LTPD plán pro kombinovanou opravnou přejímku s využitím EWMA statistiky s vyrovnávací konstantou $\lambda = 0,9$.

Zadání specifikuje následující hodnoty vstupních parametrů pro výpočet plánu:

- $N = 1000$
- $p_t = 0,01$
- $\beta = 0,1$
- $\bar{p} = 0,001$
- $c_m = 5$
- $\lambda = 0,9$.

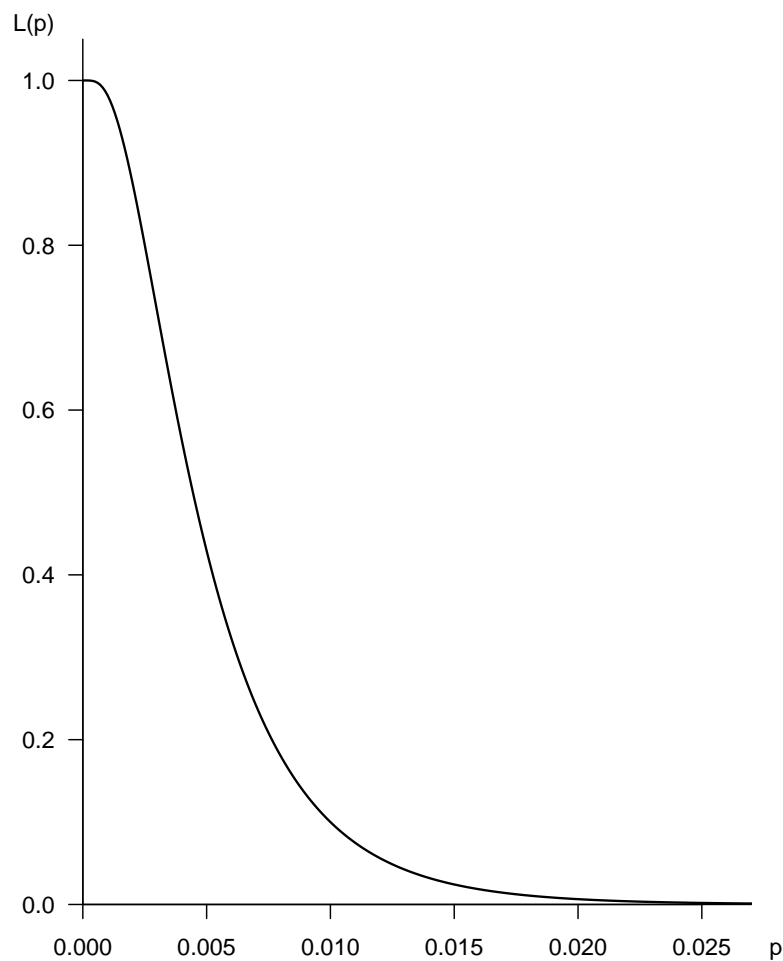
Předpokládáme nejprve známou hodnotu parametru σ . Výsledný optimální plán při práci s operativní charakteristikou ve tvaru (13) je

$$n = 16,$$

$$k = 2,61615.$$

Poznámka. Optimální plán může být spočten pomocí softwaru LTPDvar [11] s využitím funkce `planLTPD`.

Graf průběhu operativní charakteristiky plánu ($n = 16$, $k = 2,61615$) je na obrázku 4.1.



Obr. 4.1 Operativní charakteristika plánu ($n = 16$, $k = 2, 61615$)

Můžeme si všimnout, že rozsah výběru pro kombinovanou přejímku je při předpokladu známé hodnoty σ nízký. Pro zadané hodnoty vstupních parametrů v řešené situaci je v [18] uveden následující plán pro kontrolu srovnáváním: $n = 205$, $c = 0$.

Provedeme porovnání plánů ($n = 16$, $k = 2, 61615$) a ($n = 205$, $c = 0$) z hlediska ekonomické efektivity.

Označme kombinovaný plán pro kontrolu měření a srovnáváním (n_1, k) a plán pro kontrolu srovnáváním označíme (n_2, c) .

Ekonomickou efektivnost kombinovaného opravného plánu založeného na EWMA statistice vyhodnotíme porovnáním středních nákladů realizace tohoto plánu se středními náklady provedení plánu pro kontrolu srovnáváním podle [18], přesněji využijeme ukazatele (24).

Při porovnání plánu $(n_1 = 16, k = 2, 61615)$ a $(n_2, c) = (205, 0)$ po dosazení do (25) dostaneme

$$e = 0, 266.$$

Výraz $(1 - e) \cdot 100\%$ pak vyjadřuje procentuální úsporu středních nákladů při použití kombinovaného opravného plánu $(n_1 = 16, k = 2, 61615)$ v porovnání se situací, kdy by bylo využito plánu pro kontrolu srovnáváním $(n_2, c) = (205, 0)$.

Můžeme tedy očekávat, že použitím kombinovaného plánu založeného na využití EWMA statistiky namísto použití odpovídajícího plánu pro kontrolu srovnáváním lze dosáhnout úsporu v rozsahu přes 70 %.

Zkusíme dále uvažovat situaci, kdy by hodnota nákladového parametru byla vyšší. Uvažujme $c_m = 10$. Pro tuto vysokou hodnotu parametru c_m dostaneme pro kombinovaný plán hodnoty

$$n = 13,$$

$$k = 2, 647854.$$

Pro plán $(n_1 = 13, k = 2, 647854)$ dostaneme z (25)

$$e = 0, 458,$$

tedy výsledek, který vypovídá o nižším rozsahu úspor než v předchozím případě pro $c_m = 5$.

Pro situace, kdy by hodnota nákladového parametru c_m byla ještě vyšší, vychází hodnota ukazatele e vyšší. Například výsledný plán získaný pro $c_m = 20$ vede k výsledku

$$e = 0, 765.$$

Jestliže je $c_m = 25$, potom dostaneme

$$e = 0, 895.$$

Když potom bude $c_m = 29$, vychází plán $(n_1 = 8, k = 2, 736189)$ a z (25) je

$$e = 0, 993.$$

Teprve pro $c_m > 29,4$ je plán pro kombinovanou přejímku z hlediska středních nákladů přejímky méně výhodný než odpovídající plán pro kontrolu srovnáváním, je totiž $e > 1$.

Výsledky výpočtů jsou shrnuty v tabulce 4.1.

c_m	$e \cdot 100$
5	26,6
10	45,8
20	76,5
25	89,5
29	99,3

Tab. 4.1 Vliv parametru c_m

Z tabulky 4.1 je patrné, že při zafixování hodnot ostatních vstupních parametrů je velikost dosažitelné úspory $(1 - e) \cdot 100\%$ závislá na hodnotě nákladového parametru c_m , totiž poměru ceny kontroly výrobku měřením a ceny kontroly výrobku srovnáváním, a je vyšší pro nízké hodnoty c_m . V našem příkladu vychází

$$c_m^{BE} = 29,4.$$

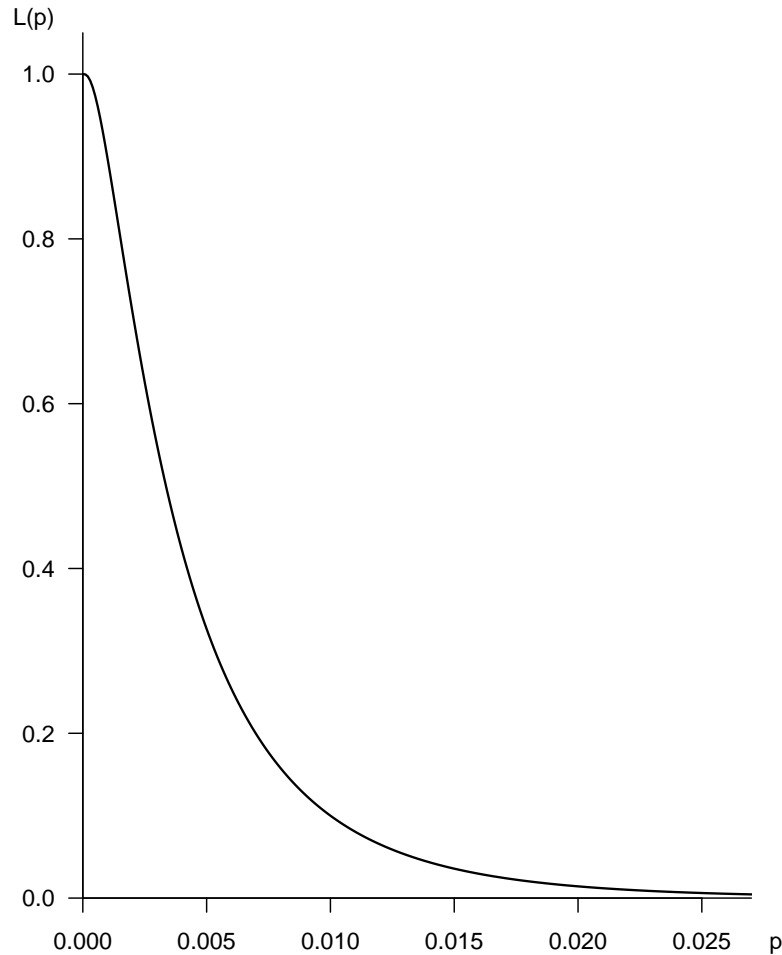
Jak již bylo poznamenáno výše, plány pro kombinovanou přejímku jsou v situaci známé hodnoty σ velice úsporné co do rozsahu výběru. Také střední náklady kombinované přejímky při průměrném podílu neshodných jsou v porovnání se středními náklady přejímky srovnáváním poměrně nízké pro hodnoty parametru c_m na úrovni hodnoty ve výchozím zadání našeho příkladu. Hodnota c_m^{BE} vychází v případě uvažovaném výše poměrně hodně vysoká. V praktických situacích je spíše málo pravděpodobné, že by se reálná hodnota parametru c_m tato vysoké hodnotě mohla blížit. Zkusíme pro další analýzu opustit předpoklad známé hodnoty parametru σ pro sledovanou jakostní charakteristiku a budeme stejnou situaci studovat pro neznámou hodnotu σ , s využitím operativní charakteristiky ve tvaru (9).

Pro zadané hodnoty vstupních parametrů dostáváme pro $c_m=5$ při práci s operativní charakteristikou ve tvaru (9) výsledný plán

$$n = 51,$$

$$k = 2,724137.$$

Graf průběhu operativní charakteristiky plánu ($n = 51$, $k = 2,724137$) je na obrázku 4.2.



Obr. 4.2 Operativní charakteristika plánu ($n = 51$, $k = 2,724137$)

Můžeme si všimnout, že rozsah výběru pro kombinovanou přejímku za předpokladu neznámé hodnoty parametru σ sledované jakostní charakteristiky je podstatně nižší než při přejímce srovnáváním, je nicméně zároveň výrazně vyšší než rozsah výběru pro kombinovanou přejímku za předpokladu známé hodnoty parametru σ sledované jakostní charakteristiky. Vyhodnotíme ještě ekonomickou výhodnost plánu pro kombinovanou přejímku v porovnání s plánem pro kontrolu srovnáváním $(205, 0)$ uvážením středních nákladů přejímky.

Pro $c_m=5$ spočteme plán (51; 2,724137) a dostaneme podle (25)

$$e = 0,958.$$

Takže úspora středních nákladů kombinované přejímky při průměrném podílu neshodných je v porovnání s plánem pro kontrolu srovnáváním zhruba 4 %.

Pro $c_m=6$ dostaneme plán (47; 2,744052) a podle (25) je $e = 1,091$, takže přejímka srovnáváním by už v tomto případě byla úspornější. Naopak pro nižší hodnoty c_m než v původním zadání dostáváme pro kombinované přejímky plány, pro které je hodnota $e < 1$, a kombinovaná přejímka tak je z hlediska středních nákladů při průměrném podílu neshodných výhodnější než přejímka srovnáváním. Výsledky výpočtů ukazatele e pro několik hodnot parametru c_m můžeme shrnout do tabulky 4.2.

c_m	$e \cdot 100$
2	47,7
3	65,4
4	81,3
5	95,8
6	109,1

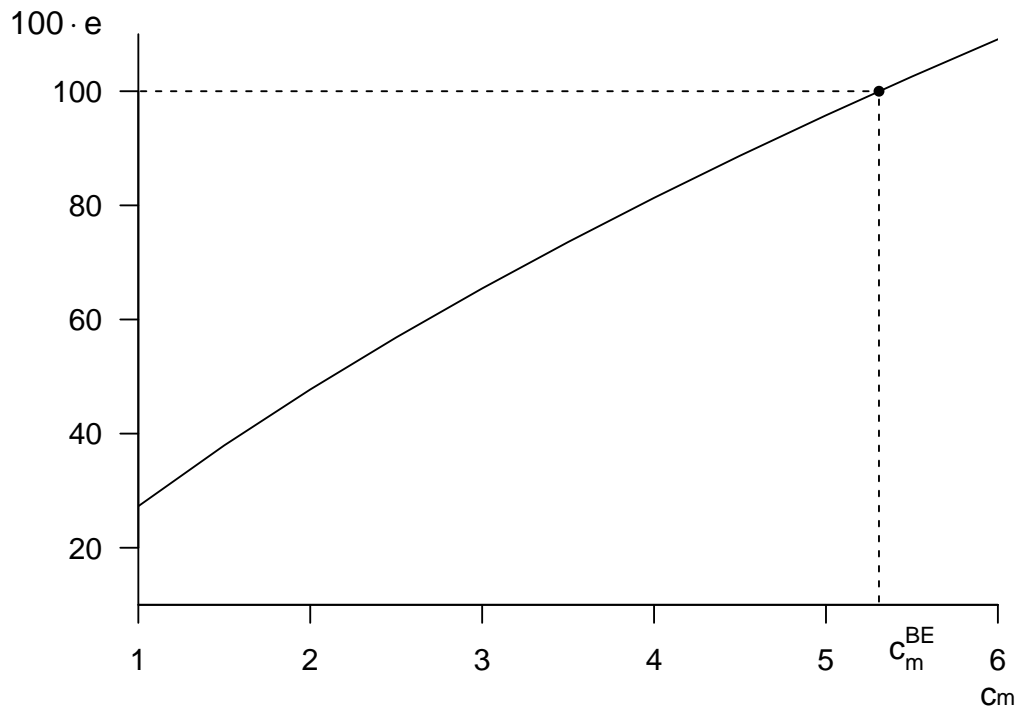
Tab. 4.2 Vliv parametru c_m

Je zřejmé, že využití kombinovaných plánů je v mnoha případech podstatně výhodnější než využití plánů pro kontrolu srovnáváním, byť situace s neznámou hodnotou parametru σ přináší menší výhodu v porovnání se situací známé hodnoty parametru σ . Například pro $c_m=2$ je úspora díky využití kombinovaného plánu více než padesátiprocentní. V našem příkladu při neznámé hodnotě parametru σ vychází

$$c_m^{BE} = 5,3.$$

Takže jestliže je skutečná hodnota $c_m < 5,3$, je vhodnější použít plán pro kombinovanou přejímku.

Pro situaci uvažovanou v našem příkladu je hodnota ukazatele e v závislosti na hodnotě nákladového parametru c_m vyobrazena na obrázku 4.3, kde je také vyznačena hodnota c_m^{BE} .



Obr. 4.3 Vliv parametru c_m na ekonomickou výhodnost

Poznámka. Pro plány bez paměti očekáváme hodnotu c_m^{BE} o něco nižší, plány s pamětí jsou totiž úspornější. Při předpokladu neznámé hodnoty σ dostaneme pro plány bez paměti v našem příkladu $c_m^{BE} = 5,1$.

4.2 Výpočet a ekonomické vyhodnocení AOQL plánu

Následující příklad ukazuje výpočet a ekonomické vyhodnocení kombinovaného opravného AOQL plánu využívajícího EWMA statistiku, podobně jako výše pro LTPD plány. Výsledný plán pro kombinovanou přejímku bude vyhodnocen z hlediska ekonomických charakteristik porovnáním s odpovídajícím plánem pro kontrolu srovnáváním Dodge a Romiga podle [18]. Podrobnější výklad výpočtu je v [5, 11, 2], diskuze ekonomické analýzy také v [5, 2, 3]. Úloha bude řešena nejprve za předpokladu známé hodnoty parametru σ sledované jakostní charakteristiky s využitím operativní charakteristiky ve tvaru (13) a poté bude stejná úloha řešena

za předpokladu neznámé hodnoty parametru σ sledované jakostní charakteristiky s využitím operativní charakteristiky ve tvaru (9).

Příklad. Při přejímce předpokládáme dodávku o velikosti 3500 jednotek. Mez pro průměrnou výstupní jakost je stanovena na hodnotu 0,015. Je známo, že průměrný podíl neshodných výrobků v procesu je 0,01. Kontrola výrobku měření je dvakrát dražší než kontrola výrobku srovnáváním, takže poměr nákladů kontroly výrobku měření a nákladů kontroly výrobku srovnáváním je 2. Nalezneme AOQL plán pro kombinovanou opravnou přejímku s využitím EWMA statistiky s vyrovnávací konstantou $\lambda = 0,9$.

Zadání specifikuje následující hodnoty vstupních parametrů pro výpočet plánu:

- $N = 3500$
- $p_L = 0,015$
- $\bar{p} = 0,01$
- $c_m = 2$
- $\lambda = 0,9$.

Předpokládáme nejprve známou hodnotu parametru σ . Výsledný optimální plán při práci s operativní charakteristikou ve tvaru (13) je

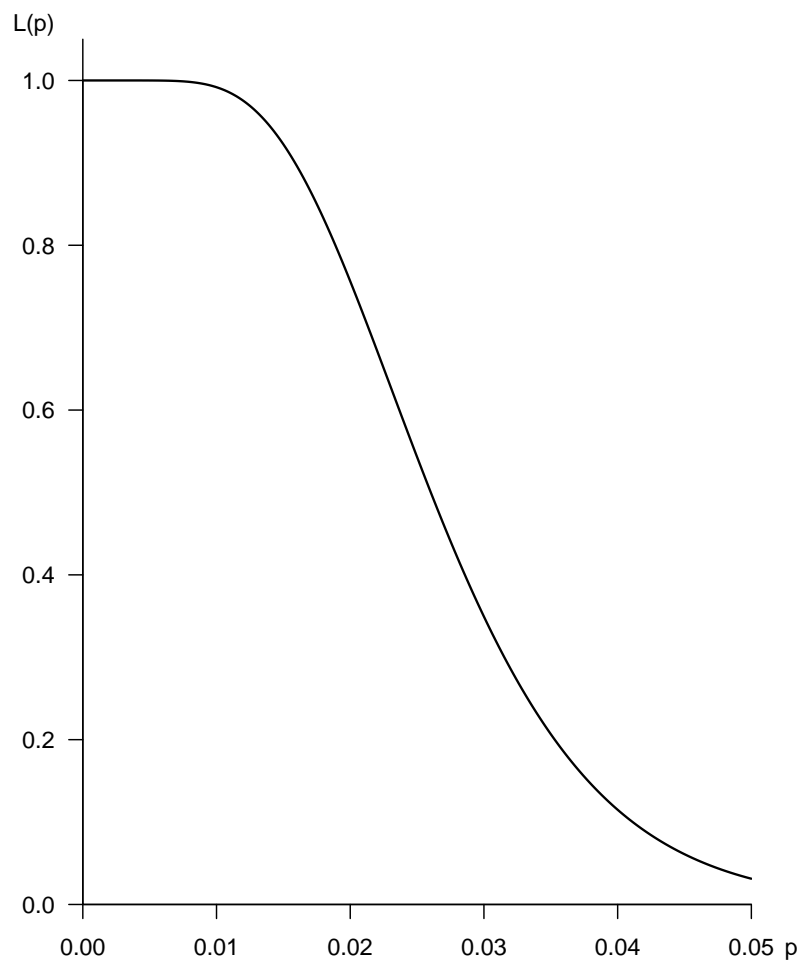
$$n = 32,$$

$$k = 1,942692.$$

Poznámka. Optimální plán může být spočten pomocí softwaru LTPDvar [11] s využitím funkce planAOQL.

Graf průběhu operativní charakteristiky plánu ($n = 32$, $k = 1,942692$) je na obrázku 4.4.

Můžeme si všimnout, že podobně jako výše v případě LTPD plánu, rozsah výběru pro kombinovanou přejímku je při předpokladu známé hodnoty σ nízký. Pro zadané hodnoty vstupních parametrů v řešené situaci je v [18] uveden následující plán pro kontrolu srovnáváním: $n = 165$, $c = 4$.



Obr. 4.4 Operativní charakteristika plánu ($n = 32$, $k = 1.942692$)

Provedeme dále porovnání plánů ($n = 32$, $k = 1,942692$) a ($n = 165$, $c = 4$) z hlediska ekonomické efektivity.

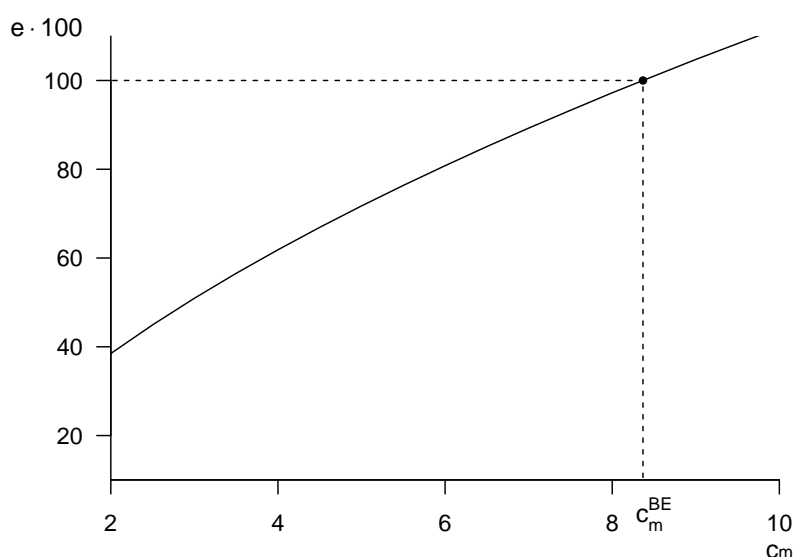
Označme kombinovaný plán pro kontrolu měřením a srovnáváním (n_1, k) a plán pro kontrolu srovnáváním označíme (n_2, c).

Ekonomickou efektivnost kombinovaného opravného plánu založeného na EWMA statistice vyhodnotíme porovnáním nákladů realizace tohoto plánu s náklady provedení plánu pro kontrolu srovnáváním podle [18], přesněji využijeme ukazatele (24).

Při porovnání plánu $(n_1 = 32, k = 1,942692)$ a $(n_2, c) = (165, 4)$ po dosazení do (25) dostaneme

$$e = 0,385.$$

Můžeme tedy očekávat, že využití kombinovaného opravného plánu by v tomto případě přineslo více než šedesátiprocentní úsporu středních nákladů přejímky při průměrném podílu neshodných.



Obr. 4.5 Vliv parametru c_m na ekonomickou výhodnost

Dále uvažujme situaci, kdy je $c_m = 5$. Potom při práci s operativní charakteristikou ve tvaru (13) dostaneme výsledný plán $(n = 23, k=1,924244)$ a je

$$e = 0,717.$$

Pro $c_m = 8$ pak dostaneme výsledný plán $(n = 19, k=1,9140)$ a je

$$e = 0,972$$

Pro $c_m = 9$ je už $e > 1$. Je totiž

$$c_m^{BE} = 8,37.$$

Závislost hodnot ukazatele e na hodnotě parametru c_m ukazuje obrázek 4.5. Když v našem příkladu vychází $c_m^{BE} < 9$, tak pro $c_m = 9$ dostáváme hodnotu e vyšší než 1 a

plán pro kontrolu srovnáváním se tedy jeví jako výhodnější. A naopak v situacích, kdy je $c_m < 8,37$ (což je hodnota c_m^{BE}), jsou ekonomicky efektivnější plány pro kombinovanou přejímku (dostáváme $e < 1$).

Dále provedeme výpočet a vyhodnocení AOQL plánu za předpokladu, že hodnota parametru σ pro sledovanou jakostní charakteristiku není známa, s využitím operativní charakteristiky ve tvaru (9).

Pro zadané hodnoty vstupních parametrů dostáváme pro $c_m=2$ při práci s operativní charakteristikou ve tvaru (9) výsledný plán

$$n = 65,$$

$$k = 1,91832.$$

Graf průběhu operativní charakteristiky plánu ($n = 65, k = 1,91832$) je na obrázku 4.6.

Můžeme si všimnout, že rozsah výběru pro kombinovanou přejímku za předpokladu neznámé hodnoty parametru σ sledované jakostní charakteristiky je podstatně nižší než při přejímce srovnáváním, je nicméně zároveň výrazně vyšší než rozsah výběru pro kombinovanou přejímku za předpokladu známé hodnoty parametru σ sledované jakostní charakteristiky.

Vyhodnotíme ještě ekonomickou výhodnost plánu pro kombinovanou přejímku v porovnání s plánem pro kontrolu srovnáváním (165, 4) uvážením středních nákladů přejímky.

Pro $c_m=2$ a plán (65; 1,91832) dostaneme podle (25)

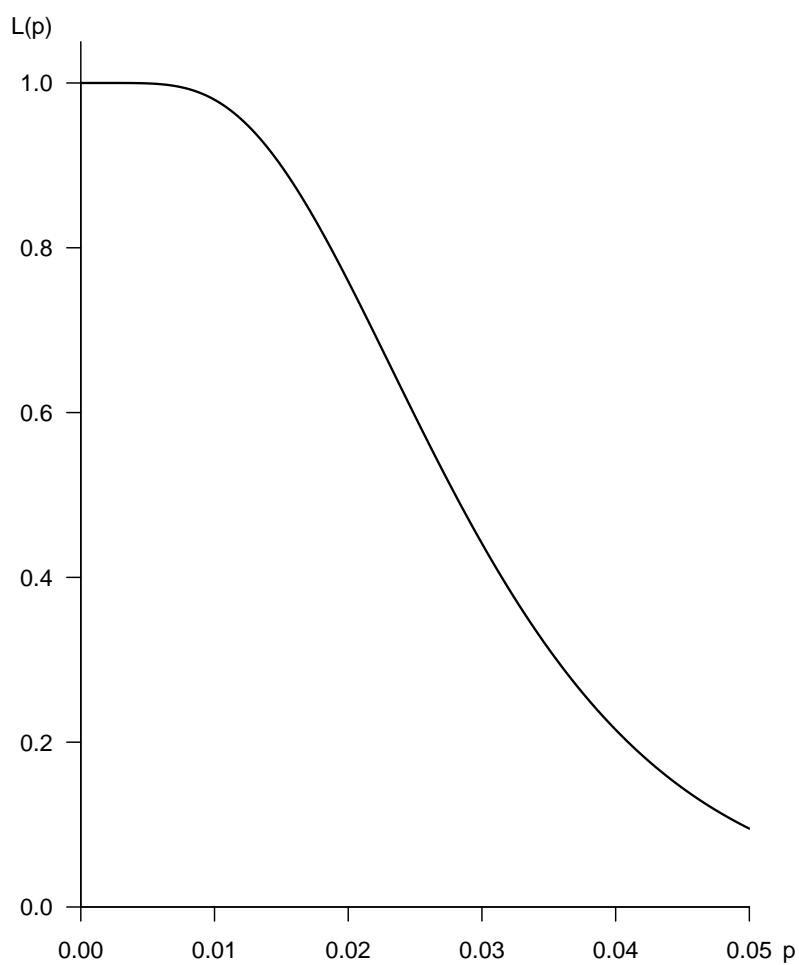
$$e = 0,832.$$

Takže úspora středních nákladů kombinované přejímky při průměrném podílu neshodných je v porovnání s plánem pro kontrolu srovnáváním zhruba 17 %.

Pro $c_m=3$ dostaneme plán (55; 1,91208) a podle (25) je $e = 1,08$, takže přejímka srovnáváním by už v tomto případě byla úspornější než kombinovaná přejímka. Naopak pro nižší hodnoty c_m než v původním zadání dostáváme pro kombinované přejímky plány, pro které je hodnota $e < 1$, a kombinovaná přejímka tak je z hlediska středních nákladů při průměrném podílu neshodných výhodnější než přejímka srovnáváním. Výsledky výpočtů ukazatele e pro několik hodnot parametru c_m můžeme shrnout do tabulky 4.3.

c_m	$e \cdot 100$
1,2	59,1
1,4	65,6
1,7	74,7
2	83,2
3	108

Tab. 4.3 Vliv parametru c_m



Obr. 4.6 Operativní charakteristika plánu ($n = 65$, $k = 1, 91832$)

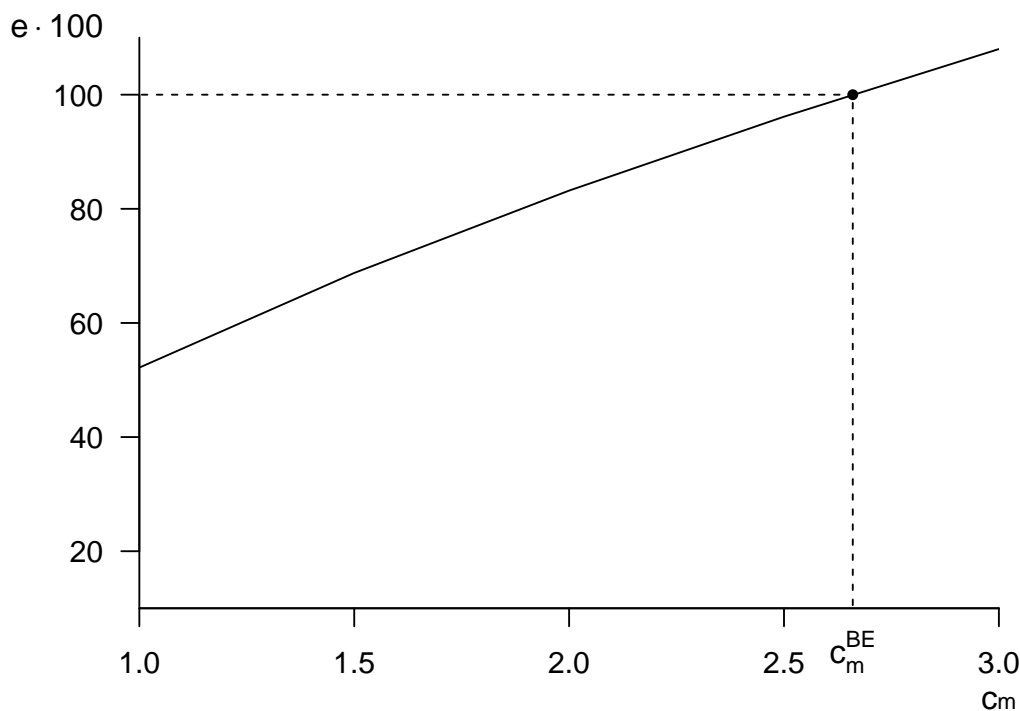
Je zřejmé, že i při neznámé hodnotě parametru σ sledované jakostní charakteristiky je využití kombinovaných plánů v mnoha případech podstatně výhodnější než využití plánů pro

kontrolu srovnáváním, byť situace s neznámou hodnotou parametru σ přináší menší výhodu v porovnání se situací známé hodnoty parametru σ . Například pro $c_m=1,2$ je úspora díky využití kombinovaného plánu více než čtyřicetiprocentní. V našem příkladu při neznámé hodnotě parametru σ vychází

$$c_m^{BE} = 2,66.$$

Takže když je skutečná hodnota parametru c_m nižší než 2,66, je vhodnější použít plán pro kombinovanou přejímku.

Pro situaci uvažovanou v našem příkladu je hodnota ukazatele e v závislosti na hodnotě nákladového parametru c_m vyobrazena na obrázku 4.7, kde je také vyznačena hodnota c_m^{BE} .



Obr. 4.7 Vliv parametru c_m , porovnání s plánem (165, 4)

Poznámka. Pro plány bez paměti očekáváme u AOQL plánů obdobně jako u LTPD plánů diskutovaných výše hodnotu c_m^{BE} o něco nižší, plány s pamětí jsou totiž úspornější. Při předpokladu neznámé hodnoty σ dostaneme pro plány bez paměti v našem příkladu $c_m^{BE} = 2,4$.

Výpočty plánů a jejich analýza v softwaru LTPDvar

LTPDvar [11] je rozšiřující balíček pro statistický software R vytvořený pro výpočet opravných plánů typu LTPD a AOQL pro přejímku měřením a kombinovanou přejímku. Plány jsou navrženy tak, aby minimalizovaly střední náklady na kontrolu dodávky při průměrném podílu neshodných výrobků. Software LTPDvar obsahuje původní postupy pro efektivní výpočet přejímacích plánů navržených v [4, 5, 19, 20] a je podobně jako program R uživatelům volně k dispozici včetně zdrojového kódu v rámci licence GPL.

Výpočet zejména AOQL plánů je poměrně náročný ([5]) a vyžaduje využití numerických metod, přičemž pro výpočet přesného řešení se využívá výpočet přibližného řešení jako počáteční odhad, detaily implementace jsou dostupné v [11]. Funkce navržené pro výpočet plánů v balíčku LTPDvar jsou nicméně dostatečně efektivní pro výpočty s ohledem na předpokládanou povahu a rozsah úloh v praktických situacích. Rychlost výpočtu mimo jiné umožňuje bezproblémový výpočet optimálních přejímacích plánů i při jejich tabelaci v rozsahu, v jakém jsou v publikacích [1] a [2]. Verze balíčku reportovaná v [1, 2] umožňovala výpočet plánů bez paměti, aktuální verze umožňuje i výpočet plánů založených na využití EWMA statistiky a byla využita pro provedení výpočtů v publikacích [4, 5, 6, 7, 8, 9, 10].

5.1 Přehled funkcí v balíčku LTPDvar

- AOQ – Průměrná výstupní jakost

Funkce provádí výpočet podle vztahu (21). Používá se při práci s AOQL plány.

- cmBE – Hodnota parametru c_m , pro který jsou náklady porovnávaných plánů stejné

Funkci je vhodné použít při porovnávání plánu pro kontrolu srovnáváním a kombinovaného plánu pro kontrolu měřením a srovnáváním. Využití této funkce je podrobně diskutováno v [3] a [8].

- Ims – Nákladová funkce přejímky

Funkce provádí výpočet podle vztahu (17). Využití této funkce je diskutováno mj. v [6], kde funkce vstupuje do výpočtu poměru nákladů dvou porovnávaných plánů.

- k – Funkce pro přístup k rozhodnému číslu přijímacího plánu pro kontrolu měření

Funkce přistupuje ke slotu k objektu třídy ACSplan.

- n – Funkce pro přístup k rozsahu výběru přijímacího plánu pro kontrolu měření

Funkce přistupuje ke slotu n objektu třídy ACSplan.

- OC – Operativní charakteristika

Funkce nabízí možnost použít vztah (9), (5), (4) a (13).

- planAOQL – Výpočet AOQL plánu pro kombinovanou opravnou přejímku

Funkce vrací objekt třídy ACSPlan. Objekt má sloty n a k .

- planLTPD – Výpočet LTPD plánu pro kombinovanou opravnou přejímku

Funkce vrací objekt třídy ACSPlan. Objekt má sloty n a k .

Klíčovými funkcemi balíčku LTPDvar jsou funkce planAOQL pro výpočet AOQL plánů a funkce planLTPD pro výpočet LTPD plánů. Obě funkce využívají třídy v jazyce R a vracejí objekt třídy ACSPlan, který má slot n pro rozsah výběru a slot k pro kritickou hodnotu plánu. Na objekty třídy ACSPlan lze použít generickou funkci softwaru R plot, která v tomto případě vykreslí průběh operativní charakteristiky daného plánu.

Pro další analýzu přijímacích plánů je pak možné využít funkce pro výpočet operativní charakteristiky OC a funkce pro analýzu ekonomických charakteristik Ims a cmBE.

5.2 Analýza výkonnosti funkcí pro výpočet plánů

Analýza výpočetní náročnosti postupu je důležitou součástí procesu vývoje a implementace algoritmu. Výpočetní náročnost může být vyhodnocena analyticky nebo empiricky, s využitím výpočetních experimentů. Teoretická analýza výpočetní náročnosti může být rigorózní a nezávislá na platformě pro výpočet, zároveň pro uživatele je v praxi podstatná především výsledná doba běhu výpočtu na konkrétním výpočetním zařízení a v konkrétním programovém prostředí.

Podrobnější diskuze empirické analýzy výpočetní náročnosti výpočtů plánů v balíčku LTPDvar s využitím nástrojů softwaru R je v publikacích [2] a [1]. V tomto komentáři bude

stručně uveden výsledek analýzy náročnosti výpočtu plánů s využitím aktuální verze balíčku LTPDvar [11].

Ukážeme zde výsledky základní empirické analýzy náročnosti výpočtů AOQL plánů implementovaných v balíčku LTPDvar pomocí nástrojů pro profilování dostupných v programovacím prostředí R. Profilovací nástroje R jsou podrobně zdokumentovány například v publikaci [25].

Pro vyhodnocení časové náročnosti běhu výpočtů plánů uvedeme nejprve výsledek experimentu popsaného v [2], ve kterém se sleduje výpočet stovky AOQL plánů při vstupních parametrech $p_L=0,0025$, $\bar{p}=0,001$, $c_m=2$, přičemž výpočet probíhá s využitím operativní charakteristiky ve tvaru (4). S aktuální verzí balíčku LTPDvar a na hardwaru, který odpovídá současnému výkonostnímu standardu, trvá výpočet stovky plánů přibližně sto vteřin. Výpočet stovky plánů při práci s přibližným vztahem pro operativní charakteristiku (5) je podstatně méně náročný a trvá pouze několik vteřin. Výpočty tedy aktuálně trvají zhruba třetinu času reportovaného v [2].

Podrobnější analýzu náročnosti volání zvolené funkce na výpočetní prostředky lze ve výpočetním prostředí R provést pomocí funkce `Rprof`, jejíž výstup mimo jiné může naznačit, které funkce jsou nejvíc náročné.

Níže je uveden příklad výstupu profilování funkce `planAOQL` při výpočtu plánů v aktuální verzi [11] a na hardwaru odpovídajícím současným výkonostním standardům.

<code>self.time</code>	<code>self.pct</code>	<code>total.time</code>	<code>total.pct</code>		
"pt"		19.66	17.90	25.14	22.89
"match.arg"		18.18	16.55	48.02	43.72
"eval"		9.96	9.07	15.20	13.84
"OC"		7.14	6.50	84.34	76.78
"qnorm"		5.48	4.99	5.48	4.99
"AOQ"		5.42	4.93	89.92	81.86
"FUN"		5.40	4.92	109.84	100.00
"Lt"		4.68	4.26	29.82	27.15
"lapply"		4.40	4.01	109.84	100.00
"pmatch"		3.90	3.55	4.24	3.86
"formals"		2.88	2.62	8.58	7.81

"sys.parent"	2.88	2.62	2.88	2.62
"sys.function"	2.82	2.57	5.70	5.19
"pnorm"	2.30	2.09	6.68	6.08
"sys.frame"	1.84	1.68	1.84	1.68
"Gderivacex"	1.70	1.55	3.70	3.37
"c"	1.54	1.40	1.54	1.40
"as.character"	1.32	1.20	1.32	1.20
"all"	1.04	0.95	1.04	0.95
"length"	0.84	0.76	0.84	0.76
"uniroot"	0.80	0.73	109.08	99.31
"is.list"	0.58	0.53	0.58	0.53
"f"	0.52	0.47	105.18	95.76
"pmin"	0.44	0.40	0.94	0.86
"is.pairlist"	0.36	0.33	0.36	0.33
".External2"	0.32	0.29	76.26	69.43
"delta"	0.30	0.27	8.52	7.76
"as.vector"	0.28	0.25	0.34	0.31
"seq.default"	0.26	0.24	0.50	0.46
"vapply"	0.24	0.22	0.40	0.36
"Mnk"	0.20	0.18	7.82	7.12
"lengths"	0.20	0.18	0.20	0.18
"truncate"	0.16	0.15	1.22	1.11
"seq"	0.16	0.15	0.66	0.60
"fMSmodq2"	0.12	0.11	101.02	91.97
"pmax.int"	0.12	0.11	1.06	0.97
"unlist"	0.12	0.11	0.12	0.11
"isTRUE"	0.10	0.09	0.20	0.18
"A_"	0.10	0.09	0.10	0.09
"as.integer"	0.10	0.09	0.10	0.09
"list"	0.10	0.09	0.10	0.09
"sapply"	0.08	0.07	109.84	100.00
"<Anonymous>"	0.08	0.07	76.00	69.19
"fra2"	0.08	0.07	8.60	7.83
"optimize"	0.08	0.07	1.76	1.60
"unique.default"	0.08	0.07	0.08	0.07
"ifelse"	0.06	0.05	100.40	91.41
"unique"	0.06	0.05	0.34	0.31
"max"	0.06	0.05	0.06	0.05
"mostattributes<-"	0.04	0.04	0.06	0.05
"baseenv"	0.04	0.04	0.04	0.04

"is.na"	0.04	0.04	0.04	0.04
"is.numeric"	0.04	0.04	0.04	0.04
"min"	0.04	0.04	0.04	0.04
"initialize"	0.02	0.02	9.42	8.58
"k0AOQL"	0.02	0.02	8.62	7.85
"^"	0.02	0.02	0.02	0.02
"is.atomic"	0.02	0.02	0.02	0.02
"match.fun"	0.02	0.02	0.02	0.02

Z výstupu je patrné, že při realizaci výpočtu plánu funkcí planAOQL je nejnáročnější (z hlediska spotřebovaného času na výpočet) funkce pt, totiž předdefinovaná funkce v R pro výpočet distribuční funkce t rozdělení.

I když je výpočet AOQL plánu podstatně náročnější než výpočet LTPD plánu (základní analýza výpočetní náročnosti výpočtu LTPD plánu je v práci [1]), lze rychlost výpočtu implementovaného v [11] považovat pro praktické účely za dostatečnou.

Závěry

Práce je zaměřena na LTPD a AOQL plány pro opravné přejímky minimalizující střední náklady kontroly při průměrném podílu neshodných výrobků. Kombinované plány jsou v mnoha případech výrazně ekonomičtější než plány pro kontrolu srovnáním. Při rozhodování, který plán použít, může pomoci provedení ekonomické analýzy podle [3]. Když lze využít v přejímacím postupu kombinované plány založené na EWMA statistice, může to přinést výrazné úspory středních nákladů přejímky ve srovnání s plány bez paměti. Je to ukázáno v [4] pro LTPD plány a v [5] pro AOQL plány.

Výpočet plánů je pro praktické účely dobře zvládnutý, popsany v [1, 2, 3, 4, 5] a je možné pohodlně provést výpočet plánu i jeho základní analýzu pomocí softwaru LTPDvar [11].

Co se týče možností dalšího rozvoje plánů, nabízí se jednak další zvýšení ekonomičnosti přejímky, zavedením například dvouvýběrových plánů, které by umožnily dosažení nižšího středního počtu kontrolovaných výrobků. Dvouvýběrové kombinované LTPD a AOQL plány by nicméně byly náročnější jak z hlediska výpočtu, tak z hlediska vlastního provedení přejímky v praxi. Dalším směrem rozvoje by mohlo být zavedení plánů, které by umožňovaly pracovat s některým z moderních nástrojů pro zacházení s nejistotou při přejímkách, například po vzoru plánů popsanych v [26] pro odlišný typ přejímky. Také v tomto případě nicméně k pracnosti výpočtu plánu přistupuje také větší složitost realizace plánu pro uživatele, kdy pro komfortní naplánování a provedení přejímky uživatelem je potřebná jeho alespoň základní obeznámenost s dosud spíše málo rozšířenými nástroji pro práci s nejistotou.

Reference

- [1] KASPŘÍKOVÁ, N., KLŮFA, J. Calculation of LTPD sampling plans for inspection by variables. 1. vyd. Praha : Ekopress, 2011. 212 s., ISBN 978-80-86929-78-1.
- [2] KASPŘÍKOVÁ, N., KLŮFA, J. Computation of AOQL variables sampling plans. 1. vyd. Praha : Ekopress, 2013. 95 s. ISBN 978-80-87865-02-6.
- [3] KASPŘÍKOVÁ, N., KLŮFA, J. AOQL Sampling Plans for Inspection by Variables and Attributes Versus the Plans for Inspection by Attributes. *Quality Technology and Quantitative Management*. 2015, roč. 12, č. 2, s. 133–142. ISSN 1684-3703. DOI: 10.1080/16843703.2015.11673372.
- [4] KASPŘÍKOVÁ, N. Economic Efficiency of Rectifying AOQL Plans Based on the EWMA Statistic. *Journal of Testing and Evaluation [online]*. 2018, roč. 47, č. 6. 9 s. ISSN 0090-3973. DOI: 10.1520/JTE20170312.
- [5] KASPŘÍKOVÁ, N. Rectifying LTPD Plans Minimizing Mean Inspection Cost Per Lot of Process Average Quality Using EWMA Statistics. *Journal of Testing and Evaluation [online]*. 2017, roč. 45, č. 4, s. 1436–1441. ISSN 0090-3973. DOI: 10.1520/JTE20150259.
- [6] KASPŘÍKOVÁ, N. Calculation of the LTPD Variables Sampling Plans in R Computing Environment. In: 15th Conference on Applied Mathematics (Aplimat 2016) [flash disk]. Bratislava, 02.02.2016 – 04.02.2016. Bratislava : Slovenská technická univerzita, 2016. ISBN 978-80-227-4531-4.
- [7] KASPŘÍKOVÁ, N. LTPDvar: A decision support tool for LTPD sampling plans. In: Strategic Management and its Support by Information Systems (SMSIS) [CD-ROM]. Ostrava, 24.05.2017 – 26.05.2017. Ostrava : VŠB – Technical University of Ostrava, 2017. ISBN 978-80-248-4046-8. ISSN 2570-5776.
- [8] KASPŘÍKOVÁ, N. EWMA Based LTPD Variables Sampling Plans and Cost Models. In: Aplimat [flash disk]. Bratislava, 31.01.2017 – 02.02.2017. Bratislava : Vydavateľstvo Spektrum STU, 2017. ISBN 978-80-227-4650-2.

- [9] KASPŘÍKOVÁ, N. Economic Efficiency of AOQL Variables Sampling Plans. In: *Mathematical Methods in Economics* [CD-ROM]. Liberec, 06.09.2016 – 09.09.2016. Liberec : TU Liberec, 2016. ISBN 978-80-7494-296-9.
- [10] KASPŘÍKOVÁ, N. Cost Characteristics of EWMA Based AOQL Variables Sampling Plans. In: *Mathematical Methods in Economics (MME2018)* [flash disk]. Praha, 12.09.2018 – 14.09.2018. Jindřichův Hradec : MatfyzPress, Publishing House of the Faculty of Mathematics and Physics Charles University, 2018. ISBN 978-80-7378-371-6. eISBN 978-80-7378-372-3
- [11] KASPŘÍKOVÁ, N. *LTPDvar: LTPD and AOQL plans for acceptance sampling inspection by variables*. R package, 2015, URL <http://CRAN.R-project.org/package=LTPDvar>.
- [12] ČSN ISO 3951-1 (01 0258). *Statistické přejímky měřením - Část 1. Český normalizační institut*, 2017.
- [13] R CORE TEAM. *R: A language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, 2019. URL <http://www.R-project.org>.
- [14] HALD, A. *Statistical Theory of Sampling Inspection by Attributes*, 1981, Academic Press. ISBN 0-12-318350-2.
- [15] JOHNSON, N. L. - WELCH, B. L.: Applications of the Non-Central t-Distribution, *Biometrika*, Vol. 31, No. 3/4 (Mar., 1940), s. 362-389. ISSN 0006-3444.
- [16] JENNETT, W. J., WELCH, B. L. The Control of Proportion Defective as Judged by a Single Quality Characteristic Varying on a Continuous Scale, *Supplement to the Journal of the Royal Statistical Society* **6**, 1939, 80–88.
- [17] ASLAM, M., AZAM, M., JUN, C. A new lot inspection procedure based on exponentially weighted moving average, *International Journal of Systems Science*, 46, 2015, 1392–1400.
- [18] DODGE, H. F., ROMIG, H. G. *Sampling Inspection Tables: Single and Double Sampling*. John Wiley, New York, 1998.
- [19] KLŮFA, J. Dodge-Roming AOQL plans for inspection by variables from numerical point of view, *Statistical Papers* **49** (2008), 1 – 13.

- [20] KLŮFA, J. Exact calculation of the Dodge-Romig LTPD single sampling plans for inspection by variables. *Statistical Papers*, 51(2), 2010, 297–305.
- [21] WANG, F., TAMIRAT, Y. Acceptance sampling plan based on an exponentially weighted moving average statistic with the yield index for autocorrelation between polynomial profiles, *Communications in Statistics - Theory and Methods* 47:19, 2018, 4859-4871, DOI: 10.1080/03610926.2018.1454960.
- [22] THODE, H. C. Testing for normality. Marcel Dekker, New York, 2002.
- [23] KIERMEIER, A. Visualizing and Assessing Acceptance Sampling Plans: The R Package `AcceptanceSampling`. *Journal of Statistical Software*, 26(6), 2008, 1–20.
- [24] ANDĚL, J.: *Matematická statistika*. SNTL, 1978. ISBN 04-017-78.
- [25] GENTLEMAN, R.: *R programming for bioinformatics*. Chapman & Hall, 2009. ISBN 978-1-4200-6367-7.
- [26] ASLAM, M.: Design of Sampling Plan for Exponential Distribution Under Neutrosophic Statistical Interval Method. *IEEE Access*, 6, 2018, 64153–64158, DOI: 10.1109/ACCESS.2018.2877923.

Seznam příloh

- [1] KASPŘÍKOVÁ, N., KLŮFA, J. Calculation of LTPD sampling plans for inspection by variables. 1. vyd. Praha : Ekopress, 2011. 212 s., ISBN 978-80-86929-78-1.
Dostupné v Národní knihovně.
- [2] KASPŘÍKOVÁ, N., KLŮFA, J. Computation of AOQL variables sampling plans. 1. vyd. Praha : Ekopress, 2013. 95 s. ISBN 978-80-87865-02-6.
Dostupné v Národní knihovně.
- [3] KASPŘÍKOVÁ, N., KLŮFA, J. AOQL Sampling Plans for Inspection by Variables and Attributes Versus the Plans for Inspection by Attributes. *Quality Technology and Quantitative Management*. 2015, roč. 12, č. 2, s. 133–142. ISSN 1684-3703. DOI: 10.1080/16843703.2015.11673372.
Dostupné na <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/16843703.2015.11673372>.
- [4] KASPŘÍKOVÁ, N. Rectifying LTPD Plans Minimizing Mean Inspection Cost Per Lot of Process Average Quality Using EWMA Statistics. *Journal of Testing and Evaluation*. 2017, roč. 45, č. 4, s. 1436–1441. ISSN 0090-3973. DOI: 10.1520/JTE20150259.
Dostupné na https://www.astm.org/DIGITAL_LIBRARY/JOURNALS/TESTEVAL/PAGES/JTE20150259.htm.
- [5] KASPŘÍKOVÁ, N. Economic Efficiency of Rectifying AOQL Plans Based on the EWMA Statistic. *Journal of Testing and Evaluation*. 2018, roč. 47, č. 6. ISSN 0090-3973. DOI: 10.1520/JTE20170312.
Dostupné na https://www.astm.org/DIGITAL_LIBRARY/JOURNALS/TESTEVAL/PAGES/JTE20170312.htm.